This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

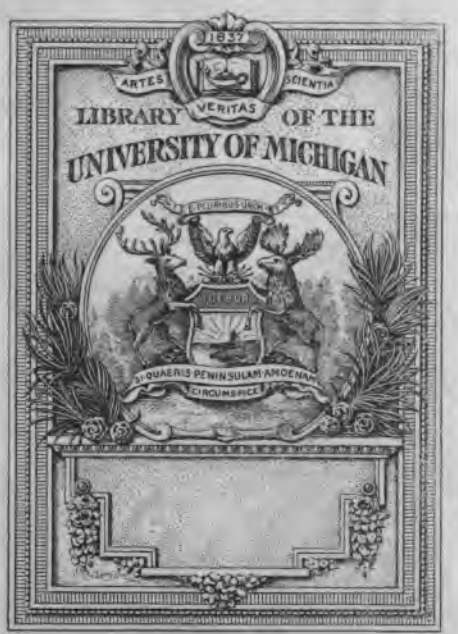
+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

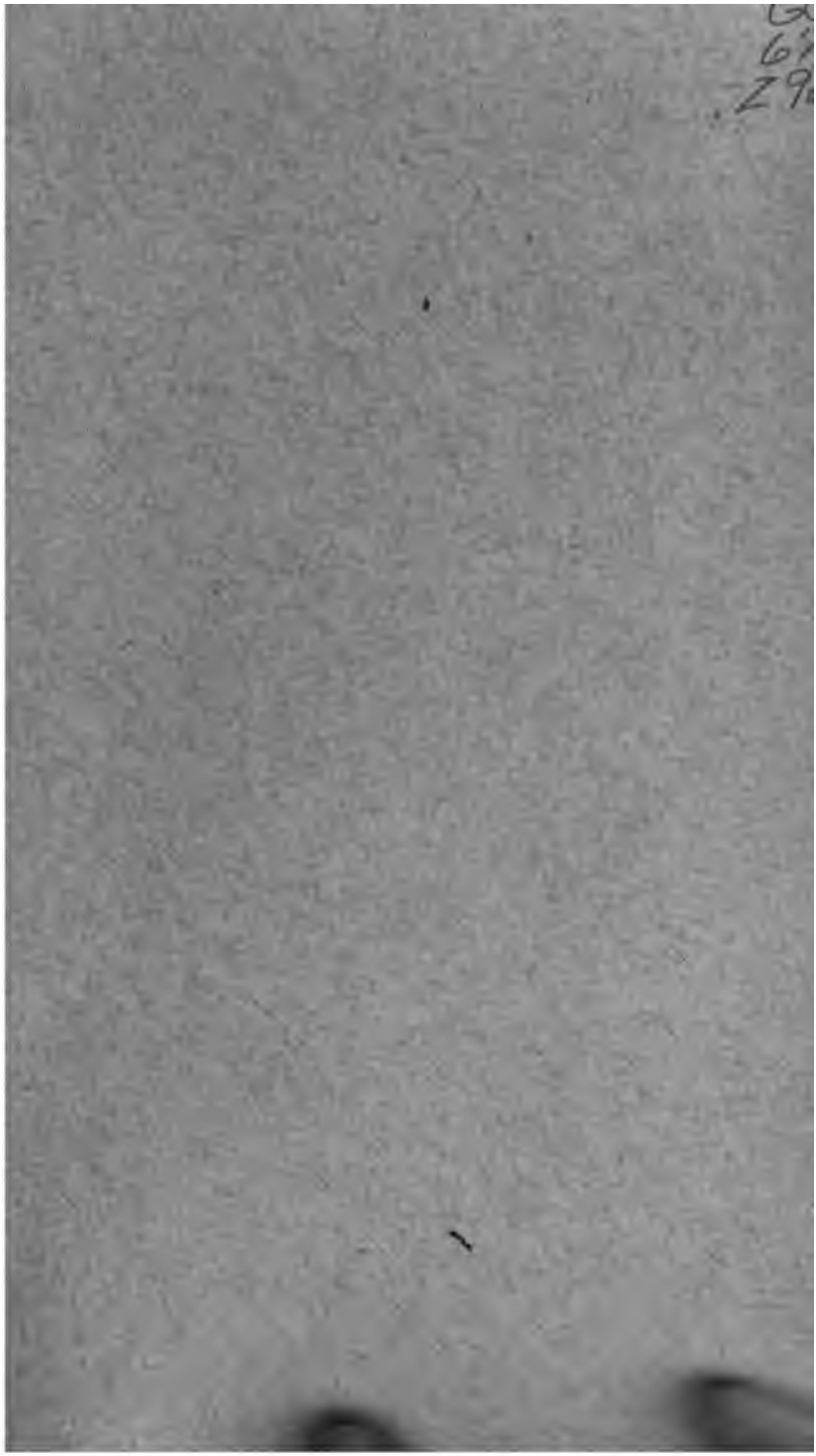
+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

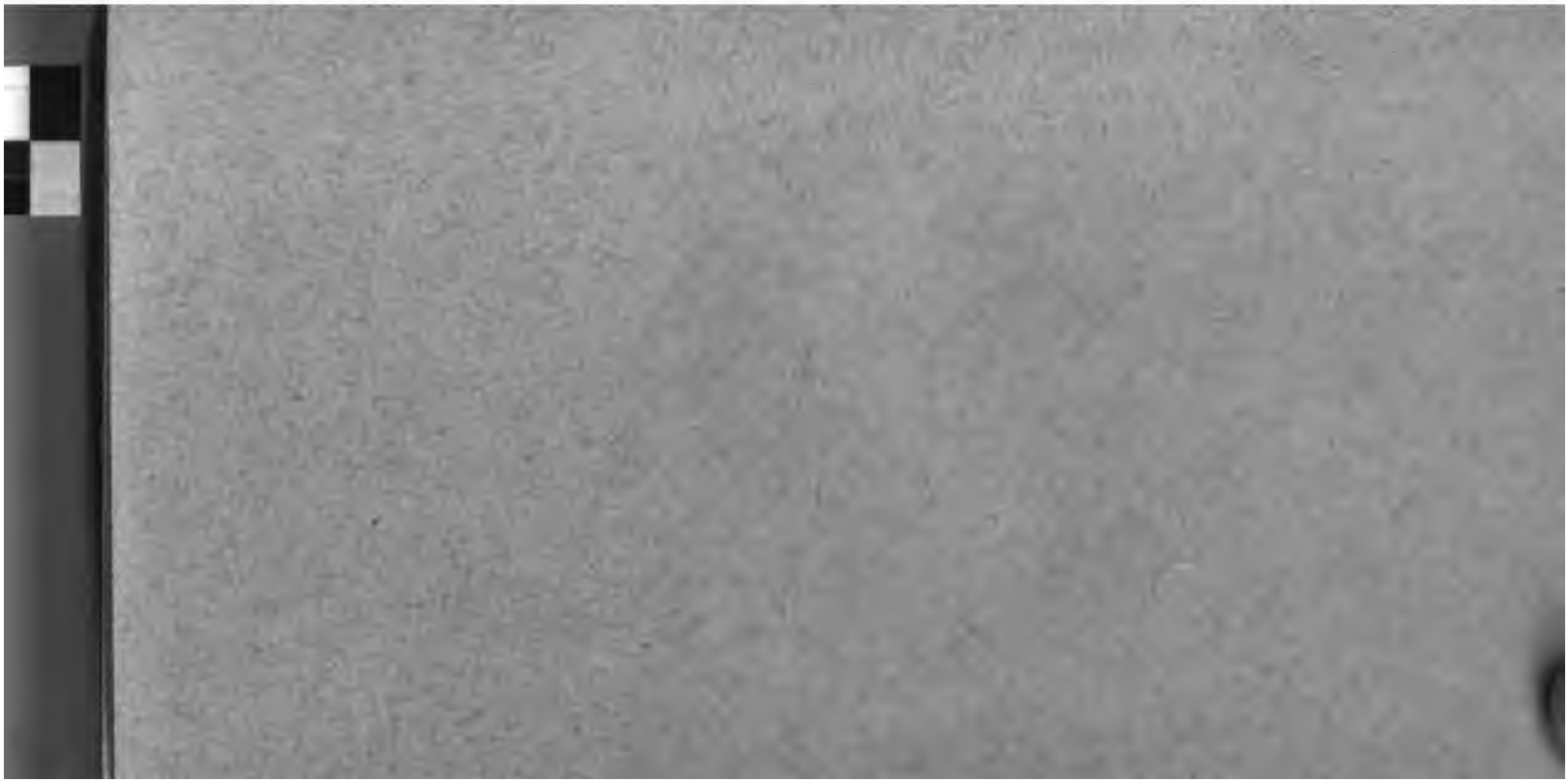
Über Google Buchsuche

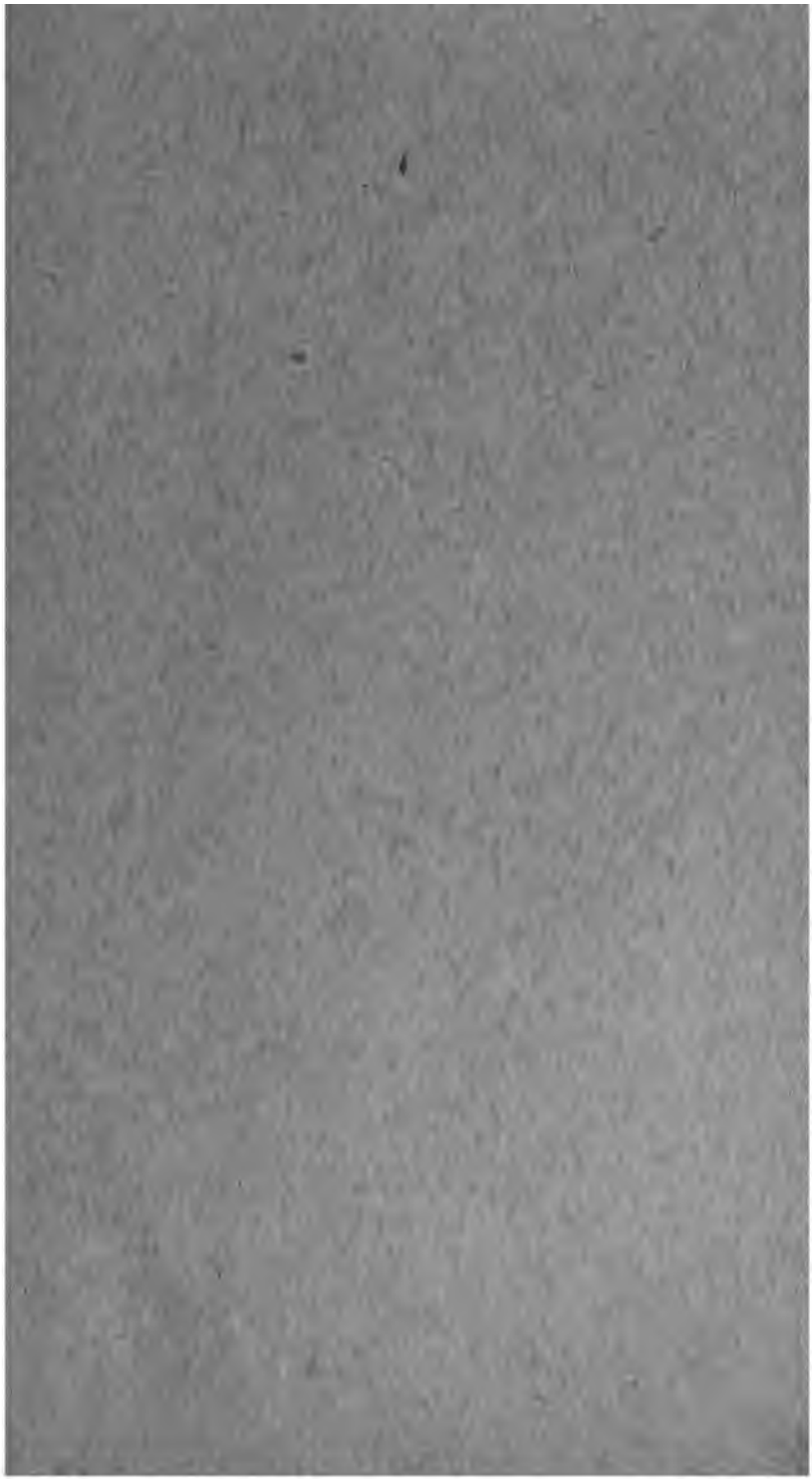
Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.

B 1,064,769


1837
ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE







ALBERT MOUSSON

1805 – 1890

Vierteljahrsschrift

der

Naturforschenden Gesellschaft

in

ZÜRICH.

Redigirt von

Zürich.

Vierteljahrsschrift

der

Naturforschenden Gesellschaft

in

ZÜRICH.

Redigirt

von

Dr. Rudolf Wolf,

Professor der Astronomie in Zürich.

Fünfunddreissigster Jahrgang.

Zürich,

In Commission bei S. Höhr.

1890.

Inhalt.

Seite.

Delmar, Das Phosphoritlager von Steinbach u. allgemeine Gesichtspunkte über Phosphorite 182
Disteli, Zur Configuration der Wendepunkte der allgemeinen ebenen Curve dritter Ordnung . . 145
Fick, Ueber die Ursachen der Pigmentwanderung in der Netzhaut 83
Fiedler, Geometrische Mittheilungen 322
Graberg, Ueber Axenbünde des Massraumes . . . 52
— Gliederung des Massraumes durch seine Flächen . 257
Gubler, Ueber eine Determinante, welche bei der Berechnung symmetrischer Functionen vorkömmt . . 79
Mayer-Eymar, La faune miraculeuse du Londinien d'Appenzell 167
— Aliae Ostreae novae quatuor 177
— Diagnoses specierum novarum 179
— Diagnoses specierum novarum ex agris mollassicis seu neogenis, in Museo Turicensi conservatarum . 290
Rudio, Das Problem von der Quadratur des Zirkels . . 1
Weilenmann, Physikalische Mittheilungen 302
Wolf, Astronomische Mittheilungen 113, 225
— Die von Gauss 1815 gehaltenen Vorlesungen über die Elemente der Astronomie 236
Wolfer, Beobachtung der partiellen Sonnenfinsterniss vom 16. Juni 1890 233

Tobler, Auszüge aus den Sitzungsprotokollen . 88, 213, 369
Wolf, Notiz über das in der Schweiz in der Nacht vom 27./28. December 1560 gesehene grosse Nordlicht . 87
— Notizen zur schweiz. Kulturgeschichte (Forts.) . 97, 220, 386
— Bibliographische Notizen 211
— Zwei Notizen aus den nachgelassenen Papieren von Hofrath Horner 367

21528

Personalbestand

der

Naturforschenden Gesellschaft in Zürich

(April 1891).

a. Ordentliche Mitglieder.

			Aufn. Jahr.
1.	Hr.	Ulrich, M., Professor	1836
2.	-	Wolf, R., Dr. Professor	1839
3.	-	v. Kölliker, A., Dr. Prof., Würzburg (abs.)	1841
4.	-	Nüscheler, A., Dr., a. Rechenschreiber	1842
5.	-	Zeller-Zundel, A., Landökonom	1842
6.	-	Wild, J., Professor	1843
7.	-	Escher, J., Dr., Oberrichter	1846
8.	-	Denzler, W., Professor	1848
9.	-	Amsler, K., Dr. Prof. in Schaffhausen	1851
10.	-	Rahn-Meyer, Med. Dr.	1854
11.	-	Pestalozzi, Herm., Med. Dr.	1854
12.	-	Schindler-Escher, C., Kaufmann	1854
13.	-	Sidler, Dr. Professor in Bern	1855
14.	-	Zenner, G., Dr. Prof. (abs.)	1856
15.	-	Cramer, C. E., Dr. Prof.	1856
16.	-	Escher im Brunnen, C.	1856
17.	-	Durège, Dr. Prof. (abs.)	1857
18.	-	Renggli, A. (abs.)	1858
19.	-	Wislicenus, J., Dr. Professor (abs.)	1860
20.	-	Widmer, Direktor der Rentenanstalt	1860
21.	-	Billroth, Dr. Professor (abs.)	1860
22.	-	Graberg, Fr.	1860
23.	-	Kenngott, Ad., Dr. Professor	1861

Fragt man nun, worin denn die grosse Berühmtheit grade dieses speziellen mathematischen Problemes begründet ist, so hat man die Antwort nicht etwa in der vermeintlichen grossen Bedeutung zu suchen, die dasselbe an und für sich für die Wissenschaft oder ihre Anwendungen besitzt. Es hat viel wichtigere, wissenschaftlich interessantere und praktisch werthvollere Probleme gegeben, als das vorliegende, Probleme, die auch eine Jahrhunderte lange Geschichte aufzuweisen haben und die doch niemals in das grosse Publikum gedrungen sind. Man braucht, um von vielen eines herauszugreifen, nur an den Satz zu erinnern, den im Jahre 1829 der Genfer Mathematiker Sturm entdeckt hat, jenen schönen Satz, der es erlaubt, für jede algebraische Gleichung mit reellen Coefficienten die Anzahl der zwischen beliebig vorgeschriebenen Grenzen liegenden reellen Wurzeln genau anzugeben.

Der Grund, warum grade das Problem von der Quadratur des Kreises eine so grosse Berühmtheit erlangt hat, ist eigentlich ein sehr trivialer. Es gehört eben das Problem zu den wenigen mathematischen Aufgaben, die nur ausgesprochen werden müssen, um auch sofort von Jedem verstanden zu werden. Jeder Mensch weiss, was ein Kreis und was ein Quadrat ist. Jeder weiss, oder glaubt wenigstens zu wissen, was man unter dem Flächeninhalt einer begrenzten Figur zu verstehen habe, und Jedem erscheint es daher als eine sehr einfache, leicht verständliche Aufgabe, ein Quadrat zu zeichnen, dessen Flächeninhalt genau gleich dem Flächeninhalte eines gegebenen Kreises sei. Der Umstand nun, dass eine scheinbar so einfache Aufgabe doch den Anstrengungen der grössten Geister den hartnäckigsten Wider-

stand entgegensetzte, hat von jeher eine eigenthümliche Anziehungskraft ausgeübt auf die Mathematiker und vielleicht noch mehr auf die Nichtmathematiker — auf diese letzteren deshalb, weil ihnen doch meist das Geheimniss der Fragestellung verborgen blieb.

Auf diese Weise hat sich im Laufe der Jahrhunderte ein eigenthümlicher Nimbus um das Problem gebildet: seine Berühmtheit wuchs in dem gleichen Maasse, wie die Anzahl der missglückten Lösungsversuche. Dazu kommt noch ein Zweites. In früheren Zeiten, wo die Metaphysik die Gemüther noch stärker beschäftigte als heutzutage, verband man mit dem Probleme vielfach einen merkwürdigen Aberglauben. Man stellte sich vor, dass derjenige, dem die Lösung dieser spröden, unzugänglichen Aufgabe gelingen würde, dadurch in den Stand gesetzt wäre, dem Zusammenhange der Erscheinungen überhaupt ein tieferes Verständniss entgegenzubringen. Man versprach sich also eigenthümliche Vortheile von einer Lösung des Problems, Vortheile, von denen man sich allerdings keine klare Vorstellung zu verschaffen wusste, deren Annahme aber doch ausreichte, um dem Probleme von der Quadratur des Zirkels vielfach den Rang anzuweisen, den etwa der Stein der Weisen, das Lebenselixir oder andere erstrebenswerthe Dinge einnahmen. Und endlich mag noch ein Drittes mitgewirkt haben, um unserem Probleme zu seiner Berühmtheit zu verhelfen. Man war und ist vielleicht noch jetzt nicht selten der Meinung, dass die Quadratur des Zirkels für die Wissenschaft etwas sehr Wichtiges sei, der Art, dass die Mathematiker kaum etwas Anderes zu thun hätten, als sich mit der Quadratur des Zirkels abzugeben. In Folge dessen, so glaubten Viele, hätten die

grossen Akademieen hohe Preise ausgesetzt für denjenigen, der so glücklich wäre, endlich eine Lösung des berühmten Problemes beizubringen. Das war nun allerdings ein arger Irrthum. Denn schon im Jahre 1775 fasste die Pariser Akademie (und die anderen folgten bald nach) den von dem damaligen Secretär Condorcet redigirten und motivirten Beschluss: »de ne plus examiner aucune solution des problèmes de la duplication du cube, de la trisection de l'angle ou de la quadrature du cercle, ni aucune machine annoncée comme un mouvement perpétuel.« (Mémoires de l'Académie, 1775, Hist. pag. 61.) Die Akademie war zu diesem Act der Nothwehr gezwungen worden durch die Ueberschwemmungen, welche alljährlich von Unberufenen mit angeblichen Lösungen der genannten Probleme bei ihr angerichtet wurden.

Allerdings haben durch derartige Beschlüsse die Akademieen die Zahl der »Quadratoren« nicht zu vermindern vermocht, nur mit dem Unterschiede, dass sich jetzt bei diesen zu dem Bewusstsein einer grossen That gekränkte Eitelkeit und der Glaube hinzugesellte, von der Mathematikerzunft aus Neid oder anderen kleinlichen Rücksichten nicht anerkannt worden zu sein.—

Um zunächst zu verstehen, um was es sich eigentlich bei der Quadratur des Zirkels handelt, sind wir genöthigt, auf einige ganz bekannte, elementare Begriffe zurückzugehen. Bezeichnet man den Radius eines Kreises mit r, den Durchmesser mit $d = 2r$, den Umfang mit u und den Flächeninhalt mit J, so gelten bekanntlich die Formeln:

$$1)\ u = \pi d = 2\pi r$$
$$2)\ J = \pi r^2 = \frac{\pi}{4} d^2 = \frac{1}{2} r u,$$

insofern man mit π das für alle Kreise gleiche Verhältniss des Umfanges zum Durchmesser bezeichnet. Seit der Mitte des letzten Jahrhunderts weiss man, dass π sich nicht als das Verhältniss zweier ganzer Zahlen ausdrücken lässt, also keine rationale Zahl ist. Als Decimalbruch dargestellt, beginnt π mit 3,141592653589793 ... Es mag nicht unnöthig sein, darauf hinzuweisen, dass vielfach die Meinung verbreitet ist, die Quadratur des Zirkels sei desswegen nicht ausführbar, weil man die Zahl π numerisch immer nur angenähert, aber nie ganz genau angeben könne. Wir werden später auf diese Frage zurückkommen und dann erfahren, dass die Unmöglichkeit der Quadratur des Zirkels keineswegs auf der Irrationalität von π beruht.

Aus Formel (2) entnimmt man die bekannte Thatsache, dass der Inhalt des Kreises dem Inhalte eines Dreiecks gleichkommt, dessen Grundlinie der Umfang und dessen Höhe der Radius des Kreises ist. Wäre man nun im Stande, aus dem gegebenen Radius den Umfang zu konstruiren, also die sogenannte Rectification des Kreises constructiv auszuführen, so könnte man auch jenes Dreieck construiren und dieses nach bekannten planimetrischen Vorschriften leicht in ein inhaltsgleiches Quadrat verwandeln. Umgekehrt müsste, wenn der Kreis durch eine Construction in ein inhaltsgleiches Quadrat verwandelt werden könnte, auch die constructive Herstellung jenes Dreiecks und folglich auch des Kreisumfanges möglich sein. Man sieht also, dass die nothwendige und hinreichende Bedingung für die

Möglichkeit der Quadratur des Zirkels darin besteht, dass man im Stande sei, aus einer gegebenen Strecke d die Strecke $u = \pi d$ zu construiren. Um diese Aufgabe aber zu einer verständigen zu machen, ist zunächst nothwendig, anzugeben, was hier unter »construiren« gemeint ist.

Ein grosser Theil der planimetrischen Constructionsaufgaben (wie z. B. die Verwandlung eines beliebigen Polygones in ein inhaltsgleiches Quadrat) kann gelöst werden durch ausschliessliche Combination der beiden folgenden Elementaraufgaben:

1) Durch zwei gegebene Punkte eine gerade Linie zu ziehen;
2) Um einen gegebenen Punkt mit einem gegebenen Radius einen Kreis zu beschreiben.

In der That, wenn man sich etwa überlegt, wie ein Polygon in ein inhaltsgleiches Quadrat verwandelt wird, so geschieht dies doch, indem man einfachere, als bereits gelöst vorausgesetzte Aufgaben zur Anwendung bringt (wie etwa durch einen gegebenen Punkt zu einer gegebenen Graden eine Parallele zu ziehen). Diese stützen sich auf noch einfachere u. s. f., bis man schliesslich zu den beiden genannten Elementaraufgaben gelangt, aus deren wiederholter Anwendung alle bei der vorliegenden Aufgabe auszuführenden Constructionen sich zusammensetzen. Jene beiden Elementaraufgaben lassen sich nicht auf einfachere zurückführen, sie werden vielmehr in der Planimetrie als gelöst vorausgesetzt: die erste wird durch Benutzung des Lineals, die zweite durch Benutzung des Zirkels ausgeführt. Die beiden Elementaraufgaben werden auch Postulate genannt, weil ihre Lösung von der Planimetrie nicht gegeben, sondern gefordert wird.

Unter »construiren« soll nun hier allemal »mit alleiniger Benutzung von Zirkel und Lineal construiren« verstanden werden. Die Frage nach der Möglichkeit der Quadratur des Zirkels soll also bedeuten: Ist es möglich, durch ausschliessliche Combination der beiden Elementaraufgaben, also mit alleiniger Benutzung von Zirkel und Lineal, einen Kreis in ein inhaltsgleiches Quadrat zu verwandeln? Wir haben bereits gesehen, dass diese Frage sich auf die Möglichkeit der Construction der Strecke πd aus der Strecke d reducirt, wo der Ausdruck »Construction« in dem eben definirten Sinne zu nehmen ist.

Wenn wir nun im Folgenden eine kurze historische Uebersicht*) über die Entwicklung des Proble-

*) Dieselbe macht keineswegs Anspruch auf Vollständigkeit und sucht mehr dem mathematischen als dem kulturhistorischen Standpunkte gerecht zu werden. In Folge dessen sind nur diejenigen Arbeiten in Betracht gezogen worden, denen das Problem eine wirkliche Förderung verdankt. Um so mehr sei neben dem bereits erwähnten Werke von Montucla (1725-1799) auf die Abhandlung verwiesen: „Die Quadratur des Zirkels in berufenen und unberufenen Köpfen", eine kulturgeschichtliche Studie von Prof. Dr. H. Schubert (Hamburg 1889), mit der naturgemäss die vorliegende Arbeit viele Berührungspunkte besitzt.

Abgesehen von den verschiedenen Originalwerken selbst sind dann insbesondere noch als Quellen zu nennen: M. Cantor, Vorlesungen über Geschichte der Mathematik, sowie die betreffenden Artikel in Klügel's mathematischem Wörterbuch. Lesenswerth ist auch: „Petri Vorsselman de Heer responsio ad quaestionem ab academia Groningana propositam: Detur succincta expositio praecipuarum methodorum, quae ad circuli quadraturam ducunt." (Groningen, 1832.)

Leider war meine Arbeit bereits dem Drucke übergeben, als der an historischem Material so ausserordentlich reiche erste

mes von den ältesten Zeiten bis zu seiner vor wenigen Jahren erfolgten definitiven Erledigung zu geben versuchen, so ist natürlich zu beachten, dass die Fragestellung nicht schon von Alters her die oben gegebene Präcision besessen, sondern diese vielmehr erst im Laufe der Jahrhunderte gewonnen hat. Die Geschichte der Quadratur des Zirkels wird daher mit der Geschichte der Kreismessung überhaupt vielfach zusammenfallen.

Die älteste nachweisbare Spur von dem Probleme der Quadratur des Zirkels findet sich in dem Papyrus Rhind des British Museum, einem mathematischen Handbuche der alten Ägypter, welches in der Zeit zwischen 2000 und 1700 v. Chr. von dem Schreiber Ahmes des Hiksoskönigs Ra-a-us verfasst wurde und zwar, wie in dem Buche gesagt wird, »nach dem Vorbilde von alten Schriften, die verfertigt wurden in den Zeiten des Königs Raenmat«, die also jedenfalls noch einige Jahrhunderte älter sind als der Papyrus Rhind.*) Die in dem Papyrus ohne weitere Begründung gegebene Vorschrift besagt, der Flächeninhalt des Kreises sei gleich dem eines Quadrates, dessen Seite $\frac{8}{9}$ des Durchmessers ist. Vergleicht man nun $\left(\frac{8}{9}\right)^2 d^2 = \frac{64}{81} d^2$ mit $\frac{\pi}{4} d^2$, so erhält man für π den Werth $\pi = \frac{256}{81} = 3{,}1604\ldots$, also bereits eine recht respectable Annäherung.

Von den Babyloniern rührt die Erkenntniss, dass

Band des neuesten grossen Werkes von Herrn Prof. Wolf: „Handbuch der Astronomie, ihrer Geschichte und Litteratur“ (Zürich, 1890) erschien, so dass ich denselben nur noch bei der Correctur, aber nicht mehr in dem Umfange, wie ich es wohl gewünscht hätte, benutzen konnte.

*) Vergl. Cantor, Vorles., I., pag. 20 u. folg.

der Kreishalbmesser sechsmal als Sehne in den Kreis eingetragen werden kann, was dann dazu führte, den Umfang als das Sechsfache des Radius oder als das Dreifache des Durchmessers anzusehen, eine Anschauung, der auch z. B. an verschiedenen Stellen in der Bibel Ausdruck gegeben wird. So heisst es (1. Buch der Könige 7, 23) von dem grossen Waschgefässe, das unter dem Namen des ehernen Meeres den Tempel zierte, den Salomo von 1014 bis 1007 erbauen liess: »Und er machte ein Meer, gegossen, 10 Ellen weit von einem Rande zum andern, rund umher, und 5 Ellen hoch, und eine Schnur, 30 Ellen lang, war das Maass ringsum.*)

Indem wir über die älteren griechischen Mathematiker hinweggehen und nur kurz zweier Zeitgenossen des Sokrates (469—399) Erwähnung thun, des Antiphon, der den Kreis durch ein eingeschriebenes Vieleck von möglichst vielen Seiten ersetzte, und des Bryson, welcher dem eingeschriebenen Vieleck auch das umschriebene Vieleck von immer grösserer Seitenzahl hinzufügte und dadurch den Begriff einer unteren und oberen Grenze einführte, wenden wir uns sofort zu demjenigen Mathematiker, dem das Problem der Ausmessung des Kreises die erste gründliche wissenschaftliche Behandlung verdankt, zu Archimedes von Syrakus (287—212), der weitaus bedeutendsten mathematischen Erscheinung des ganzen Alterthums.

In der unschätzbaren Abhandlung**) »Über die Kreis-

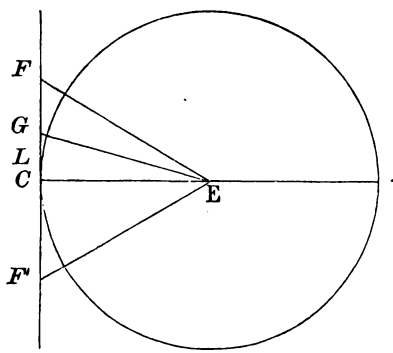
*) Cantor, I., pag. 91.

**) Archimedes von Syrakus vorhandene Werke, übersetzt von Nizze (Stralsund, 1824), pag. 110—115. Vergl. auch Cantor, I., pag. 257—260 u. 272—275.

messung« beweist Archimedes die drei Sätze: 1) »Jeder Kreis ist einem rechtwinkligen Dreieck gleich, dessen eine Kathete dem Halbmesser und dessen andere dem Umfange gleich ist«; 2) »der Kreis verhält sich zum Quadrate seines Durchmessers sehr nahe wie 11 : 14«; 3) »der Umfang eines jeden Kreises übertrifft das Dreifache des Durchmessers um weniger als $\frac{1}{7}$, aber um mehr als $\frac{10}{71}$ des Durchmessers«. Den ersten Satz beweist er indirekt, indem er mittelst eingeschriebener, resp. umschriebener Vielecke von hinreichend vielen Seiten zeigt, dass die Annahme, der Kreis sei grösser, resp. kleiner als das in Rede stehende Dreieck, jedesmal zu einem Widerspruch führt. Der zweite Satz stützt sich auf den dritten, den man zu den grössten mathematischen Leistungen des Alterthums rechnen darf. Archimedes berechnet der Reihe nach die Seite des umschriebenen Sechsecks, des Zwölfecks, des Vierundzwanzigecks, des Achtundvierzigecks und des Sechsundneunzigecks, ausgedrückt durch den Durchmesser, und zwar gibt er mit feinem mathematischem Gefühle das (immer nur näherungsweise bestimmbare) Verhältniss des Durchmessers zur Seite des umschriebenen Polygons jedesmal etwas zu klein an, wodurch er für den Umfang des betreffenden Polygons und um so mehr für den Kreisumfang jedesmal eine sichere obere Grenze gewinnt. Die numerischen Rechnungen, welche Archimedes hierbei anzustellen hatte, fordern um so mehr unsere Bewunderung heraus, als es sich doch fortwährend um das Ausziehen von Quadratwurzeln handelte, deren Ermittlung zu einer Zeit, die mit dem indischen Ziffernsystem und der Dezimalbruchrechnung noch unbekannt war, Schwierigkeiten darbot, von denen man sich heutzutage nur schwer eine Vorstellung bilden

kann. Um beispielswcise die Seite $FF' = 2FC$ des umschriebenen Sechsecks zu berechnen, hat man:

$FE : FC = 2 : 1$, $FE^2 : FC^2 = 4 : 1$,
$FE^2 - EC^2 : FC^2 = 3 : 1$, also $EC^2 : FC^2 = 3 : 1$.
Archimedes setzt nun ohne weitere Begründung $EC : FC > 265 : 153$, und in der That ist $\left(\frac{265}{153}\right)^2 = \frac{70225}{23409} = 3 - \frac{2}{23409}$. Durch Halbieren des Winkels CEF findet Archimedes die halbe Seite GC des umschriebenen Zwölfecks und zwar $EC : GC > 571 : 153$ u. s. f., bis er schliesslich durch fortwährendes Winkelhalbieren für die halbe Seite LC des umschriebenen Sechsundneunzigecks erhält: $EC : LC > 4673\frac{1}{2} : 153$. Daraus folgt, dass der Umfang dieses Polygons zum Durchmesser in kleinerem Verhältniss steht als $153 \times 96 : 4673\frac{1}{2}$ oder $14688 : 4673\frac{1}{2}$. Dieses Verhältniss ist sehr wenig kleiner als $3\frac{1}{7} : 1$. Es ist also der Umfang des Polygons und daher um so mehr der Umfang des Kreises kleiner als $3\frac{1}{7}$ des Durchmessers.*) Um die untere Grenze für das Verhältniss des Kreisumfanges zum Durchmesser festzustellen, bedient sich Archimedes der entsprechenden eingeschriebenen Polygone, mit dem Sechseck beginnend



*) In Bezug auf das Détail der Rechnungen ist namentlich die Abhandlung von Herrn Günther: „Antike Näherungsmethoden im Lichte moderner Mathematik“ (Prag, 1878) zu beachten.

und dem Sechundneunzigeck abschliessend. Bei diesen Berechnungen aber wählt Archimedes mit derselben bewussten Sicherheit die auftretenden Quadratwurzelwerthe jedesmal so, dass die betreffende Polygonseite etwas zu klein angegeben wird. Er findet schliesslich, der Umfang des eingeschriebenen Sechsundneunzigecks stehe zum Durchmesser in grösserem Verhältniss als $6336 : 2017\frac{1}{4}$. Dieses Verhältniss aber ist grösser als $3\frac{10}{71} : 1$. Um so mehr ist folglich der Umfang des Kreises grösser als $3\frac{10}{71}$ des Durchmessers.

Die von Archimedes angegebene obere Grenze $3\frac{1}{7}$ für die Zahl π wird ihrer Einfachheit halber noch heute vielfach benutzt, wenn es sich nur um eine mittlere Genauigkeit handelt; die von ihm geschaffene Methode aber, den Kreisumfang mittelst eingeschriebener und umschriebener Polygone zu berechnen, blieb bis zur Ausbildung der Differential- und Integralrechnung, also fast zwei Jahrtausende hindurch, maassgebend. Der Werth $3\frac{1}{7} = \frac{22}{7}$ ist überdies noch desswegen so sehr bemerkenswerth, weil es unmöglich ist, bei Zulassung von nur zweistelligen Zahlen den Werth von π genauer auszudrücken als eben durch $\frac{22}{7}$. Es geht dies aus bekannten Eigenschaften der Kettenbrüche hervor. Entwickelt man nämlich $\pi = 3{,}1415926535\ldots$ in einen Kettenbruch, so findet man die Näherungsbrüche $\frac{3}{1}, \frac{22}{7}, \frac{333}{106}, \frac{355}{113}, \frac{103993}{33102}\ldots$, welche zeigen, dass $\frac{22}{7}$ dem Werthe π näher kommt als jeder andere Bruch, dessen Nenner kleiner ist als 106.

Von den späteren griechischen Mathematikern sei

noch der bekannte Astronom Ptolemäus (um 130 n. Chr.) erwähnt, der für π den Werth $3\frac{17}{120}(= 3{,}14166\ldots)$ benutzte, also den archimedischen Werth $3\frac{1}{7}$ $(= 3{,}1428\ldots)$ an Genauigkeit etwas überbot.*)

Ueber die Römer kann unsere Darstellung hinweggehen, sie haben das Problem der Kreismessung in keiner Weise gefördert. Von ganz anderem mathematischen Range dagegen waren die Inder und die Araber. Die ersteren gingen auf dem von Archimedes angegebenen Wege fort, mit dem Sechseck beginnend und durch stete Verdopplung der Seitenzahl bis zum 384-Eck vorschreitend. So konnte Aryabhatta (geb. 476 n. Chr.) dem archimedischen Werthe $\pi = 3\frac{1}{7}$ $(= 3{,}1428\ldots)$ den genaueren Werth $\pi = \frac{62832}{20000}(= 3{,}1416)$ hinzufügen.**) Die Araber sind an dieser Stelle besonders desswegen zu erwähnen, weil ihnen das Abendland die Ueberlieferung der griechischen und der indischen Mathematik verdankt.

Während des ganzen Mittelalters, welches an mathematischen Leistungen überhaupt sehr arm ist, hat das Problem der Kreismessung keinen einzigen nennenswerthen Fortschritt erfahren. Erst als nach der Eroberung von Constantinopel durch die Türken (1453) die griechische Cultur in Italien eine neue Heimstätte fand, als in der wunderbaren Zeit der Renaissance griechische Kunst und Wissenschaft auf italischem Boden zu neuer Blüthe sich entfalteten, begann auch das Interesse für mathematische Forschung wieder aufzuleben.

*) Cantor, I., pag. 357.

**) Siehe Cantor, I., pag. 549 u. folg.

Wie auf allen übrigen Gebieten übernahmen auch auf dem Gebiete der Mathematik für längere Zeit die Italiener die Führung.

So sehr nun auch die Verdienste zu schätzen sind, welche sich die grossen italienischen Mathematiker des 15. und 16. Jahrhunderts, unter ihnen namentlich Lucas Pacioli (um das Jahr 1470), Scipione dal Ferro (gest. 1526), Nicolo Tartaglia aus Brescia (1506 bis 1559), Cardano (1501—1576), Ferrari (1522—1565), um die Ausbildung der Mathematik, insbesondere der Theorie der algebraischen Gleichungen erworben haben, so ist durch sie das Problem von der Quadratur des Zirkels doch nur indirect gefördert worden. Wirkliche Fortschritte knüpfen sich erst an die Namen einiger holländischer und französischer Mathematiker des 16. Jahrhunderts an. So gelang es zunächst dem holländischen Mathematiker Metius*) (um das Jahr 1580) für

*) Nach einer Mittheilung seines Sohnes Adrianus Metius in dem Buche: Arithmeticae libri duo et Geometriae libri VI (Lugd. Batavorum 1626). Es heisst dort (pag. 178): „Quocirca praestat assumere eam peripheriae ad diametrum proportionem, quam ante annos aliquot reperit parens meus Confoederatarum Belgii Provinciarum Geometra insignis, qui Archimedeis demonstrationibus invenit proportionem peripheriae cujusvis circuli ad suam diametrum esse $3\frac{16}{113}$ id est $\frac{355}{113}$: quae quidem proportio minoribus constat terminis, quam ea quam posuit Mr. Ludolph, a qua tamen distat minori differentia quam $\frac{1}{1000000}$."

In der pag. 7 erwähnten Preisschrift wird auseinandergesetzt, wie der Vorname „Peter", welcher Metius unrichtiger Weise beigelegt worden ist, von den missverstandenen Initialen P. M. (Piae Memoriae) herrührt, deren sich der Sohn A. Metius bei der Erwähnung seines Vaters gelegentlich bediente. Siehe auch: Wolf, Handbuch der Astronomie (1890) Art. 60.

die Zahl π den schönen Werth $\frac{355}{113}$ ($= 3{,}1415929\ldots$) zu finden, der genauer war als alle bisher bekannten. Der Werth ist überdies desswegen von so grossem Interesse, weil er der Zahl π näher kommt als das Verhältniss irgend zweier anderer höchstens vierstelliger Zahlen. In der That zeigt die pag. 12 gegebene Reihe der Näherungsbrüche, dass das Verhältniss $\frac{355}{113}$ die Zahl π genauer ausdrückt als jeder andere Bruch, dessen Nenner kleiner als 33102. Ob Metius von dieser Eigenschaft Kenntniss hatte, ist allerdings nicht festzustellen.

Einen ganz besonderen Platz in der Geschichte der Quadratur des Zirkels darf der grosse französische Mathematiker Vieta (François Viète, geb. 1540 zu Fontenay, gest. 1603 zu Paris) beanspruchen.

In seinen Untersuchungen über die Kreismessung*) ging er von dem folgenden Satze aus: Wenn man einem Kreise zwei reguläre Polygone einschreibt, von denen das erste halb so viele Seiten besitzt wie das zweite, so verhält sich der Flächeninhalt des ersten Polygons zu dem des zweiten wie die Supplementarsehne (apotome) einer Seite des ersten Polygons zum Durchmesser.

Vieta ging nun von dem eingeschriebenen Quadrate über zum eingeschriebenen regulären Achteck, von diesem zum 16-Eck, dann zum 32-Eck u. s. f. bis in's Unendliche durch stete Verdopplung der Seitenzahl. Indem er dann die Supplementarsehne für die Seite eines jeden dieser Polygone berechnete, konnte er das Verhältniss

*) Francisci Vietae Opera mathematica (Ausgabe besorgt von Schooten, Lugduni Batavorum, 1646), pag. 398—400.

des Flächeninhaltes eines jeden Polygones zu dem des folgenden angeben. Durch Multiplication dieser unendlich vielen Verhältnisse erhielt er dann das Verhältniss des Flächeninhaltes des ersten Polygones, nämlich des Quadrates, zu dem des letzten Polygones, nämlich des Kreises.

Indem Vieta den, wie er selbst bemerkt, zuerst von Antiphon ausgesprochenen Gedanken in der angegebenen Weise wirklich durchführt, gelangt er zu dem sehr bemerkenswerthen Resultate, dass der Kreis, dessen Durchmesser gleich der Einheit ist, den Flächeninhalt besitzt:*)

$$\frac{1}{2\sqrt{\frac{1}{2}} \times \sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}} \times \sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}}} \times \ldots \text{ in inf.}}$$

Da dieser Flächeninhalt andrerseits gleich $\frac{\pi}{4}$ ist, so ergibt sich die Formel:

$$\frac{\pi}{2} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2}} \times \sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}} \times \sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}}} \times \ldots \text{ in inf.}}$$

Dieser merkwürdige Ausdruck dürfte nicht nur als die erste exacte analytische Darstel-

*) Wohl nur in Folge eines Versehens fehlt bei Vieta vor jedem inneren Wurzelzeichen der Factor $\frac{1}{2}$, was auch schon Klügel (Wörterbuch, Art. Goniometrie) bemerkt hat. Bezeichnet man nämlich die Supplementarsehne der Seite eines regulären n-Ecks mit s_n und den Durchmesser mit 1, so ist $s_{2n} = \sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}s_n}$. Es ist aber $s_4 = \sqrt{\frac{1}{2}}$, also $s_8 = \sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}}$ u. s. f. Montucla hat die unrichtige Vieta'sche Formel sowohl in seiner allgemeinen Geschichte als in dem citirten Specialwerk wiedergegeben.

lung für die Zahl π zu bezeichnen sein, sondern auch als das erste Beispiel der Darstellung einer Zahl durch ein unendliches Product.

Ausser dieser Formel für den Flächeninhalt hat Vieta aber auch noch, »indem er den Spuren des Archimedes folgte«, mittelst eingeschriebener und umschriebener Polygone, mit dem Sechseck beginnend und mit dem 2^{16}. 6-Eck abschliessend, die durch den folgenden Satz bestimmten engeren Grenzen für die Zahl π gegeben*): Setzt man den Durchmesser eines Kreises gleich 100000, so ist sein Umfang grösser als $314159\frac{26535}{100000}$, aber kleiner als $314159\frac{26537}{100000}$.

Der von Vieta erreichte Genauigkeitsgrad wurde bald von dem holländischen Mathematiker Adrianus Romanus (gest. 1616) überboten, der die Zahl π auf 15 Decimalen berechnete, namentlich aber von Ludolph van Ceulen (geb. zu Hildesheim 1539, gest. als Professor der Mathematik in Leyden 1610). In der Schrift »De circulo et adscriptis« setzt Ludolph seine im Jahre

---

Euler hat später auf trigonometrischem Wege und, wie es scheint, ohne die Vieta'sche Formel gekannt zu haben, eine Verallgemeinerung derselben gegeben in der Abhandlung: „Variae observationes circa angulos in progressione geometrica progredientes“ (Opercula analyt., I., pag. 346). Es heisst dort: „Hinc igitur ipse arcus s per ejus sinum et cosinus arcuum continuo in ratione dupla decrescentium ita pulcherrime definitur, ut sit

$$s = \frac{\sin s}{\cos\frac{1}{2}s \cdot \cos\frac{1}{4}s \cdot \cos\frac{1}{8}s \cdot \cos\frac{1}{16}s \ldots .}$$

“

Für $s = \frac{\pi}{2}$ geht diese Euler'sche Formel in die Vieta'sche über, die für die logarithmische Berechnung von π sehr geeignet ist, wie Euler a. a. O. weiter ausführt.

*) Opera, pag. 392.

1586 begonnenen Berechnungen auseinander und zeigt, wie er durch fortgesetzte Verdopplung der Seitenzahl eingeschriebener und umschriebener Polygone schliesslich das Verhältniss des Umfanges zum Durchmesser auf 35 Decimalstellen habe angeben können.*) Nach Ludolph ist:

$$\pi = 3{,}14159265358979323846264338327950288\ldots.$$

Bei aller Achtung vor dem riesenhaften Fleisse und der ungeheueren Geduld, welche Ludolph durch diese Rechnungen bekundete, muss es uns heute doch befremdlich erscheinen, dass die Zahl π gerade nach demjenigen Mathematiker benannt worden ist und noch benannt wird, der verhältnissmässig vielleicht am wenigsten Originalität bei ihrer Ermittlung gezeigt hat und dessen Leistungen, vom mathematischen Standpunkte aus betrachtet, doch nicht im entferntesten das Interesse beanspruchen können, welches uns die Kreismessung des Archimedes noch heute einflösst.

Von ungleich höherem Werthe erscheinen da die schönen Sätze, durch welche die beiden grossen holländischen Mathematiker und Physiker Willibrord Snellius (geb. 1580**) zu Leyden, gest. daselbst als Professor der Mathematik 1626) und namentlich Christian Huygens (geb. im Haag 1629, gest. daselbst 1695) die Theorie der Kreismessung bereicherten. Snellius und Huygens müssen als die ersten bezeichnet werden, welche anfingen, die von Archimedes geschaffene Methode der numerischen Rectification wesentlich umzugestalten und ihr neue Gedanken zuzuführen. In dem schönen Buche

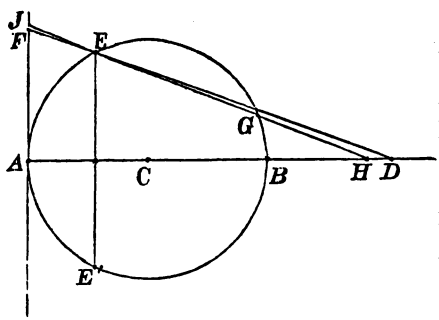
*) Vergleiche auch: Wolf, Handbuch der Astronomie, Art. 60.

**) Siehe Wolf, Handbuch, Art. 9.

»Cyclometricus« (Lugd. Bat. 1621) zeigte Snellius, dass man für die Bestimmung der Länge eines Kreisbogens nicht auf die verhältnissmässig doch weit auseinanderliegenden Grenzen angewiesen sei, welche durch die Seiten des zu dem Bogen gehörigen eingeschriebenen und umschriebenen Polygones geliefert werden, sondern dass man engere Grenzen angeben könne, ohne genöthigt zu sein, Polygone von grösserer Seitenzahl zu Hilfe zu nehmen.

Das Fundament der Snellius'schen Untersuchungen bilden die beiden folgenden Sätze, deren Beweise später von Huygens vervollständigt wurden:

Verlängert man den Durchmesser AB eines Kreises um den Radius, so dass $BD = AC$ ist,



und zieht durch D eine beliebige Grade, welche den Kreis in einem Punkte E und die Tangente von A in einem Punkte F trifft, so ist allemal AF kleiner als der Bogen AE. Wenn man dann aber durch den Punkt E eine Grade $JEGH$ so legt, dass der Abschnitt GH gleich dem Radius ist, so ist allemal AJ grösser als der Bogen AE.*)

*) Cyclometricus, Propositio, 27 u. 29. Die verbesserten Beweise befinden sich in der 1654 geschriebenen Abhandlung von Huygens: „De circuli magnitudine inventa", Prop. 15 u. 16. (Hugenii, Opera varia, I., pag. 357—387.)

Die grosse Abkürzung, welche bei Benutzung der durch diese Sätze vermittelten ausserordentlich engen Grenzen die Berechnung des Kreisumfanges erfährt, setzte dann Snellius (Cycl. Prop. 31) in folgender Weise in Evidenz. Bei Zugrundelegung des eingeschriebenen und umschriebenen Sechsecks erhält man nach Archimedes für π die Grenzen 3 und 3,464. Benutzt man dagegen unter den gleichen Voraussetzungen (indem man also EE' als die Seite des eingeschriebenen Sechsecks annimmt) die beiden obigen Sätze, so erhält man für π bereits die Grenzen 3,14022 und 3,14160, die also sogar noch enger sind als die von Archimedes mit Hülfe des 96-Ecks mühsam berechneten. Legte aber Snellius seinen Berechnungen das 96-Eck zu Grunde (d. h. betrachtete er EE' als Seite eines 96-Ecks), so ergaben sich bereits die Grenzen 3,1415926272 und 3,1415928320 u. s. f. Endlich verificirte Snellius sogar die von Ludolph gefundenen Grenzen mit unverhältnissmässig viel geringerem Aufwand von Rechnung, als ohne die Benutzung seiner Sätze erforderlich wäre.

Wie schon bemerkt, hat Huygens später die Snellius'schen Sätze in der höchst bemerkenswerthen Abhandlung »De circuli magnitudine inventa« sorgfältig bewiesen. Er hat sich aber damit nicht begnügt, sondern auch eine Reihe von Sätzen (vergl. namentlich Prop. 5, 6, 7, 19 der genannten Schrift) entwickelt, die noch engere Grenzen liefern, als die von Snellius bestimmten. Besondere Beachtung verdient namentlich das folgende Theorem (Prop. 19):

Bezeichnet man mit P, p und p', resp. den Umfang eines Kreises, den Umfang des ein-

geschriebenen regulären $2n$-Ecks und den des n-Ecks, so gilt die Ungleichheit:

$$p + \frac{p+p'}{3} < P < p + \frac{p+p'}{3}\,\frac{4p+p'}{2p+3p'}.$$

Indem Huygens durch eine geschickte Combination dieser beiden Grenzen noch eine schärfere untere Grenze herstellte (Prop. 20), zeigte er, wie bei Benutzung nur eines 60-Eckes für π sich bereits die Grenzen 3,1415926533 und 3,1415926538 ergeben, während man nach der Snellius'schen Methode selbst bei Benutzung eines 96-Eckes doch nur die 6 ersten, und gar nach der Archimedischen nur die 2 ersten Decimalstellen erhält!

Durch die classischen Arbeiten von Snellius und Huygens*) erreichte die von Archimedes begründete Methode der eingeschriebenen und umschriebenen Polygone ihre höchste Ausbildung, aber auch ihren Abschluss. Denn die in der zweiten Hälfte des 17. Jahrhunderts durch die Arbeiten von Huygens, Fermat, Wallis, Brouncker und Anderer vorbereitete, namentlich aber durch Newton (1642—1727) und Leibnitz (1646—1716) begründete Analysis des Unendlichen veränderte die Anschauungen und die Methoden in den mathematischen Wissenschaften von Grund auf. Waren es früher die eingeschriebenen und umschriebenen Polygone, deren man sich ausschliesslich zur Kreismessung bediente, so trat

*) Bei einer ausführlicheren Darstellung, als sie hier beabsichtigt ist, wäre noch die Huygens'sche Abhandlung: „Theoremata de quadratura hyperboles, ellipsis et circuli ex dato portionum gravitatis centro" zu berücksichtigen (Opera I, pag. 315) und namentlich auch die in dem gleichen Bande (pag. 405—482) enthaltene, zwischen Huygens und J. Gregory ausgetauschte „de circuli et hyperbolae quadratura controversia". (Vergl. auch Legendre's Éléments de géometrie, Note 3.)

jetzt das Bestreben in den Vordergrund, die Zahl π durch analytische Ausdrücke, denen eine unendliche Reihe von Operationen zu Grunde liegt, darzustellen.

So fand Wallis (geb. 1616, gest. als Professor der Mathematik in Oxford 1703) die Darstellung der Zahl π durch ein unendliches Product, indem er in seiner Arithmetica infinitorum (Opera I, pag. 467) bewies, dass

$$\frac{\pi}{2} = \frac{2}{1} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{8}{7} \cdot \frac{8}{9} \cdot \ldots$$

sei, eine Darstellung, die vor der Vieta'schen den grossen Vorzug besitzt, dass nur rationale Operationen verlangt werden; so gab ferner Lord Brouncker (1620—1684) die merkwürdige Formel:

$$\frac{4}{\pi} = 1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{9}{2 + \cfrac{25}{2 + \cfrac{49}{2 + \cfrac{81}{2 + \ldots}}}}},$$

welche die Zahl π durch einen unendlichen Kettenbruch berechnen lehrt. Brouncker hatte diese Formel ohne Beweis Wallis mitgetheilt, der dann in seiner Arithmetica infinitorum ihre Richtigkeit bewies.*)

Die Hauptrolle aber bei allen weitern Untersuchungen über die Kreismessung spielt die von Gregory (1670) und Leibnitz (1673) gefundene Reihe, welche den zu einer gegebenen trigonometrischen Tangente x gehörigen (durch den Radius gemessenen) Bogen arctg x darstellt, nämlich:

*) Euler hat in seiner Introductio in analysin infinitorum (I, Cap. 18, pag. 305) die Brouncker'sche Formel als einen speciellen Fall viel allgemeinerer Entwicklungen nachgewiesen. In dem gleichen Werke beweist Euler auch die Wallis'sche Formel durch Entwicklung von $\sin \frac{m\pi}{2n}$ und $\cos \frac{m\pi}{2n}$ in unendliche Producte (I, Cap. 11, pag. 146).

$$\text{arctg } x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \ldots \text{ in inf.}$$

Setzt man in dieser Reihe die Tangente $x = 1$, so wird der Bogen arctg $x = \frac{\pi}{4}$ und man erhält die sogenannte Leibnitz'sche Reihe:

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \ldots,$$

welche zwar die von Vieta, Wallis und Brouncker gegebenen Darstellungen an Einfachheit weit übertrifft, aber doch zu langsam convergirt, um für die practische Berechnung von π benutzt werden zu können. Man kann aber aus der Reihe für arctg x andere sehr rasch convergirende Reihen ableiten, wenn man den Bogen von 45°, d. h. $\frac{\pi}{4}$, in mehrere Theile zerlegt und die Formel $\text{tg}(a+b) = \frac{\text{tg } a + \text{tg } b}{1 - \text{tg } a \text{ tg } b}$ anwendet, welche man für $\text{tg } a = x$ und $\text{tg } b = y$ auch in der Form schreiben kann:

$$\text{arctg } x + \text{arctg } y = \text{arctg } \frac{x+y}{1-xy}.$$

Auf diese Weise fand der englische Mathematiker Machin (1706), dass das Vierfache des Bogens, dessen Tangente gleich $\frac{1}{5}$ ist, den Bogen $\frac{\pi}{4}$ nur um äusserst wenig übertrifft, nämlich um einen Bogen, dessen Tangente genau gleich $\frac{1}{239}$ ist, so dass also die Relation besteht:

$$\frac{\pi}{4} = 4 \text{ arctg } \frac{1}{5} - \text{arctg } \frac{1}{239}.$$

Mit Benutzung der Reihe für arctg x lieferte dies aber für π die Darstellung:

$$\frac{\pi}{4} = 4\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{3 \cdot 5^3} + \frac{1}{5 \cdot 5^5} - \frac{1}{7 \cdot 5^7} + \ldots\right) - \left(\frac{1}{239} - \frac{1}{3 \cdot 239^3} + \frac{1}{5 \cdot 239^5} - \frac{1}{7 \cdot 239^7} + \ldots\right),$$

welche für die practische Berechnung von π ausser-

ordentlich geeignet ist. Beide Reihen, namentlich die zweite, sind sehr stark convergent, so dass man bereits mit wenigen Gliedern einen hohen Genauigkeitsgrad erreicht. Ueberdies ist die erste Reihe für die practische Berechnung noch desswegen so bequem, weil der Quotient der Glieder $\frac{1}{5}, \frac{1}{5^3}, \frac{1}{5^5}, \ldots$ gleich $\frac{1}{25} = \frac{4}{100}$ ist. So war denn Machin im Stande, die Zahl π bis auf hundert Decimalen zu ermitteln.

Man ist dabei nicht stehen geblieben. Der Sport bemächtigte sich allmählich der Aufgabe, und so sind wir heute in der glücklichen Lage, die Zahl π bis auf 700 Decimalen zu kennen, weit genauer als irgend eine der einfachsten Irrationalitäten, wie etwa $\sqrt{2}$. Dass derartige Berechnungen weder wissenschaftlichen noch practischen Werth haben, liegt auf der Hand. Man wird bei den feinsten wissenschaftlichen Untersuchungen niemals in die Lage kommen, die Zahl π selbst nur bis auf 15 Decimalen benutzen zu müssen, und eine derartige Benutzung ist namentlich dann als geradezu sinnlos zu bezeichnen, wenn man nicht im Stande ist, die übrigen in die Rechnung eintretenden Grössen sämmtlich mit einer entsprechenden Genauigkeit anzugeben.*)

Bevor wir zu demjenigen Mathematiker übergehen, der den Untersuchungen über die Kreismessung ganz neue Bahnen anwies und geradezu die Grundlage schuf für eine erfolgreiche wissenschaftliche Inangriffnahme der Frage nach der Möglichkeit einer Quadratur des Zirkels — es bedarf kaum der Erwähnung, dass wir von

*) Welchen Genauigkeitsgrad z. B. 15 oder gar 100 Decimalstellen bieten, ist von Herrn Schubert in der mehrmals genannten Abhandlung sehr anschaulich dargestellt worden.

Leonhard Euler sprechen — wird es am Platze sein, einen kurzen Rückblick auf das zu werfen, was in Bezug auf unser Problem bis zur Mitte des vorigen Jahrhunderts geleistet worden war.

Durch die von Archimedes begründeten und von Huygens zum Abschluss gebrachten Untersuchungen über die eingeschriebenen und umschriebenen Polygone sowohl als auch durch die Forschungen, welche sich seit der zweiten Hälfte des 17. Jahrhunderts auf die Analysis des Unendlichen, insbesondere auf die Theorie der unendlichen Reihen stützten, waren Methoden*) ausgebildet worden, mit Hülfe deren die Ausmessung des Kreises bis zu jedem noch so hohen Genauigkeitsgrade ausgeführt werden konnte. Kannte man nun aber auch die Zahl π bis auf mehr als 100 Decimalen, hatte man auch wissenschaftlich sehr interessante und practisch vortrefflich verwendbare Darstellungen für dieselbe erhalten, so war doch die Natur dieser wichtigen und merkwürdigen Zahl insofern noch genau ebenso unbekannt, wie im Alterthume, als man noch nicht einmal wusste, ob π eine rationale oder irrationale Zahl sei. Auch die Frage nach der Möglichkeit der Quadratur des Zirkels war noch eine eben so dunkle wie zur Zeit des Archimedes, ja man hatte für eine wissenschaftliche Behandlung dieser Frage noch nicht einmal die richtige Formulirung gewonnen. Wohl hatte es zu allen Zeiten Leute gegeben, welche im Be-

**) Es darf an dieser Stelle wohl auch an die den Lesern der „Vierteljahrschrift" wohlbekannten Würfelversuche erinnert werden, durch welche Herr Prof. Wolf die Zahl π gewissermassen experimentell ermittelte (Jahrgang 26 u. 27), sowie an seine in den Berner Mitth. (1850) enthaltenen interessanten Untersuchungen über das Laplace'sche Nadelproblem.

sitze einer Quadratur zu sein wähnten, aber diese Quadraturen hatten sich stets doch nur als mehr oder weniger gute Annäherungen erwiesen, so selbstbewusst sie wohl auch von ihren Urhebern als genaue Lösungen des Problems angekündigt worden waren. Dass auch solche Arbeiten unter Umständen die Wissenschaft fördern konnten, sei es, dass sie nur zur Schärfung der Kritik beitrugen, sei es, dass sie auch selbst, von einzelnen Irrthümern abgesehen, neue und interessante Wahrheiten enthielten, zeigt unter Anderem das Beispiel des Grégoire de Saint-Vincent und seines mit Descartes und Huygens ausgefochtenen Streites.*)

Auch ein Beweis für die Unmöglichkeit der Quadratur des Zirkels war schon versucht worden und zwar von dem schon mehrmals erwähnten englischen Mathematiker Jac. Gregory (1638—1675), der Beweis konnte aber von Huygens (siehe pag. 21, Anmerk.) als unrichtig nachgewiesen werden.

So lagen die Verhältnisse, als Leonhard Euler (geb. 1707 zu Basel, gest. 1783 zu Petersburg) seine reiche, auf alle Gebiete des mathematischen Wissens sich erstreckende Thätigkeit zu entfalten begann. Indem wir an dieser Stelle ganz absehen von den grossen Verdiensten, die sich Euler speciell um die Kreismessung durch eine sorgfältige Ausbildung der Theorie der trigonometrischen Functionen, namentlich auch durch Einführung einer zweckmässigen Bezeichnung derselben**), er-

*) Huygens, Opera varia I, pag. 328.

**) Es braucht nur daran erinnert zu werden, dass die Bezeichnungen sin z, cos z, tang z, cot z erst von Euler eingeführt wurden, dass erst Euler diese Grössen als analytische Grössen, als Functionen ihres Winkels, betrachtete, während sie bei den

worben hat, indem wir ferner absehen von den vielen interessanten Darstellungen, welche er für die Zahl π in der Form von unendlichen Reihen, Producten und Kettenbrüchen in zahllosen Abhandlungen*), insbesondere aber in seinem classischen Werke: »Introductio in analysin infinitorum« (Lausannae 1748) gegeben hat, heben wir nur hervor, dass Euler es gewesen ist, der zuerst den für die Folge so äusserst wichtigen Zusammenhang der Zahl π mit der Basis der natürlichen Logarithmen erkannt hat, d. h. mit der durch die unendliche Reihe:

$$e = 1 + \frac{1}{1} + \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} + \ldots .$$

früheren Mathematikern einfache Linien bedeuteten und nicht, wie seit Euler, die Verhältnisse dieser Linien zum Kreisradius. Will man sich einmal eine Vorstellung davon verschaffen, wie viel wir Euler in dieser Hinsicht verdanken und inwiefern man Euler geradezu als den Schöpfer unserer modernen mathematischen Sprache bezeichnen kann, so vergleiche man etwa das Kapitel: „De quantitatibus transcendentibus ex circulo ortis" der Introductio mit der in dem oben erwähnten Werke des Adrianus Metius enthaltenen Trigonometria (pag. 89—118) oder mit der Vieta'schen Abhandlung: „Ad angulares sectiones theoremata" (pag. 287—304 der Schooten'schen Ausgabe) oder selbst noch mit den in den Actis eruditorum enthaltenen Abhandlungen von Johann Bernoulli.

Mit der Reform der Goniometrie und Trigonometrie durch Euler beschäftigen sich ausführlich die Art. 40, 64, 65, 66, 90 des wiederholt genannten neuen Handbuches der Astronomie von Herrn Prof. Wolf.

*) Vergl. z. B.: „Variae observationes circa series infinitas" (Comment. Acad. Petrop. IX, pag. 160), sowie „De variis modis circuli quatraturam numeris proxime exprimendi" (Ebendaselbst pag. 222); ferner die bei Gelegenheit der Vieta'schen Formel citirte Abhandlung: „Variae observationes circa angulos in progressione geometrica progredientes" (Opusc. anal. I, pag. 345) etc.

definirten Zahl, welche, als Decimalbruch geschrieben, mit 2,718281828459045 . . . beginnt.*)

Versteht man nämlich unter e^z die durch die beständig convergirende Potenzreihe:

$$e^z = 1 + \frac{z}{1} + \frac{z^2}{1 \cdot 2} + \frac{z^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \ldots .$$

definirte Exponentialfunction, so bestehen nach Euler (Introductio I, pag. 104) die Relationen:

$$\cos v = \frac{e^{iv} + e^{-iv}}{2}, \quad \sin v = \frac{e^{iv} - e^{-iv}}{2i},$$

die man auch in der Form schreiben kann:

$$e^{iv} = \cos v + i \sin v\,, \quad e^{-iv} = \cos v - i \sin v.$$

Setzt man in diesen Euler'schen Formeln $v = \pi$, so erhält man:

$$e^{\pi i} = -1 \text{ oder } e^{2\pi i} = 1.$$

Diese zwischen den Zahlen e und π bestehende fundamentale Relation enthält den Schlüssel für die Lösung der Frage nach der Möglichkeit der Quadratur des Zirkels.

Nicht lange nach dem Erscheinen der Introductio, im Jahre 1766, konnte Lambert (geb. 1728 zu Mülhausen**), gest. 1777 als Oberbaurath in Berlin, wohin er

---

*) Die Bezeichnung e für die Basis der natürlichen Logarithmen stammt von Euler (Introductio I, pag. 90). Auch die Bezeichnung π für das Verhältniss des Kreisumfanges zum Durchmesser ist erst von Euler eingeführt worden; die Mathematiker vor ihm umschrieben das Verhältniss immer durch Worte. (Vergl. übrigens in Bezug auf diese Frage: „Enneström, Bibl. math. 1889, pag. 28“.)

**) Mülhausen gehörte damals schon seit mehr als 200 Jahren zu den der Schweizerischen Eidgenossenschaft zugewandten

von Friedrich dem Grossen berufen worden war) auf Grund Euler'scher Entwicklungen den ersten Beweis für die Irrationalität der beiden so eng mit einander verbundenen Zahlen e und π geben. In der schönen, höchst lesenswerthen Abhandlung; »Vorläufige Kenntnisse für die, so die Quadratur und Rectification des Circuls suchen« (Beiträge zum Gebrauche der Mathematik und deren Anwendung, II, pag. 140*) bewies Lambert die beiden grundlegenden Sätze:

1) Ist x eine von Null verschiedene rationale Zahl, so kann e^x niemals rational sein. Daraus folgt dann von selbst, dass der natürliche Logarithmus einer, von 1 verschiedenen, rationalen Zahl niemals rational sein kann.

2) Es können x und tang x niemals gleich-

Orten und war auch im Westfälischen Frieden ausdrücklich als zur Eidgenossenschaft gehörig bezeichnet worden. Mit Frankreich wurde es bekanntlich erst 1798 vereinigt. In der That „betrachtete sich Johann Heinrich Lambert fortwährend als Schweizer und wurde auch von seinen Zeitgenossen, so lange er noch keine gelehrten Titel hatte, als „Mülhusino-Helvetus" bezeichnet." Die interessante Biographie dieses höchst originellen Mannes, der es vom einfachen Schneiderlehrling zu einem der grössten Gelehrten seines Jahrhunderts gebracht hat, findet sich im dritten Bande der „Biographieen zur Kulturgeschichte der Schweiz" von Herrn Prof. Dr. R. Wolf.

*) Wie Lambert in der Vorrede bemerkt, ist diese Abhandlung im Jahre 1766 vor derjenigen geschrieben worden, die er einige Monate nachher in der Akademie der Wissenschaften vorgelesen hat und welche den Titel trägt: „Mémoire sur quelques propriétés remarquables des quantités transcendentes circulaires et logarithmiques.

zeitig rationale Zahlen sein, so lange x von Null verschieden ist.

Da die Lambert'sche Abhandlung den ersten entscheidenden Schritt für die Ergründung der Natur der Zahlen e und π enthält, so wird es nicht ungerechtfertigt erscheinen, wenn die wichtigsten Stellen der interessanten Schrift hier wörtlich wiedergegeben werden. Lambert beginnt mit den Worten:

»Ich kann mit einigem Grunde zweifeln, ob gegenwärtige Abhandlung von denjenigen werde gelesen oder auch verstanden werden, die den meisten Antheil daran nehmen sollten, ich meyne von denen, die Zeit und Mühe aufwenden, die Quadratur des Circuls zu suchen. Fs wird sicher genug immer solche geben, und solte man die, so in den folgenden Zeiten sich damit beschäftigen, nach denen beurtheilen, die sich bisher damit beschäftigt haben, so werden es grösstentheils solche seyn, die von der Geometrie wenig verstehen, und ihre Kräfte zu schätzen nicht im Stande sind. Was aber den meisten an Erkenntniss und Verstand abgeht, und wo sie mit richtigen und zusammenhängenden Schlüssen nicht ausreichen, das ersetzt die Ruhm- und Geldbegierde durch Sophismata, die öfters auch weder sehr fein, noch sehr versteckt sind. Es hat auch Fälle gegeben, wo solche Leute feste geglaubt haben, man versage ihren vermeyntlichen Beweisen den Beyfall bloss aus Neid und Missgunst. Es geht auch unter ihnen eine Sage herum, als wenn in England und Holland eben so grosse Preisse und Belohnungen wären auf die Quadratur des Circuls gesetzt worden, als auf die Erfindung der geographischen Länge zur See . . .« Lambert spricht dann von verschiedenen solcher Quadra-

toren, deren fehlerhafte Resultate er mit Hülfe der auf mehr als 100 Decimalen bekannten Ludolphischen Zahl prüft und fährt fort: »Ob die Verhältniss des Diameters zum Umkreise durch einen rationalen Bruch ausgedrückt werden könne, ist, meines Wissens, noch nicht erörtert. Sturm hat zwar diese Frage zu verneinen gesucht: allein sein Beweis ist mangelhaft, weil es allerdings unendliche Reihen giebt, deren Summa rational ist, ungeachtet alle Glieder irrational sind. Da demnach die Sache noch zu erörtern bleibt, so kann es immer noch Leute geben, die mit Aufsuchung solcher rationalen Brüche ihre Zeit verlieren, oder durch irrige Schlüsse dergleichen auf die Bahn bringen. Nun ist zwar bey jedem, vermittelst der Ludolphischen Zahlen, die Probe bald gemacht. Allein, wenn auch der fürgegebene Bruch dadurch verworffen wird, so kann noch immer die Lust bleiben, andere zu suchen. Nun lässt sich diese Lust so geringe machen, dass man das Aufsuchen solcher Brüche leicht wird bleiben lassen. Denn wenn auch die Verhältniss des Diameters zum Umkreise sich genau durch einen rationalen Bruch ausdrücken liesse, so kann man ... aus den Ludolphischen Zahlen erweisen, dass es ein sehr grosser Bruch seyn müsse. Diese Zahlen lassen sich nemlich in Brüche verwandeln, welche der Ordnung nach grösser und zugleich auch genauer werden. Die Methode und die dabey zu gebrauchende Vorsichtigkeit, habe ich in der Abhandlung von Verwandlung der Brüche (§ 17) angezeigt und durch Beyspiele erläutert. Nach dieser Methode fand ich für das Verhältniss des Diameters zum Umkreis folgende rationale Brüche oder Verhältnisse:

1 : 3
7 : 22
106 : 333
113 : 355
33102 : 103993
33215 : 104348
66317 : 208341
99532 : 312689
265381 : 833719
364913 : 1146408
1360120 : 4272943
1725033 : 5419351
25510582 : 80143857
52746197 : 165707065
78256779 : 245850922
131002976 : 411557987
340262731 : 1068966896
811528438 : 2549491779
1963319607 : 6167950454
4738167652 : 14885392687
6701487259 : 21053343141
567663097408 : 1783366216531
1142027682075 : 3587785776203
1709690779483 : 5371151992734
2851718461558 : 8958937768937
107223273857129 : 336851849443403
324521540032945 : 1019514486099146 etc.

Von diesen Verhältnissen ist nun jede folgende genauer als die vorhergehende, und zwischen dieselben fällt keine rationale Verhältniss, die genauer wäre, als die nächst grössere unter den hier angegebenen. Demnach wenn auch die Verhältniss des Diameters zum Umkreise durch ganze Zahlen genau sollte ausgedrückt werden können, so müssten diese Zahlen nothwendig grösser als die letzten:

324521540032945 : 1019514486099146

von den hier angegebenen seyn. Diese zwo Zahlen geben die Ludolphische bis auf die 25te Decimalstelle. Wenn sie aber auch ganz genau wären, so sieht man leicht, dass es weitläuftig und beschwerlich wäre damit zu rechnen. Übrigens entstehen alle diese Verhältnisse aus der Fractio continua

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{7}+\frac{1}{15}+\frac{1}{1}+\frac{1}{292}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{3}+\frac{1}{1}+\frac{1}{14}+\frac{1}{2}+a$$

wobei

$$a=\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{84}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{37}+\frac{1}{3}+\text{etc.}$$

ist. Weiter habe ich die Berechnung von dieser Fractio continua aus den Ludolphischen Zahlen nicht verfolgt. Und so werde ich auch nicht sagen, ob sie, wenn weiter fortgearbeitet wird, irgend abgebrochen werde. Wäre dieses, so liesse sich die Verhältniss des Diameters zum Umkreise durch ganze, wiewohl ungeheuer grosse Zahlen ausdrücken. Ich habe aber in vorbemeldeter Abhandlung von Verwandlung der Brüche (§ 23) eine andere Fractio continua angegeben, welche nach einem gewissen Gesetze ins Unendliche fortgeht, und die Hofnung, die

Verhältniss des Diameters zum Umkreise durch ganze Zahlen zu bestimmen, ganz benimmt.

Es giebt in der Mathematik noch andere Grössen, von denen es sich eben so viel der Mühe lohnte, zu suchen, ob sie durch rationale Brüche, oder auf eine geschmeidigere Art ausgedrückt werden können, als es noch dermalen durch Decimalzahlen geschieht. Dahin kann besonders die Zahl 2,7182818284590452353602 8 . . gerechnet werden, deren hyperbolischer Logarithmus = 1 ist. Diese Zahl ist in Absicht auf die Logarithmen eben das, was die Ludolphischen Zahlen in Absicht auf den Circul sind, und daher in Absicht auf trigonometrische und andere Rechnungen von gleicher Erheblichkeit. Fragt man demnach, warum denn nur die Ludolphischen Zahlen so viel Wesens machen? so wird diese Frage theils nur aus der Geschichte der Mathematik, und theils auch dadurch beantwortet werden können, dass die Begriffe Circul, Vierecke, Grösse, gleich jedermann bekannt sind, welches sich von dem Begrif hyperbolische Logarithmen nicht sagen lässt, weil dieser Begrif erst durch den Infinitesimalcalcul bekannt worden, und ohne die Erlernung dieses Calculs nicht wohl deutlich gemacht werden kann. Wäre den meisten unter denen, so die Quadratur des Circuls suchen, nicht dieser Riegel geschoben, so würden, allem Ansehen nach, eben so viel vergebliche Bemühungen und fehlgeschlagene Versuche, in Ansehung der Zahl 2,7182818284590452353602 . . . zum Vorschein kommen, als in Ansehung der Ludolphischen Zahlen zum Vorschein gekommen sind. Es lässt sich aber auch diese Zahl nicht durch einen rationalen Bruch genau ausdrücken. Denn setzt man dieselbe Kürze halber = e, so ist

$$e = 1 + \frac{2}{1} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \frac{1}{14} + \frac{1}{18} + \frac{1}{22} + \frac{1}{26} + \text{etc. oder}$$

$$\frac{e-1}{e+1} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \frac{1}{14} + \frac{1}{18} + \text{etc. oder}$$

$$\frac{ee-1}{ee+1} = \frac{1}{1} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} + \text{etc. und überhaupt}$$

$$\frac{e^x-1}{e^x+1} = \frac{1}{\frac{2}{x} + \frac{1}{\frac{6}{x} + \frac{1}{\frac{10}{x} + \frac{1}{\frac{14}{x} + \text{etc.}}}}}$$

Da diese Brüche immer fortgehen, so lässt sich auch weder e noch e^x durch einen rationalen Bruch genau ausdrücken, wenn nemlich x eine rationale Zahl oder Bruch ist. Ich habe übrigens diese Formeln nach der Methode gefunden, die ich in vorbemeldter Abhandlung von Verwandlung der Brüche (§§ 19 seqq.) angegeben habe. Die Veranlassung aber diese Formeln zu suchen, gab mir des Herrn Eulers Analysis infinitorum, wo der Ausdruck

$$\frac{e-1}{2} = \frac{1}{1} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \frac{1}{14} + \frac{1}{18} + \text{etc.}$$

in Zahlen berechnet, in Form eines Beyspiels vorkömmt.

Auf eben diese Veranlassung ginge ich weiter, und fand in Absicht auf die Circulbögen den Ausdruck

$$\text{tang } v = \cfrac{1}{\frac{1}{v} - \cfrac{1}{\frac{3}{v} - \cfrac{1}{\frac{5}{v} - \cfrac{1}{\frac{7}{v} - \cfrac{1}{\frac{9}{v} - \text{etc.}}}}}}$$

Aus diesem immer fortgehenden Bruche lassen sich, in Absicht auf die unbestimmte Quadratur des Circuls, verschiedene Folgen ziehen. Man setze n eine ganze Zahl und mache $v = \frac{1}{n}$; so ist

$$\text{tg } v = \cfrac{1}{n - \cfrac{1}{3n - \cfrac{1}{5n - \cfrac{1}{7n - \cfrac{1}{9n - \cfrac{1}{11n} - \text{etc.}}}}}}$$

Da dieser Bruch immer fortgeht, so folgt daraus, dass, so oft ein Circulbogen eine Pars aliquota des Halbmessers ist, die Tangente desselben nothwendig irrational sey. Denn wäre die Tangente rational, so könnte dieser Bruch nicht in einem fortgehen, sondern müsste irgend aufhören« ....

»Da demnach die Tangente eines jeden rationalen Bogens irrational ist, so ist hinwiederum auch der Bogen einer jeden rationalen Tangente irrational. Denn man setze, der Bogen wäre rational, so würde der Voraussetzung zuwider die Tangente, vermöge des erst erwiesenen, irrational sein.

Wir haben in den trigonometrischen Tabellen eine rationale Tangente, nemlich die von 45 Gr., welche dem

Halbmesser gleich und demnach = 1 ist. Damit ist also der Bogen von 45 Gr. und folglich auch der Bogen von 90, 180, 360 Gr. irrational, oder diese Bögen haben zu dem Halbmesser des Circuls kein rationales Verhältniss » . . .

Dem Lambert'schen Beweise für die Irrationalität von π fehlte zur völligen Strenge ein Hülfssatz über die Irrationalität gewisser Kettenbrüche, den später Legendre (1752—1833) in seinen im Jahre 1794 veröffentlichten »Éléments de Géometrie« (Note 4) hinzufügte und der in etwas vervollständigter Form*) sich so aussprechen lässt:

Sind im endlichen Kettenbruche

$$\frac{a_1}{b_1} + \frac{\varepsilon a_2}{b_2} + \frac{\varepsilon a_3}{b_3} + \ldots + \frac{\varepsilon a_n}{b_n} + \ldots,$$

wo ε gleich $+1$ oder -1 ist, die Theilzähler a_n und die Theilnenner b_n sämmtlich natürliche Zahlen, welche von einem bestimmten Werthe von $n: n = m$ an, falls $\varepsilon = +1$ der Relation $b_n \geqq a_n$, falls $\varepsilon = -1$ ist, der Relation $b_n \geqq a_n + 1$ genügen, jedoch so, dass in der letzteren für unzählige Werthe von n das obere Zeichen gilt; so ist der Grenzwerth des Ketttenbruches eine irrationale Zahl.

Legendre zeigte dann überdies, dass nicht nur π, sondern auch π^2 eine irrationale Zahl sei. Denn schreibt

*) Stolz, Vorlesungen über allgemeine Arithmetik, II, pag. 297.

man die Lambert'sche Kettenbruchentwicklung für $\operatorname{tang} x$ in der Form:

$$\operatorname{tg} x = \frac{x}{1} - \frac{x^2}{3} - \frac{x^2}{5} - \frac{x^2}{7} - \frac{x^2}{9} - \ldots$$

und setzt $x = \pi$, so folgt wegen $\operatorname{tang} \pi = 0$:

$$0 = 3 - \frac{\pi^2}{5} - \frac{\pi^2}{7} - \ldots$$

Wäre nun π^2 gleich der rationalen Zahl $\frac{m}{n}$, so würde folgen:

$$3 = \frac{m}{5n} - \frac{m}{7} - \frac{m}{9n} - \frac{m}{11} - \ldots$$

Dies ist aber ein Widerspruch, da der Kettenbruch zur rechten eine irrationale Zahl ist und daher nicht gleich 3 sein kann.*)

Der in den Lehrbüchern gewöhnlich vorgetragene Beweis für die Irrationalität der Zahl e stammt (nach einer in Stainville's Mélanges d'analyse algébrique [1815], pag. 339 befindlichen Bemerkung) von Fourier (1768 bis 1830). Dieser Beweis folgert auf die einfachste Art die Irrationalität von e direct aus der Reihe:

$$e = 1 + \frac{1}{1} + \frac{1}{1.2} + \frac{1}{1.2.3} + \ldots,$$

*) Einen anderen Beweis für die Irrationalität von π^2 hat Herr Hermite (Crelle, Bd. 76) gegeben.

bezieht sich aber nur auf die Zahl e selbst und nicht auch auf ihre rationalen Potenzen.

Im Jahre 1840 fügte Liouville (geb. 1809, gest. 1882) den bisher bekannten Eigenschaften der Zahl e noch zwei weitere hinzu, indem er mittelst des Fourierschen Verfahrens nachwies, dass e nicht Wurzel einer quadratischen Gleichung mit rationalen Coefficienten sein könne, dass also eine Gleichung von der Form $ae^2 + be + c = 0$ unmöglich sei, wenn a, b, c ganze Zahlen bedeuten.*) Und er konnte sofort hinzufügen,**), dass e^2 dieselbe Eigenschaft besitze, dass also unter den gleichen Voraussetzungen für a, b, c auch eine Gleichung von der Form $ae^4 + be^2 + c = 0$ nicht bestehen könne.

Da die von Lambert, Legendre und Liouville gefundenen Eigenschaften der Zahlen e und π alle gemeinschaftlich aussagten, dass diese Zahlen nicht Wurzeln gewisser algebraischer Gleichungen mit rationalen Coefficienten sein könnten, so war damit die Frage aufgeworfen, von welchen algebraischen Gleichungen dieser Art denn überhaupt e und π Wurzeln seien.

Nun hatten zwar schon Euler (De relatione inter ternas pluresve quantitates instituenda, Opuscula analytica II, pag. 98) und Legendre (Note 4 der Éléments) die Vermuthung ausgesprochen, es möchte wohl π überhaupt nicht Wurzel einer algebraischen Gleichung mit rationalen Coefficienten sein und Lambert hatte in seiner oben erwähnten Akademieabhandlung diese auf e und π bezügliche Vermuthung geradezu zu einem Satze formu-

*) Liouville's Journal V (1840), pag. 192.
**) Ebendas. pag. 193.

lirt und zum Beweise desselben aufgefordert, aber man hatte doch bis zur Mitte unseres Jahrhunderts gar keinen positiven Anhaltspunkt dafür, dass es überhaupt Zahlen gäbe, welche nicht Wurzeln irgend einer algebraischen Gleichung mit rationalen Coefficienten sein können.

Liouville war der erste, der hierfür einen strengen Beweis lieferte*), indem er Zahlen von einfachem Bildungsgesetze herstellte, von denen sich nachweisen liess, dass sie keiner algebraischen Gleichung mit rationalen Coefficienten genügen. Als ein solches Beispiel führt er unter anderen eine Zahl an, die ein ganz ähnliches Bildungsgesetz besitzt wie die Basis der natürlichen Logarithmen, nämlich:

$$x = \frac{1}{l} + \frac{1}{ll_1} + \frac{1}{ll_1l_2} + \ldots + \frac{1}{ll_1l_2..l_{m-1}} + \ldots$$

Bedeuten hierin l, l_1, l_2, ... ganze Zahlen und wächst l_m hinreichend rasch mit dem Index m, so lässt sich zeigen, dass x nicht Wurzel irgend einer algebraischen Gleichung mit rationalen Coefficienten sein kann.

Seit dieser wichtigen Liouville'schen Entdeckung ist man berechtigt, alle Zahlen in algebraische und in transcendente einzutheilen, während man früher nur

---

*) Liouville's Journal XVI (1851): „Sur des classes très-étendues de quantités dont la valeur n'est ni algébrique ni même réductible à des irrationnelles algébriques." Die Hauptsätze dieser Abhandlung hatte Liouville schon 1844 in den Comptes rendus XVIII, pag. 883 und 910 mitgetheilt.

Einen andern Beweis für die Existenz transcendenter Zahlen gab später Herr G. Cantor in der Abhandlung: „Ueber eine Eigenschaft des Inbegriffs aller reellen algebraischen Zahlen." (Crelle, Bd. 77.)

von rationalen und irrationalen Zahlen sprechen konnte. Unter einer algebraischen Zahl versteht man jetzt (nach der von Herrn Kronecker eingeführten Terminologie) jede Zahl x, welche Wurzel einer algebraischen Gleichung ist, d. h. einer Gleichung von der Form:

$$x^n + c_1 x^{n-1} + c_2 x^{n-2} + .. + c_n = 0,$$

in welcher die Coefficienten c_1, c_2, .. c_n sämmtlich rationale Zahlen sind, während der höchste Coefficient immer gleich 1 vorausgesetzt wird. Sind überdies diese Coefficienten sämmtlich ganze rationale Zahlen, so heisst x eine ganze algebraische Zahl.

Unter einer transcendenten Zahl versteht man jede nicht algebraische Zahl.

Es war daher jetzt die Frage zu entscheiden, ob die Zahlen e und π algebraische oder trancendente seien. Um den Zusammenhang dieser Frage mit dem Problem von der Quadratur des Zirkels zu verstehen, müssen wir an dieser Stelle einige Hülfsbetrachtungen einschieben. Die Möglichkeit der Quadratur des Zirkels war gleichbedeutend mit der Möglichkeit, aus einer gegebenen Strecke d die Strecke πd durch alleinige Benutzung von Zirkel und Lineal zu construiren. Wählt man der Einfachheit halber d als Längeneinheit, so handelt es sich also um die Construction einer Strecke von π Längeneinheiten. Da nach Festsetzung der Längeneinheit jeder Zahl x eine ganz bestimmte Strecke (von x Längeneinheiten) entspricht, so wollen wir zur Abkürzung von der Construction der Zahl x sprechen und meinen damit die Construction der entsprechenden Strecke von x Längeneinheiten.

Nun ist aus der Planimetrie bekannt, dass wenn die Coefficienten einer quadratischen Gleichung als construirbar vorausgesetzt werden, auch die Wurzeln der Gleichung construirt werden können, wo unter »construiren« immer »mit Zirkel und Lineal construiren« verstanden ist. Aus diesem Grunde sind die Wurzeln einer jeden quadratischen Gleichung mit rationalen Coefficienten construirbar, wie z. B. $\sqrt{2}$. Bezeichnet man für den Augenblick die Wurzeln solcher Gleichungen als Irrationalitäten erster Art, so erkennt man, dass sich jetzt auch die Wurzeln einer jeden quadratischen Gleichung construiren lassen, deren Coefficienten als einzige Irrationalitäten solche erster Art enthalten, denn es sind eben die Coefficienten einer solchen quadratischen Gleichung construirbare Zahlen. Nennt man die Wurzeln solcher Gleichungen kurz Irrationalitäten zweiter Art, so ergiebt sich jetzt, dass auch die Wurzeln jeder quadratischen Gleichung construirbar sind, deren Coefficienten als einzige Irrationalitäten solche erster und zweiter Art enthalten u. s. f.

Es sei daher jetzt eine Kette von quadratischen Gleichungen der folgenden Beschaffenheit gegeben: Die Coefficienten der ersten Gleichung seien rationale Zahlen, während die Coefficienten jeder folgenden Gleichung nur solche Irrationalitäten enthalten, die sich aus der Auflösung der vorhergehenden Gleichungen ergeben. Dann kann man successive die Wurzeln einer jeden Gleichung, also auch der letzten, construiren. Man sieht also: Damit eine Zahl construirbar sei, ist hinreichend, dass sie sich als Wurzel einer quadratischen Gleichung darstelle, welche das letzte Glied einer Kette von quadratischen Gleichungen der bezeichneten Art bildet. Diese Bedin-

gung ist aber nicht nur hinreichend, sie ist auch nothwendig für die Construirbarkeit einer Zahl. Denn da jede Construction nichts anderes ist als eine Combination der beiden Elementaraufgaben, eine gerade Linie durch zwei gegebene Punkte zu ziehen und um einen gegebenen Punkt mit einem gegebenen Radius einen Kreis zu beschreiben, und da andererseits gerade Linien und Kreise analytisch durch Gleichungen des ersten und zweiten Grades ausgedrückt werden, so wird eine Construction durch Zirkel und Lineal analytisch sich durch eine Kette von quadratischen Gleichungen ausdrücken lassen, insofern man lineare Gleichungen ja auch als specielle quadratische auffassen kann. Da überdies jede bei der Construction auszuführende Elementaraufgabe nur solche Elemente zu benutzen braucht, die durch die vorher gelösten Elementaraufgaben bereits construirt worden sind, so wird auch jede der auftretenden Gleichungen in ihren Coefficienten nur solche Irrationalitäten enthalten, welche sich durch Auflösung der vorhergehenden quadratischen Gleichungen ergeben. Daraus folgt also, dass jede durch Zirkel und Lineal construirbare Zahl sich als Wurzel einer quadratischen Gleichung muss darstellen lassen, welche das letzte Glied einer Kette von quadratischen Gleichungen der bezeichneten Art bildet.

Nun lässt sich aber eine solche Kette von quadratischen Gleichungen stets ersetzen durch eine einzige algebraische Gleichung mit rationalen Coefficienten dadurch, dass man die in der letzten Gleichung auftretenden Irrationalitäten, welche ja Wurzeln der vorhergehenden Gleichungen sind, mit Hülfe dieser letzteren successive eliminirt. Auf diese Weise gewinnt man den

folgenden, für das Problem von der Quadratur des Zirkels fundamentalen Satz:

Damit eine Zahl durch Zirkel und Lineal construirbar sei, ist nothwendig und hinreichend, dass sie sich als Wurzel einer gewissen algebraischen Gleichung mit rationalen Coefficienten darstelle, welche äquivalent ist einer Kette von quadratischen Gleichungen der bezeichneten Art.

Durch diesen Satz wird der Zusammenhang der Frage nach der Möglichkeit der Quadratur des Zirkels mit der Frage, ob π eine algebraische oder transcendente Zahl sei, in das richtige Licht gesetzt. Damit die Quadratur des Zirkels ausgeführt werden könnte, wäre nicht nur erforderlich, dass π überhaupt eine algebraische Zahl sei, sondern es müsste π sogar Wurzel einer solchen algebraischen Gleichung sein, welche durch Quadratwurzeln aufgelöst werden kann, d. h. es müsste π selbst durch Quadratwurzeln ausdrückbar sein. Nun haben wir zwar in der Vieta'schen Formel eine Darstellung der Zahl π mittelst Quadratwurzeln kennen gelernt, aber die Operation des Wurzelausziehens kommt in dieser Darstellung unendlich oft vor, während die Wurzel einer algebraischen Gleichung der angegebenen Art selbstverständlich durch eine endliche Anzahl von Quadratwurzeln ausdrückbar sein muss. Die Vieta'sche Formel würde also im Gegentheile zu der Vermuthung führen, dass die Zahl π nicht die zur Ausführbarkeit der Quadratur des Zirkels erforderliche Eigenschaft besitze.

Wie dem aber auch sei, die Unmöglichkeit der

Quadratur des Zirkels wird jedenfalls dann ausser allem Zweifel sein, wenn es sich herausstellen sollte, dass die Zahl π überhaupt nicht eine algebraische, sondern eine transcendente Zahl ist.

Die Entscheidung dieser wichtigen Frage verdankt man den Herren Hermite und Lindemann.

Im Jahre 1873 bewies zunächst Herr Hermite in Paris, dass die mit der Zahl π in so engem Zusammenhange stehende Basis der natürlichen Logarithmen eine transcendente Zahl sei, dass also eine Gleichung von der Form:

$$N_1 e^{x_1} + N_2 e^{x_2} + .. + N_r e^{x_r} = 0$$

nicht bestehen kann, wenn x_1, x_2, . . x_r von einander verschiedene und N_1, N_2, N_r beliebige ganze Zahlen, die nicht sämmtlich gleich Null sind, bedeuten.*)

Ausgehend von dieser grundlegenden Arbeit, insbesondere von den Relationen zwischen gewissen bestimmten Integralen, deren sich Herr Hermite bei seinem Beweise bedient hatte, gelang es dann im Jahre 1882 Herrn Prof. Lindemann, das Jahrtausende alte Problem von der Quadratur des Zirkels zur endgültigen Erledigung zu bringen durch den strengen Nachweis, dass auch die Zahl π eine transcendente Zahl ist.

Dieses Resultat ergab sich aus einem Satze, der als Verallgemeinerung des ersten der beiden oben erwähnten Lambert'schen Theoreme zu betrachten ist und der folgendermassen lautet:

---

*) Vergl. „Sur la fonction exponentielle" (Comptes rendus Bd. 77).

Ist z Wurzel einer irreducibeln algebraischen Gleichung, deren Coefficienten reelle oder complexe ganze Zahlen sind, so kann e^z nicht gleich einer rationalen Zahl sein.

Es ist aber nach Euler $e^{\pi i} = -1$, also gleich einer rationalen Zahl. Folglich kann πi, und daher auch π selbst, nicht Wurzel einer algebraischen Gleichung der angegebenen Art sein. Da sich aber auf diese letztere Form jede algebraische Gleichung mit rationalen Coefficienten bringen lässt, so folgt:

Die Ludolph'sche Zahl π kann nicht Wurzel einer algebraischen Gleichung mit rationalen Coefficienten sein.

Damit steht aber fest, dass die Quadratur des Zirkels constructiv unausführbar ist.*)

Aber durch den Lindemann'schen Satz, dass die Zahl π transcendent ist, wird die Frage nach der Quadratur des Zirkels in einem unendlich viel weiteren Umfange beantwortet, als sie ursprünglich gestellt war: Die Quadratur des Zirkels ist nicht nur unmöglich, wenn als constructive Hülfsmittel nur Zirkel und Lineal zugelassen werden, sie ist auch unausführbar, wenn bei der Construction überhaupt nur algebraische Curven und Flächen

*) Die Lindemann'schen Untersuchungen sind zuerst mitgetheilt in den Berichten der Berliner Akademie (1882): „Ueber die Ludolph'sche Zahl" von Prof. F. Lindemann in Freiburg i. Br. Vorgelegt von Herrn Weierstrass am 22. Juni.

Die weitere Ausführung gab Herr Lindemann in der Abhandlung: „Ueber die Zahl π". (Math. Annalen, Bd. 20, pag. 213—225.)

zur Anwendung kommen sollen. Denn eine Construction mit diesen ganz allgemeinen algebraischen Hülfsmitteln würde zwar nicht mehr wie früher (pag. 43) zu einer Kette von quadratischen Gleichungen führen, aber doch immerhin zu einer Kette von algebraischen Gleichungen, durch welche dann doch wieder die zu construirende Zahl als eine nothwendig algebraische bezeichnet würde. Diese Möglichkeit ist aber ausgeschlossen, denn π ist transcendent.

Im Jahre 1885 hat dann Herr Weierstrass, ohne Voraussetzung der Hermite'schen Abhandlung, die Lindemann'schen Sätze auf einem verhältnissmässig elementaren Wege, aber mit Beibehaltung der leitenden Grundgedanken aufs Neue abgeleitet und begründet.*)

Zu diesem Zwecke bewies er zunächst den folgenden Hülfssatz:

»Es sei $f(z)$ eine ganze Function $(n+1)$ Grades der Veränderlichen z mit gegebenen ganzzahligen Coefficienten, die so beschaffen sind, dass die Gleichung $f(z)=0$ $(n+1)$ von einander verschiedene Wurzeln hat, welche mit $z_0, z_1, \ldots z_n$ bezeichnet werden mögen. Alsdann lässt sich, nach Annahme einer beliebig kleinen positiven Grösse δ, auf mannigfaltige Weise ein System von $(n+1)$ ganzen Functionen $g_0(z), g_1(z), \ldots g_n(z)$ des Arguments z von nicht höherem als dem $n$ten Grade, deren Coefficienten sämmtlich ganze Zahlen sind, so bestimmen, dass erstens jede der Differenzen

$$g_\nu(z_0)\, e^{z\lambda} - g_\nu(z_\lambda)\, e^{z_0} \quad \begin{pmatrix} \lambda = 0, 1, \ldots n \\ \nu = 0, 1, \ldots n \end{pmatrix}$$

*) Berichte der Berliner Akademie (1885): Zu Lindemann's Abhandlung: „Ueber die Ludolph'sche Zahl."

ihrem absoluten Betrage nach kleiner als δ ist, und zweitens die Determinante

$$|g_\nu(z_\lambda)| \quad (\lambda, \nu = 0, 1, \ldots n)$$

einen von Null verschiedenen Werth hat.«

Da $e^{\pi i} = -1$ ist und die Function e^x nur für solche Werthe von x, welche (ungrade) Vielfache von πi sind, den Werth -1 annimmt, so substituirte Herr Weierstrass dem zu beweisenden Satze von der Transcendenz der Zahl π den folgenden:

»Die Grösse $e^x + 1$ hat, wenn x eine algebraische Zahl ist, stets einen von Null verschiedenen Werth.«

Zum Beweise dieses Satzes wird angenommen, die beliebig gegebene algebraische Zahl x_1 sei Wurzel einer Gleichung $r$ten Grades:

$$x^r + c_1 x^{r-1} + \ldots + c_r = 0,$$

deren Coefficienten sämmtlich rationale Zahlen sind. Da vorausgesetzt werden darf, dass $r > 1$ sei, weil für $r = 1$ e^{x_1} gleich der positiven Grösse e^{-c_1} und folglich $e^{x_1} + 1$ sicher von Null verschieden ist, so hat obige Gleichung ausser x_1 noch $(r-1)$ andere Wurzeln, die mit $x_2, \ldots x_r$ bezeichnet werden mögen.

Mit Benutzung des oben angegebenen Hülfssatzes konnte dann Herr Weierstrass zeigen, dass das Product

$$(e^{x_1} + 1)(e^{x_2} + 1) \ldots (e^{x_r} + 1)$$

und somit auch jeder einzelne Factor desselben einen von Null verschiedenen Werth habe. Damit war aber bewiesen, dass die Zahl πi und daher auch π selbst eine transcendente Zahl ist.

Herr Weierstrass wendet sich dann in seiner Abhandlung zu allgemeineren, auf die Exponentialfunction sich beziehenden Sätzen und beweist namentlich das folgende, von Herrn Lindemann aufgestellte Theorem, welches die von Herrn Hermite begonnenen Untersuchungen über die Exponentialfunction zum Abschluss bringt:

»Werden unter $x_1, x_2, \ldots x_r$ von einander verschiedene, unter $X_1, X_2, \ldots X_r$ aber beliebige **algebraische** Zahlen verstanden, so kann die Gleichung

$$\sum_{\varrho=1}^{r} X_\varrho e^{x_\varrho} = 0$$

nur in dem Falle, wo $X_1, X_2, \ldots X_r$ sämmtlich den Werth Null haben, bestehen.«

In diesem fundamentalen Satze ist der transcendente Charakter der beiden Zahlen e und π gleichzeitig zum Ausdruck gebracht.

Von ganz besonderem Interesse aber ist der von Herrn Lindemann hervorgehobene Specialfall, der sich ergiebt, wenn man $r = 2$, $X_1 = -1$, $x_2 = 0$, $x_1 = x$ und $X_2 = X$ setzt. Man erhält dann die wahre Verallgemeinerung des Lambert'schen, auf die Zahl e bezüglichen Satzes, nämlich:

»Die Exponentialgrösse e^x ist stets eine transcendente Zahl, wenn x eine von Null verschiedene algebraische Zahl ist.« Und durch Umkehrung: »Der natürliche Logarithmus einer algebraischen Zahl X ist immer eine transcendente Zahl, wenn X nicht den Werth 1 hat.«

Diese beiden Sätze gehören, wie Herr Weierstrass bemerkt, zu den schönsten Sätzen der Arithmetik.

Aber auch nach der geometrischen Seite hin liefert das allgemeine Lindemann'sche Theorem reiche Ausbeute. Setzt man nämlich, mit Herrn Weierstrass, $r = 3$, $X_1 = i$, $X_2 = -i$, $x_2 = -x_1$, $x_3 = 0$ und schreibt $\frac{xi}{2}$ für x_1, X für X_3, so ergiebt sich, dass die Gleichung

$$2 \sin \frac{x}{2} = X$$

nicht bestehen kann, wenn x, X beide algebraische Zahlen sind und x einen von Null verschiedenen Werth hat.

Daraus erhält man aber einen Satz, der die Unmöglichkeit der Quadratur des Zirkels nur als einen ganz speciellen Fall enthält und die darauf bezüglichen Fragen in möglichster Allgemeinheit und Vollständigkeit abschliessend beantwortet:

»Ein Kreisbogen, dessen Sehne, durch den Halbmesser des Kreises gemessen, eine algebraisch ausdrückbare Länge hat, kann nicht durch eine geometrische Construction, bei der nur algebraische Curven und Flächen zur Anwendung kommen, rectificirt werden; eben so wenig ist der zu einem solchen Bogen gehörige Kreissector durch eine derartige Construction quadrirbar.

Hat nämlich in einem Kreise, dessen Halbmesser als Längeneinheit angenommen wird, ein Bogen die Länge x, seine Sehne also die Länge $2 \sin \frac{x}{2}$ und der zugehörige Kreissector den Inhalt $\frac{1}{2}x$, so würde, wenn

durch eine Construction der angegebenen Art der Bogen rectificirbar oder der Sector quadrirbar wäre, daraus eine algebraische Gleichung zwischen x und $2 \sin \frac{x}{2}$ sich ergeben. Eine solche Gleichung existirt aber nicht, wenn $2 \sin \frac{x}{2}$, wie angenommen, eine algebraische Zahl ist.«

Ein nicht nur durch sein hohes Alter ehrwürdiges, sondern auch, vom mathematisch-historischen Standpunkte aus betrachtet, höchst merkwürdiges Problem hat durch die Lindemann'schen Untersuchungen seine endgültige Erledigung gefunden. Ursprünglich eine rein geometrische Aufgabe von verhältnissmässig untergeordneter Bedeutung, hat sich die Frage nach der Quadratur des Zirkels im Laufe der Jahrhunderte zu einem arithmetischen Probleme von dem höchsten Interesse herausgebildet. Es hat Theil genommen an allen wichtigeren Wandlungen, welche die mathematischen Anschauungen und Methoden allmählich erfahren haben, es ist mit ihnen und durch sie im Laufe der Zeit selbst umgestaltet worden, bis sich schliesslich die Fragestellung so abklärte und präcisirte, dass eine bestimmte Antwort gegeben werden konnte. Es hat aber nicht nur passiv an allen diesen Wandlungen theilgenommen, sondern es hat auch dadurch, dass es immer und immer wieder dem Mathematiker entgegentrat, selbst mächtig fördernd eingewirkt auf die Entwicklung der mathematischen Wissenschaft und insbesondere derjenigen Theorien, welche endlich zur Entscheidung geführt haben.

Ueber Axenbünde des Massraumes.

Von **Fr. Graberg.**

Der Ueberblick über das Ganze lehre die Bedeutung der Theile verstehen.

Ein Strahlenpar verbindet zwei Leitrichtungen, wenn jenes auf jeder von diesen ein Punktepar bezeichnet. Das Strahlenpar theilt alsdann jeder Leitrichtung eine bestimmte Strecke zu, es misst die Strecken.*)

Sind die beiden Leitrichtungen durch einen Punkt verbunden, so hat das Strahlenpar einen Scheitel gemein und umgekehrt. Sind aber die Leitrichtungen windschief zu einander, so treffen sich auch die solche Leitungen verbindenden Strahlen nicht.

Fasst man im letztern Falle die eine Leitrichtung als verbindende Axe eines Ebenenpares auf, welches dieselbe mit dem Strahlenpar bestimmt, so dient die Strecke auf der andern Leitrichtung als Mass für alle Strecken, welche zwischen diesen Ebenen liegen. Dreht sich nämlich eine dritte Ebene um diese Axe, so theilt sie das Mass und alle Geraden zwischen dem Ebenenpar nach demselben Verhältniss, das nicht nothwendig in Zahlen dargestellt sein muss.

Ebenso bezeichnen 3 Strahlen durch die Theilpunkte des Masses in 3 Theilebenen durch dieselbe Axe auf allen Geraden, welche sie treffen und daher verbinden, dasselbe Massverhältniss.

---

*) Messen (goth. mitan, ahd. mezza, verw. gr. $\mu\acute{\epsilon}\delta\omega$, schalte, walte) altes Hauswort; der Vater misst jedem Familienglied Speisen, Kleidung; er theilt sie zu. Grimm, Wörterbuch.

Windschiefe Axen, durch einfache Strahlen verbunden, bilden einen Axenbund und tragen denselben Masstab. Die verbindenden Strahlen stellen einen Strahlverband her, welcher als Masszeichen dient.

Der Masstab ist eintheilig oder linear, wenn der bewegliche Strahl mit einem festen eine bestimmte Länge misst. Der Masstab auf jeder von 2 Axen eines Parbundes ist zweitheilig, indem die Strahlenpare auf jener Massverhältnisse von Längenparen anzeigen. Analog ist der Masstab auf jeder von 3 Axen eines Dreibundes dreitheilig, derjenige auf jeder von 4 Axen eines Vierbundes viertheilig u. s. f.

Durch die stetige Bewegung der Strahlen nach Leitaxen entstehen Regelflächen, Regale, welche durch Curven mit einander verbunden sind und im Verein mit den Axenbünden den Massraum bilden, einen gegliederten Raum der Vorstellung, der sich zum wirklichen Raum unserer Bewegungen verhält wie der Masstab zur Zeichnung.

Einen systematischen Ueberblick über die Axenbünde und Regale des Massraumes zu bieten, ist Zweck der folgenden Arbeit. Diese erlaubt sich vom gewöhnlichen Sprachgebrauche im Sinne der Kürzung und Consequenz abzuweichen, weil die Vorstellung der räumlichen Gestalten an Klarheit um so mehr gewinnt, je weniger man Worte braucht und je genauer die verwendeten Worte die thatsächlichen Vorstellungen bezeichnen. Streng genommen, sind zeichnen und messen um so vollkommner geregelt, je ausschliesslicher sich die Thätigkeit der Vorstellung auf die Verbindung der Linien concentrirt.

I. Linearverbände.

Jede Bewegung des Stiftes oder des Blickes verbindet 2 Punkte, welche dieselbe begrenzen und findet in der Richtung von dem einen nach dem andern statt. Der Strahl, welcher diese Richtung bezeichnet, stellt einen linearen Verband zweier Richtpunkte dar, ist der Bindestrahl derselben.

Drei Punkte, die nicht auf demselben Bindestrahle liegen, sind die Bindepunkte dreier Strahlenpare. Wir schreiben: $|a \,.\, C\,|b|\, A \,.\, c|$.

Ein Strahl, der sich um einen seiner Richtpunkte dreht, während der andere einer Leitgeraden folgt, durchläuft die Bindebene eines Strahlbüschels. Zwei Leitgerade in der Bindebene desselben Strahlbüschels haben einen Bindepunkt gemein und liegen bündig.

Zwei Strahlbüschel sind bündig, wenn 3 Punkte ihrer gemeinsamen Leitung entsprechende Strahlenpare beider Büschel bezeichnen, insbesondere wenn diese Leitung den Bindestrahl der Scheitel trifft.

Von 2 windschiefen Geraden kann jede als Axe eines Ebenenbüschels gelten, welches die andere zur Leitung hat. Zwei Ebenenbüschel, deren Axen sich treffen, sind mit ihrer gemeinsamen Leitung bündig.

Der Bindestrahl eines Punktepares zweier windschiefen Leitungen ist die Bindaxe zweier Ebenen durch diese Leitungen und der Regelstrahl zu den letztern für jeden Punkt jenes Bindestrahles.

Zwei windschiefe Gegenaxen sind mit jedem Richtpunkt, der nicht auf einer von ihnen liegt, durch einen Regelstrahl verbunden. Verschiebt sich der Richtpunkt

auf einer zu beiden Gegenaxen windschiefen Leitung, so bilden die Regelstrahlen dieser drei windschiefen Leitungen eine Schar.

Das Strahlenbüschel, das Ebenenbüschel, die Regelschar verbinden je einen Punkt der Leitung mit dem Scheitel durch einen Strahl, mit der Axe durch eine Ebene, mit dem Axenpar durch einen Regelstrahl. Sie sind Masszeichen linearer Strahlverbände.

II. Parbund.

Taf. I, Stab C (Complexe).

Die Theilpunkte . $A_1\ A_2$, $B_1\ B_2$. eines Strahlenpares $|A_1\ B_1\ ,\ A_2\ B_2| = |\mathfrak{s}_1\ ,\ \mathfrak{s}_2|$ auf zwei windschiefen Axen $|\mathfrak{a}\ ,\ \mathfrak{b}|$ bestimmen ein zweites Strahlenpar: $A_1\ B_2$, $A_2\ B_1\ | = |\mathfrak{s}_3\ ,\ \mathfrak{s}_4|$.

Einen Punkt . P . verbinden 3 Regelstrahlen $|\mathfrak{s}_{ab}\ ,\ \mathfrak{s}_{12}\ ,\ \mathfrak{s}_{34}|$ mit dem Axenpar und den beiden Paren windschiefer Bindestrahlen. Die Ebene $[\mathfrak{s}_{12}\ \mathfrak{s}_{34}]$ bezeichnet auf $|\mathfrak{a}\ ,\ \mathfrak{b}|$ die Theilpunkte . A_p , B_p . eines sechsten Bindestrahles $|s_p|$, welcher für alle Punkte . P . von $|\mathfrak{s}_{ab}|$ derselbe bleibt.

Zeigt nämlich $|\mathfrak{s}_{ab}\ .\ A_i\ .\ \mathfrak{a}|$, so bedingt dieser Punkt den Verband $[\mathfrak{b}\ \mathfrak{s}_{ab}|B_1\ A_i|\mathfrak{a}\ B_1|$. Das Strahlbüschel . $B_2|\mathfrak{s}_{ab}|$ bezeichnet auf $|B_1\ A_i|$ die Messreihe $|B_2\ P\ .\ m\ .\ B_1\ A_i$ und die Strahlenpare $|A_1\ m\ ,\ A_2\ m|$ zeigen auf $|B_1\ A_2\ ,\ B_1 A_1|$ die Richtpunkte $|\mathfrak{s}_4\ .\ s_{34}\ .\ A_1\ m\ ,\ A_2\ m\ .\ s_{12}\ .\ \mathfrak{s}_1|$ für die Regelstrahlen $|\mathfrak{s}_{34}\ ,\ \mathfrak{s}_{12}|$. Der Bindepunkt . B_1 . der Reihen $|S_{34}\ ,\ S_{12}|$ bedingt den Scheitel . A_p . auf $|\mathfrak{a}|$ für das Büschel der Bindestrahlen $S_{34}\ S_{12}|$. Bezeichnet $|S_{12}\ P.\ S_{21}\ .\ B_2\ A_2|$, so erhält man analog . B_p . als Scheitel des Büschels $|S_{34}\ S_{21}|$.

Je 3 Bindestrahlen $|\mathfrak{s}_1, \mathfrak{s}_2, \mathfrak{s}_{ab}|$ eines Axenpares $|\mathfrak{a}, \mathfrak{b}|$ bedingen somit einen vierten $|\mathfrak{s}_p|$, welcher mit den 3 gegebenen die beiden Axen partheilig misst. Fällt $|\mathfrak{s}_{ab}|$ mit einem der Strahlen $|\mathfrak{s}_1, \mathfrak{s}_2|$ zusammen, so fällt $|\mathfrak{s}_p|$ in denselben Strahl.

Man bezeichnet je 2 zugeordnete Strahlen des Doppelpares $|\mathfrak{s}_1\ \mathfrak{s}_2, \mathfrak{s}_{ab}\ \mathfrak{s}_p|$ als Gegenpolaren.

Der Parbund besteht aus Paren von Gegenpolaren, welche sich auf ein Axenpar stützen und durch 2 Grundstrahlen bezeichnet sind.

Betrachtet man das Axenpar als Grundstrahlen, so bedingt dasselbe eine 2. Schar von Gegenpolaren, welche mit der ersten in ihren Bindepunkten polar verbunden ist; diese $.P.$ sind nämlich die Pole der Bindebenen von 2 Polarstrahlen $|\mathfrak{s}_{ab}, \mathfrak{s}_{12}|$.

Jeder Regelstrahl $|\mathfrak{s}_{ab}|$ des Parbundes ist Polarstrahl zu den Bindebenen $[\mathfrak{s}_{12}\ \mathfrak{s}_{34}]$, deren Pole auf ihm liegen.

Durch je 3 Pole geht eine Polarebene des Bindepunktes dreier Polarstrahlen oder dreier Polebenen.

Taf. I, Stab R (Regale).

Zwei sich gegenseitig in ihren Bindepunkten stützende Regelscharen bilden eine Regelfläche des Parbundes. Eine Regelschar ist durch 3 windschiefe Leitrichtungen gegeben, wie die Linearverbände zeigten; daher ist die Regelfläche des Parbundes durch das Axenpar und 3 seiner Bindestrahlen bezeichnet, wofür man auch kurzweg 3 windschiefe Axen setzen kann, vorausgesetzt dass nur ein einfacher Strahlverband gefordert sei.

Die Regelfläche des Parbundes erweist sich für Strahlverbände eben so nützlich, wie für Punktverbände

die Ebene. Wir erlauben uns daher der Kürze halber den Ausdruck Regal zur Bezeichnung dieser Fläche zu verwenden. Drei Axen durch 3 Punkte verbunden, bilden eine Ebene, durch 3 Regelstrahlen verbunden, ein Regal.

Der Name »Hyperboloid« ist viel länger, bezeichnet die Gestalt einseitig, da weder alle ebenen Schnitte noch alle Umrisse der Fläche Hyperbeln sind; besonders aber entspricht das Wort der thatsächlichen Vorstellung und der Verwendungsweise der Regelfläche nicht. Denn viel häufiger als die ganze Fläche benützt man die Strahlenpare derselben und deren Bindebenen zum Einrichten und Messen. Solchem Gebrauch entspricht die Grundbedeutung von »regalis« »zum Lenken, Richten gehörig« viel besser.

Der Verband des Regales mit einer Ebene ergibt die Polarcurve als Ort der Pole in dieser Ebene und den Pol derselben als Spitze des Polarkegels.

Das Axenpar $|\mathbf{a}, \mathbf{b}|$ ist durch seine Planpunkte $.A, B.$ und den Reliefstrahl $|\mathbf{c}' = \mathfrak{a}\,\mathfrak{b}|$ mit dem Planpunkt $.C.$ auf den Plan bezogen. Irgend ein Par Bindestrahlen von $|\mathbf{a}\ \mathbf{b}|$ bestimmt mit $|\mathbf{c}'|$ ein Regal $\|\mathbf{a}\ \mathbf{b}\|^2$ und der Regelstrahl $|\mathbf{c}|$, der $.C.$ mit jenem Pare verbindet, kann an dessen Stelle zur Bezeichnung der Regelfläche $\|\mathbf{a}\ \mathbf{b}\ \mathbf{c}\|^2$ dienen.

Die Planspur $|t_c|$ der Bindebene $[\mathbf{c}'\ \mathbf{c} = \tau_c]$ zeigt die Relieflage von $|\mathbf{c}|$ an. Das Ebenenbüschel $|\mathbf{a}\,[\mathfrak{c}_i]$ bezeichnet in $[\tau, \mathbf{c}'\mathbf{b}]$ die Regelstrahlen $|\mathbf{s}_i = \mathfrak{c}_i\,\mathfrak{b}_i|$, deren Planpunkte $.\pi_i \cdot$ Pole des Regales $\|\mathbf{a}\ \mathbf{b}\ \mathbf{c}\|^2$ sind.

Insbesondere zeigt $[\mathbf{a}\ B]$ auf $|\mathfrak{c}|$ den Richtpunkt $.\mathfrak{b}$ des Regelstrahles $|b'|$ durch den Planpunkt $.B.$, der mit

$|\mathfrak{b}|$ die Polebene $[\tau_b]$ dieses Planpunktes bildet. Analog ergibt sich die Polebene $[\tau_a]$ des Planpunktes $.A.$ Die Bindestrahlen $[\tau_a|\mathfrak{t}_{ac}[\tau_c]\mathfrak{t}_{bc}|\tau_b]$ haben mit $[\tau_a|\mathfrak{t}_{ab}|\tau_b]$ den Pol $.\mathfrak{P}.$ des Planes gemein. Die Planspuren $|t_c, t_a, t_b|$ sind Tangenten der Polarcurve $(\pi)^2$, welche den Plan mit dem Regal verbindet. In jeder Ebene durch einen Strahl des Regales liegt ein zweiter Strahl der Fläche; die Planpunkte der beiden Strahlen sind im Allgemeinen verschieden und bezeichnen 2 Bindepunkte der Polarcurve mit der Planspur der Ebene jener Strahlen. Folglich ist die Polarcurve zweiter Ordnung, womit zugleich gesagt ist, dass dieselbe auch der zweiten Classe angehört, da jedem Pol des Regales nur eine Polebene entspricht und die Bindestrahlen aller Polebenenpare durch den Reliefpol des Planes gehen.

Das Strahlbüschel $.\mathfrak{P}|t_c]$ bezeichnet auf $|c, c'|$ 2 mit $|t_c|$ durch $.C.$ verbundene Punktreihen. Mit dem Regelstrahl $[\tau_a|\mathfrak{b}'_a\,\mathfrak{P}\,\mathfrak{a}'_b|\tau_b]$ verbunden, ergeben die Punktepare der Reihen $|\mathfrak{c}, \mathfrak{c}'|$ die Ebenen eines Theilbüschels $|\mathfrak{b}'_a\mathfrak{a}'_b = = t_{ab}[t_{ci}]$, dessen Planspuren auf $|AC, BC|$ die Richtpunkte $.\mathfrak{c}_b, \mathfrak{c}_a.$ in den Ebenen zweier Büschelpare $|\mathfrak{a}[\mathfrak{c}_a]\mathfrak{a}', \mathfrak{b}[\mathfrak{c}_b\,\mathfrak{b}'|$ anzeigen. Die gemeinsamen Planspuren $|Ac_a, Bc_b|$ solcher Ebenenpare ergeben den Bindepunkt $.\pi_i.$ der Regelstrahlen $[\mathfrak{a}\,\mathfrak{c}_a|s'|\mathfrak{c}_b\,\mathfrak{b}; \mathfrak{a}'\,\mathfrak{c}_a|s_i|\mathfrak{b}'\,\mathfrak{c}_b]$. als Pol von $[\mathfrak{s}_i\,\mathfrak{s}'_i = = \mathfrak{P}t_{ci}\,\pi_i]$ und $|\pi_i\,t_{ci}|$ als Tangente der Polarcurve $(\pi)^2$.

Zugleich erkennt man $|c'\,c'_i, c_a\,c_b|$ als Diagonalen eines Vierseits aus den Seitenparen $|a'_b\,c_a, a'_b\,c_b; b'_a\,c_a, b'_a\,c_b$, welche $|a'_a\,b'_a|$ in $.\mathfrak{P}, T_{ab}.$ partheilig messen, wobei $|t_a.T_{ab}.t_b|$ als Planpunkt von $|\mathfrak{t}_{ab}|$ gilt. Ein Bindestrahl $|T_{ab}T'_{ab}|$ bezeichnet durch die Theilpunkte $.c_a.c_b.$ 2 Polar-

curven $(\pi, \pi')^2$, welche die 4 Scheitel $. ABC\pi_1 .$ gemein haben,

Jedem Planpunkt $. T_{ab} .$ entspricht ein Regelstrahl $|\mathfrak{t}_{ab}|$ zu $|\mathfrak{a}, \mathfrak{b}|$, welcher durch $|\mathfrak{a} . a'_b | t_{ab} | b'_a . \mathfrak{b}|$ zwei Strahlen $|Ba'_a, A\,b'_a = b'\,a'|$ der Polebenen $. T_{ab}[a, b]$ anzeigt. Die Regelstrahlen aus einem Planpunkt $. C,$ zu $|a, b, b'_b, a'_a|$ bestimmen die Polebene von $. C.,$ welche auf $|t_{ab}|$ den Pol. $\mathfrak{P}$. der Plancurve bezeichnet und deren Planspur die Tangente zu $. C.$ dieser Curve ist.

Jeder Strahl $|t_{ab}|$ des Planbüschels $. T_{ab} .$ bezeichnet auf $|A\,C, B\,C|$ die Richtpunkte $. c, c_a .$ zweier Ebenenpare durch $|\mathfrak{b}, \mathfrak{a}, \mathfrak{b}', \mathfrak{a}'|$, deren Bindestrahlen $|\mathfrak{d}, \mathfrak{d}'|$ den Planpunkt $. D .$ gemein haben. Die Ebene $[\mathfrak{d}\,\mathfrak{d}']$ geht durch $. \mathfrak{P} .,$ weil die Strahlenpare $. a'_b\, c_a, b'_a\, c_b$ einen Punkt von $|\mathfrak{d}'|$ und $a'\, c_b, b'\, c_a$ einen solchen von $|\mathfrak{d}|$ bestimmen. Mithin ist auch $[\mathfrak{d}\,\mathfrak{d}']$ eine Polebene und $. D .$ ein Punkt der Polarcurve, welche das Regal $\|\mathfrak{a}\,\mathfrak{b}\,\mathfrak{c}\|^2$ mit dem Plan verbindet.

Gleich $|\mathfrak{t}_{ab}|$ findet die Kante $[\mathfrak{c}\,\mathfrak{c}'|\mathfrak{t}_{cd}|\mathfrak{d}\,\mathfrak{d}']$ ihren Planpunkt $. T_{cd} .$ auf $|t_{ab}|$ im Binder der Planspuren $|t_c, t_d|$ jener Polebenen zu $. C, D .$ Analog $[\mathfrak{P}t_{ab}]$ geht durch $|\mathfrak{P}c_a|$ auch $[\mathfrak{P}t_{cb}] = [\mathfrak{t}_{cb}\,\mathfrak{t}_{ad}]$, denn $. c_a .$ ist Bindepunkt der Reihenpare $|T_{ab}\,T_{cd}, T_{bc}\,T_{ad}|$, weil er die kreuzweisen Scheitelstrahlen der Büschelpare $. AB, CD .$ verbindet.

So geht das bekannte Masszeichen des Polarkegels mit dem ein- und umschriebenen Vierseit der Polarcurve aus der Verbindung des Regales mit der Ebene hervor, ohne dass es nöthig wäre, die Massverhältnisse in Zahlen auszudrücken. Auch die Tangente der Polarcurve ergibt die Reliefbetrachtung ganz natürlich als Spur der Polebene, deren Pol der gemeinsame Planpunkt zweier Regalstrahlen ist. Mit der

Polarcurve, der Ordnungscurve des Parbundes, sind auch die Meridianflächen desselben angedeutet, deren eingehendere Behandlung einer folgenden Arbeit vorbehalten bleibt.

III. Dreibund.

Taf. II, Stab C.

Drei windschiefe Axen sind ihrer gegenseitigen Lage nach bestimmt durch den Plan einer Axe mit einem Regelstrahl und einen Bindestrahl des Reliefs zwischen den beiden übrigen Axen.

Zieht man im Plan der Axe $|a|$ und des Regelstrahles $|s|$ durch den Bindepunkt $|a\,.\,A\,.\,s|$ die Zweigleitung $|a'|$, so bestimmt dieselbe mit den Axen $|\mathbf{b}\,,\,\mathbf{c}|$ des Reliefs ein Regal, von welchem vorerst der gegebene Bindestrahl $|\mathbf{s}'|$ ein erzeugender Strahl sei, indem dessen Planpunkt $.\,s'\,.$ die Richtung von $|a'|$ anzeigt. Die Ebenenpare $|\mathbf{b}[a_i']\mathbf{c}|$ des Zweigregales $\|\mathbf{b}\;\mathbf{c}\;a'\|^2$ messen $|a|$ partheilig.

Durchläuft der Plan $[a\,s]$ das Büschel $|a[\mathbf{s}_i']|$, so bezeichnet die Regelschar $\|s\|$ eine Punktreihe $|A|$, welche sich mit den Partheilungen der Zweigregale zu Dreitheilungen von $|a|$ verbinden, indem zunächst jedem Punkt der Reihe $|A|$ eine Partheilung entspricht.

In dem Dreibund wird also durch die Strahlen des Stammregales $\|a\;\mathbf{b}\;\mathbf{c}\|$ und die Ebenenpare der Zweigregale $\|a'\;\mathbf{b}\;\mathbf{c}\|^2$ je auf der Axe des Plänebüschels ein dreitheiliger Masstab bezeichnet.

Nun bestimmt im Plan $[a\,s]$ jeder Strahl des Büschels $.\,A\,.$ vermöge seines Zweigregales auf $|a|$ eine Partheilung, jede von ihnen ergänzt der Nullpunkt $.\,A\,.$ zur Dreitheilung. Wie der eintheilige Masstab aus der Verbindung

eines festen Strahles mit einem beweglichen entsteht, so der dreitheilige aus der Verbindung eines festen Nullpunktes mit einer veränderlichen Partheilung.

Stamm- und Zweigregale sind vertauschbar, daher kann auch jeder Punkt einer Zweigleitung als Nullpunkt einer Ebene gelten, welche durch jene und den Regelstrahl des Nullpunktes zu |**b**, **c**| bestimmt ist, seine Nullebene heisst. Die Gesammtheit der Nullebenen, welche dasselbe Stammregal bedingt, bildet ein Nullsystem. Die Haupt- und Zweigleitungen des Nullsystemes machen einen linearen Strahlencomplex aus.

Taf. II, Stab R.

Eine Dreitheilung misst auch die Polarcurve auf einem Sekantenbüschel, wobei der Scheitel des letzteren als Nullpunkt dient; sowie die Tangentenpare aus einer Geraden auf einer Tangente eine Dreitheilung messen mit dem Bindepunkt der Geraden auf der die Theilung tragenden Tangente als Nullpunkt. Der Reliefbau des letzteren Planzeichens, bestehend aus einem Hüllkegel und einer Reliefaxe als Doppelgerade, wurde in dem Aufsatz über Plan- und Reliefcurven ausgeführt, wir beschränken uns desshalb an dieser Stelle auf den Reliefbau über dem Sekantenbüschel der Polarcurve.

In allgemeiner Anlage dieses Reliefbaues vermittelt die Polebene eines Regales, dessen Planspur die Polarcurve, den Verband der letzteren mit einem Ebenenbüschel, dessen Axe den Sekantenscheitel zum Planpunkt hat. Die Planspur der Polebene hat stets 2 Punkte mit der Polarcurve gemein, die Planpunkte zweier Pare von Regelstrahlen, deren Bindebenen die

Tangenten der Curve zu Planspuren, daher den Bindepunkt der letzteren zum Planpunkt ihres Bindestrahles haben, auf dem die Regalstrahlen sich parweise treffen. Für den Verband mit dem Ebenenbüschel hat jeder dieser 4 Regalstrahlen dieselbe Bedeutung, wir können desshalb einen von ihnen als Masszeichen für die übrigen ansehen.

Das Ebenenbüschel der Axe |**c**| bezeichnet nun durch sein Spurenbüschel im Plan Punktepare der Polarcurve $(\pi)^2$, in der Polebene Doppelpunkte des Regalstrahles |**b**|, welche mit jenen Strahlenpare einer Regelfläche bestimmen. Solche messen die Axe des Ebenenbüschels |**c**| partheilig, während der Bindepunkt der Axe mit der Polebene der Nullpunkt des dreitheiligen Massstabes auf dieser |**c**| ist.

Die Axe |**c**| ergänzt jedes Strahlenpar der neuen Regelfläche zu einem Trippel von Strahlen in jeder Büschelebene, desshalb möge die Fläche Triregal heissen, womit zugleich ihre Zugehörigkeit zum Dreibund angedeutet ist. In der That vermitteln die Strahlenpare des Triregals den Verband dreier Axen, von denen 2 in dem ursprünglichen Regalstrahle zusammenfallen. Unbeschadet der Allgemeinheit des Verbandes kann dessen Nullpunkt, somit gleichzeitig der Planpunkt von |**c**|, in die Planspur der Polebene verlegt werden. Die Punktreihe, welche das Ebenenbüschel um |**c**| auf der Planspur der Polebene bezeichnet, ersetzt nach Verlegung des Nullpunktes eine Punktreihe in der Planspur irgend einer anderen Polebene durch die ursprüngliche Regalaxe |**b**|.

Auf der Polarcurve $(\pi)^2$ sei nämlich . B . Planpunkt der Doppelaxe |**b**|; in der Planspur $|\mu|$ der Polebene liege

der Planpunkt . C . der Axe $|\mathfrak{c}|$ des Ebenenbüschels. $[\delta\, \mathfrak{b}_c]$ stellt eine beliebige Ebene durch deren Planspur $|\delta|$ und Bindepunkt . $\mathfrak{b}_c$. mit $|\mathfrak{c}|$ dar. Dann ist . $\mathfrak{b}_c$. Nullpunkt der Dreiteilungen, welche die Strahlentrippel des Triregals $\|\mathfrak{b}\,\mathfrak{c}\,\pi^2)^3$ auf den Strahlen des Büschels $[\mathfrak{b}_c\,\delta]$ messen, das diese Ebene mit dem Zeigebenenbüschel $|\mathfrak{c}\,[\pi_i]$ verbindet. Die Bindecurve der Ebene mit dem Triregal muss also dritter Ordnung sein, somit auch diese Fläche selbst.

Das Zeigebüschel $|\mathfrak{c}\,[\pi_i]$ misst durch sein Tangentebenenpar den reellen Theil der Doppelreihe $|\mathfrak{b}|$. Jeder durch einen reellen . $\mathfrak{b}$. dieser Reihe gelegte Strahl $|\mathfrak{s}|$ verbindet 3 Berührebenen des Triregals, welche durch das in . $\mathfrak{b}$. verbundene Strahlenpar dieser Fläche und durch den Regalstrahl der Polebene $[\mathfrak{b}\ s\text{-}id]$ gezeigt werden. Das Triregal ist folglich eine Fläche 3. Classe.

Die Tangenten $|\pi_i|$ der Polarcurve bestimmen mit $|\mathfrak{b}, \mathfrak{c}|$ je ein Tangentregal, von welchem $|B\,C|$ eine gemeinsame Planaxe ist und mit irgend einem Regelstrahl zu $|\mathfrak{b}, \mathfrak{c}|$ aus einem Punkt der Tangente $|\pi_i|$ die Berührebenen zu den Punkten des Triregals auf $|\pi_i\, b_i|$ leitet.

Die Berührebenen zweier . $\mathfrak{b}_1$, $\mathfrak{b}_2$. der Plancurve $(\delta)^3$ auf den Strahlen $|\mathfrak{s}_1, \mathfrak{s}_2|$ des Triregals $\|\mathfrak{b}\,\mathfrak{c}\,\pi^2)^3$ haben $|\mathfrak{t}|$ gemein, welche mit $|\mathfrak{b}, \mathfrak{c}|$ ein Regal bestimmt, das $|\mathfrak{s}_1, \mathfrak{s}_2|$ zu Strahlen hat. Die Plancurve $(B\,\pi_1\,\pi_2\,C\,T.)^2$ dieses Astregales $\|\mathfrak{b}\,\mathfrak{c}\,\mathfrak{t}\|^2$ bezeichnet auf $(\pi)^2$ den . π_3 . eines Strahles $|\mathfrak{s}_3|$, welcher dasselbe mit dem Triregal verbindet, indem er mit $|\mathfrak{t}|$ eine Berührebene des Triregals bildet. Irgend ein Strahl des Tangentregals $\|\mathfrak{b}\,\mathfrak{c}\,\mathrm{tg}\,\pi_3\|^2$ bezeichnet nämlich durch seine Bindebene mit dem Leitpunkt $|\pi_3\, T.\ \mu_3\, .\, B\,C|$ auf $|\mathfrak{s}_2|$ den . $\mathfrak{b}_3$. Die Bindestrahlen der Berühr-

ebenen $|\mathfrak{t}\,[\mathfrak{b}_1, \mathfrak{b}_2, \mathfrak{b}_3]$ mit $[\delta]$ sind 3 Tangenten der Bindecurve dieser Ebene mit $\|\mathfrak{b}\,\mathfrak{c}\,\pi^2)^3$ und treffen sich in $|\mathfrak{t}\,.\,t\,.\,\delta]$. Jene Curve wird daher 3. Classe sein.

Sind $.\,\mathfrak{b}_1, \mathfrak{b}_2, \mathfrak{b}_i\,.$ 3 Punkte einer Trippelcurve $(\delta)^3$ in $[\delta]$; $|d_i = \mathfrak{b}_1\,\mathfrak{b}_i|$, so sind $|\mathfrak{b}, \mathfrak{c}, d_i|$ durch die Triregalstrahlen $|\mathfrak{s}_1, \mathfrak{s}_i|$ zu einem Regal verbunden, dessen Plancurve mit $(\pi)^2$ ausser $.\,B, \pi_1\,\pi_1\,.$ noch $.\,\pi_j\,.$ gemein hat. Dieser bezeichnet zugleich den Strahl des Triregals, der den dritten auf $|d_i|$ liegenden Punkt dieser Fläche, folglich auch der Trippelcurve enthält. Die Sehnenpare der planaren Trippelcurve treffen sich somit auf dieser selbst.

Jede der beiden Berührebenen $|\mathfrak{t}\,[\mathfrak{b}_1, \mathfrak{b}_2]$ hat mit $\|\mathfrak{b}\,\mathfrak{c}\,\pi^2)^3$ nebst einem Strahle $|\mathfrak{s}_1, \mathfrak{s}_2|$ noch je eine Polarcurve $(\pi_1', \pi_2')^2$ gemein, denn jede durch einen Strahl $|\mathfrak{s}_i|$ der Fläche gelegte Gerade hat im Allgemeinen noch ein Punktepar mit dem Triregal gemein. Die Strahlenpare der Bindekegel $.\,\mathfrak{b}_1(\pi_2')^2, \mathfrak{b}_2(\pi_3')^2$ in jeder Zeigebene des Büschels $|\mathfrak{b}_1\,\mathfrak{b}_2\,[\mathfrak{t}_i]$ sind Sehnenpare der Trippelcurve, welche die Zeigebene mit dem Triregal verbindet; der Bindepunkt solcher Sehnenpare liegt auf der Trippelcurve der Zeigebene und zugleich auf der Bindecurve (ξ) der Kegelflächen. Jede Zeigebene enthält somit 3 Punkte der Bindecurve (ξ), diese muss daher eine Reliefcurve 3. Ordnung sein und kann als Ordnungscurve des Triregals dienen.

Die Polarcurve $(\pi_i')^2$ geht zunächst durch:

$$.\,\mathfrak{b}_i\,.\,;\,|\mathfrak{s}_i\,.\,\mathfrak{b}_i\,.\,\mathfrak{b}|\;;\;|BC\,.\,\mu_i\,|T_{\pi_i}|\pi_{i\mathfrak{f}}'\,.\,\pi^2).$$

Das Tangentregal zu $|\mathfrak{b}_i\,\mathfrak{b}_i = \mathfrak{s}_i|$ bezeichnet durch seinen Bindestrahl mit dem Tangentregal eines zweiten Punktes von $(\pi_i')^2$ auf dessen Tangente einen Richtpunkt

der Tangente $|\mathfrak{t}_i'|$ zu $.\mathfrak{b}_i.$ Die Zeigebene $[\mathfrak{t}_1\mathfrak{b}_2]$ bestimmt auf $(\pi)^2$ den Richtpunkt für den Kegelstrahl $|\mathfrak{t}_1''|$, welchem auf $.\mathfrak{b}_2$ $(\pi_1)^2$ der Bindestrahl $|\mathfrak{b}_2\,\mathfrak{b}_1|$ entspricht. $|\mathfrak{t}_1''|$ wird daher eine Tangente zu $.\mathfrak{b}_1.$ auf $(\xi)^3$ und $[\mathfrak{t}_1''\,\mathfrak{t}_1']$ eine Schmiegebene dieser Reliefcurve sein, indem der Zeiger von $.\mathfrak{b}_1.$ auf die Axe $|d_2\,\mathfrak{b}_1|$ des Zeigebenenbüschels fällt.

Die dritte Berührebene des Triregals $\|\mathfrak{b}\,\mathfrak{c}\,\pi^2)^3$ durch $|\mathfrak{t}|$ enthält in $|\mathfrak{s}_3 . t_3 . \mathfrak{t}|$ einen Bindepunkt dieser Axe mit dem Triregal. Zwei weitere Bindepunkte von $|\mathfrak{t}|$ bezeichnen $|\mathfrak{s}_1 . t_1\,|\mathfrak{t}|\,t_2 . \mathfrak{s}_2|$. Durch $.t_1, t_3.$ geht $(\pi_2')^2$, durch $.t_2, t_3.$ dagegen $(\pi_1')^2$. In $.t_3.$ treffen entsprechende Kegelstrahlen derselben Zeigebene zusammen; dieser muss folglich auf $(\xi)^3$ liegen. Den Kegelstrahlen $|\mathfrak{b}_1 t_2, \mathfrak{b}_2 t_1|$ dagegen entsprechen $|\mathfrak{b}_2\mathfrak{b}_1, \mathfrak{b}_1\mathfrak{b}_2|$, folglich liegen $.\mathfrak{b}_1, \mathfrak{b}_2.$ auf $(\xi)^3$. Die Plancurve jedes der beiden Kegel $.\mathfrak{b}_1\,(\pi_2')^2, \mathfrak{b}_2\,(\pi_1')^2$ hat mit $(\pi)^2$ ausser $.\pi_{22}', \pi_{11}'.$ im Allgemeinen noch 3 Punkte gemein. Trifft dies bei der einen Plancurve ein, so gehören die 3 entsprechenden Planpunkte der Kegelstrahlen dem Triregal an, müssen daher auf der Trippelcurve $(\xi)^3$ liegen, folglich zugleich Planpunkte von Strahlen des andern Kegels, sowie Punkte von dessen Plancurve sein. Die polare Plancurve des Triregals ist also mit den Plancurven der Zeigekegelpare ihrer Trippelcurven im Allgemeinen durch 3 Scheitel verbunden. Im Uebrigen zeigt jede durch einen Strahl des Triregals und eine der Kegelspitzen $.\mathfrak{b}_{1,2}.$ gelegte Ebene auf jenem durch die Bindestrahlen des Kegels das Punktepar von $(\xi)^3$, welches für die betreffende Zeigebene die Kegelspitze zum Trippel ergänzt.

Jede der Plancurven $(\pi_i' = \mathfrak{b}_i\,\mathfrak{d}_i\,\mu_i\,\pi_{ii}\,t_3)^2$ enthält 5

Punkte zur Bestimmung des Triregals. Durch $.\mathfrak{b}_1, \mathfrak{b}_2.$ ist nämlich $|\mathfrak{b}|$ gegeben. Jeder Punkt $.B.$ dieser Geraden, ausgenommen $.\mathfrak{b}_1, \mathfrak{b}_2.$, bestimmt mit $(\pi_1')^2$ eine Kegelfläche, welche auf der Ebene von $(\pi_1')^2$ eine Polarcurve bezeichnet, die mit $(\pi_2')^2$ ausser $.\mathfrak{b}_2, t_3.$ im Allgemeinen noch 2 Punkte gemein hat. Trifft dieser Fall ein, so kann jeder der beiden Kegelstrahlen $|\mu_1 B \mu_2|$ durch die so bezeichneten Bindepunkte $.\mu_2.$ ein Büschel von Plänen anzeigen. Ein durch $|\mu_1 B \mu_2|$ gelegter Plan bezeichnet durch seine Spuren mit $[\pi_1', \pi_2']$ auf diesen Curven $.\pi_{11}, \pi_{22}.$, auf $|\mathfrak{b}_1 \mathfrak{d}_1, \mathfrak{b}_2 \mathfrak{b}_2|$ die $.\pi_1, \pi_2.$ Durch $.B\ \pi_1\ \pi_2\ \pi_{11}\ \pi_{22}.$ ist $(\pi)^2$ bestimmt.

Die Polarcurven $(\pi_1'.\pi_2')^2$ bezeichnen mit $.\mathfrak{b}_{1,2}.$ die Trippelcurve $(\xi)^3$. Diese verbindet alle Triregale, welche bedingt sind durch die Strahlentrippel $|\mathfrak{b}_1 \mathfrak{b}_1, \mathfrak{b}_2 \mathfrak{b}_2, \mu_1 \mu_2|$, indem jedes Trippel eine Axenschar *(c)* und jede Punktreihe $|\mathfrak{b}_1 \mathfrak{b}_2|$ 2 Scharen durch $|\mathfrak{b}_1 \mathfrak{b}_1, \mathfrak{b}_2 \mathfrak{b}_2|$ verbundener Strahlentrippel anzeigt.

Nun ist $.t_3.$ ein Bindepunkt von $(\pi_1', \pi_2')^2$; durch diesen geht daher stets ein dritter Bindestrahl $|B \mu_1 \mu_2|$, welcher in $.t_3.$ 2 zusammenfallende $.\mu_1, \mu_2.$ enthält. Für $|B t_3|$ zerfällt $(\pi)^2$ in das Strahlenpar $|B t_1, B t_2|$, die Axenschar $|\mathfrak{c}|_t$ bezeichnet auf $|\mathfrak{b}_1 t_1, \mathfrak{b}_2 t_2|$ die Scheitelreihen der Strahlbüschel, welche mit $|\mathfrak{b}|$ das Ebenenpar $|\mathfrak{b}\,[\mathfrak{b}_1 t_1, \mathfrak{b}_2 t_2]$ bilden. Dieses ergänzt mit den Ebenenbüscheln der Axenschar $|c|_t$ sämmtliche Pare von Triregalen, welche durch die Strahlenpare $|\mu_1 B \mu_2|$ und die Axenscharen $|c|$ bedingt sind, je zu einem Trippel von Flächen, das die Ordnungscurve $(\xi)^3$ verbindet, indem $.\mathfrak{b}_1, \mathfrak{b}_2, \mathfrak{b}_1 . \mathfrak{b}_2.$ 4 Punkte derselben sind und diese zu dreien in den Ebenen $|\mathfrak{b}\,[\mathfrak{b}_1, \mathfrak{b}_2]$ liegen.

Fasst man das Axenpar $|\mathfrak{b}, \mathfrak{c}|$ und die 3 Bindestrahlen $|B\,C = \mu\,, \mathfrak{s}_1\,, \mathfrak{s}_2|$ ins Auge, so bezeichnen $|\mathfrak{b}\,, \mathfrak{s}_1\,, \mathfrak{s}_2|$ auf jeder Ebene des Büschels $|\mu|$ 3 Punkte $.B_1\ \pi_1\ , \pi_2\ .$, welche mit einem Strahle durch $.B.$ in diesem Plan ein Büschel Polarcurven anzeigen.

Jeder der 3 gegebenen Bindestrahlen kann als Planaxe $|\mu|$ aufgefasst werden. Lässt man eine Ebene des Büschels $|\mathfrak{b}|$ als Leitebene für die Tangenten zu $.B.$ gelten, so dient das Axenpar $|\mathfrak{b}\,\mathfrak{c}|$ mit den 3 Bindestrahlen in dreifachem Sinn als Masszeichen je eines Büschels von Triregalen.

Die Ordnungscurve $(\xi)^3$ zeigt unmittelbarer ein Kegel $.\mathfrak{c}\,(\pi)^2$ durch seine Strahlenpare in den Ebenen des Büschels $|\mathfrak{c}|$. Diese Auffassungsweise soll im nächsten Abschnitt ausführlicher besprochen werden.

IV. Vierbund.

Taf. III. Stab C.

Vier freie (nicht demselben Regal zugehörige), windschiefe Axen sind ihrer gegenseitigen Lage nach bestimmt durch den Plan einer Axe und das Regal der 3 übrigen, indem beide Flächen eine Polarcurve verbindet.

Die Zeigebenenpare dieses Regales messen auf der Planaxe eine Partheilung. Eine zweite Partheilung vertreten auf derselben die 2 Nullpunkte, welche die Bindestrahlen zwischen 2 Paren von Planpunkten der 3 Reliefaxen auf der Planaxe anzeigen. Da jene beiden Nullpunkte dem Ebenenpar des Regals angehören, welches den Regalstrahl durch den gemeinsamen Planpunkt der Bindestrahlen bestimmt, so verbinden die beiden Null-

punkte die beiden Partheilungen der Planaxe zu einer Viertheilung derselben.

Die Planaxe $|a|$ bildet nämlich mit jedem Reliefaxenpar $|\mathbf{b}\,\mathbf{c}, \mathbf{b}\,\mathbf{d}|$ ein Nullsystem. Die Bindestrahlen $|B\,C, B\,D|$ bezeichnen auf $|a|$ die Nullpunkte $.A_c, A_d.$ für jedes dieser Systeme.

$$.\alpha_i\,[A_c, [\mathbf{c}|\mathbf{c}_i'[\mathbf{b}]\,\mathbf{d}_i'|\mathbf{d}], A_d]\,\alpha_i$$

stellen die Nullebenen des Planpunktes $.\alpha_i.$ dar. Durchläuft $.\alpha_i.$ die Planspur $|\beta_i|$ von $[\mathbf{b}\,\alpha_i]$, welche $|\mathbf{c}\,.\,\mathfrak{c}_i[\mathbf{b}\,\alpha_i]\mathfrak{b}_i\,.\,\mathbf{d}|$ anzeigt, so erzeugen die Bindestrahlen der Nullebenen $.\alpha_i\,[A_c\,\mathfrak{c}_i, A_d\,\mathfrak{b}_i]$ eine Strahlenschar des Regales $\|\beta_i, A_c\mathfrak{c}\,.\,A_d\,\mathfrak{b}_i\|^2$, von welchem $|a|$ ein Strahl und das mit $|\mathbf{b}|$ durch $.B, |\mathfrak{c}_i\,\mathfrak{b}_i\,.\,B_i\,.\,\mathbf{c}|$ verbunden ist. $|A_c\,\mathfrak{c}_i, A_d\,\mathfrak{b}_i|$ liegen in $.B\,[\mathbf{c}, \mathbf{d}]$, werden daher durch denselben Regelstrahl $|\mathbf{b}'|$ zu $.B.$ verbunden, wie die beiden Axen $|\mathbf{c}, \mathbf{d}|$; dieser ist mithin der feste gemeinsame Regelstrahl des Stammregales $|\mathbf{b}\,\mathbf{c}\,\mathbf{d}|^3$ und des Zweigregales $\|\beta_i, A_c\,\mathfrak{c}_i, A_d\,\mathfrak{b}_i\|^2$, während $|\mathfrak{c}_i\,\mathfrak{b}_i|$ einen beweglichen Bindestrahl beider Regale darstellt, denn diesen führt das Planspurenbüschel $|\beta_i|$ über das Stammregal hin.

Ist $.\pi_j.$ der Planpunkt von $|\mathfrak{c}_i\,\mathfrak{b}_i = \mathbf{s}_i|$, so misst das Ebenenpar $|\mathbf{c}\,[\pi_j]\,\mathbf{d}|$ auf $|a|$ die eine Partheilung. Das Ebenenpar $|A_c\,\mathfrak{c}_i\,[\alpha_i]\,A_d\,\mathfrak{b}_i|$ misst eine zweite Partheilung, deren Strecken für denselben Plan $[a\,B]$ alle in $|A_c\,A_d|$ zusammenfallen, dagegen mit dem Strahlenpar $|B\,C, B\,D|$ des Stammregales sich verändern, wenn der Plan $|a\,B|$ das Ebenenbüschel um die Planaxe $|a|$ durchläuft. Die beiden Partheilungen, von denen eine jedem Plan, die andere dem Plänebüschel entspricht, bilden den viertheiligen Masstab der Planaxe.

Hat $|a|$ mit $(\pi)^2$ ein Punktepar $.A_1, A_2.$ gemein, so

verbindet jedes Zweigregal mit dem Stammregal ein gemeinsames Axenpar, welches mit $|\mathfrak{b}, \mathfrak{s}_i|$ das Spurenvierseit der Zweigregale auf dem Stammregal schliesst.

Die Strahlenscharen aller Zweigregale, welche durch den Vierbund der Planaxen mit den Axentrippeln der Stammregale bedingt sind, machen ein Strahlensystem erster Ordnung und erster Classe aus, dessen Träger, die Planaxen und die Axenscharen der Stammregale, ein Complexbüschel darstellen.

Tafel III. Stab R.

Eine Polarcurve $(\pi)^2$ und ein Spurenpar $|s_a\, s_b|$ ihres Planes messen jede Gerade desselben viertheilig. Ein Axenpar $|\mathfrak{a}\,\mathfrak{b}|$ bezeichnet also durch seine Planpunkte $.A, B.$ auf $|s_a\, s_b|$ einen viertheiligen Planstrahl $|m|$, auf welchem indessen die Theilpunkte der Polarcurve fehlen können.

Dem Bindepunkt $|S_a . n_i . S_b|$ entspricht ein Regelstrahl $|n_i|$, dessen Bindepunkte $|\mathfrak{a} . a_i | n_i | b_i . \mathfrak{b}|$ je ein Strahlenpar $|\mathfrak{s}_{b1}, \mathfrak{s}_{b2}; \mathfrak{s}_{a1}, \mathfrak{s}_{a2}|$ mit $|s_b . \pi_{b1}, \pi_{b2} (\pi)^2 \pi_{a1}, \pi_{a2} . s_a|$ bezeichnen. Dieses Strahlenquadrupel misst $|\mathfrak{a}, \mathfrak{b}|$ viertheilig, indem $. a_i, b_i .$ je als Doppelpunkte gelten und daher die Axen selbst als Doppelaxen bezeichnen. Die Regelfläche, welche die Polarcurve mit dem Axenpar verbindet, gehört also dem Vierbund an; wir nennen sie: Quadrigal.

Ist $|n|$ eine freie Gerade des Planes, die an $.A, B.$ vorbeigeht, so vermittelt das Regal $|n, \mathfrak{a}, \mathfrak{b}|^2$ den Strahlverband. Doch wird man sich zweckmässiger auf ein Ebenenpar $[\mathfrak{a}\,\mathfrak{s}_i, \mathfrak{b}\,\mathfrak{s}_i]$ stützen, indem $|\mathfrak{s}_i|$ einen Punkt von $(\pi)^2$ mit dem Axenpar verbindet.

Die ebene Bindecurve des Quadrigals ist 4. Ordnung und besitzt im Allgemeinen 3 Doppelpunkte, von denen je einer auf jeder Axe und der dritte auf dem Bindestrahl ihrer Planpunkte liegt.

Das Quadrigal und seine ebene Bindecurve sind 4. Classe, denn die Plancurve eines Regales, das eine freie Reliefgerade mit dem Axenpar verbindet, hat mit der polaren Leitcurve $(\pi)^2$ 4 Punkte gemein und durch jeden Bindestrahl zweier Berührebenen gehen 4 Strahlen der Fläche, deren Bindebenen mit diesem Bindestrahl Berührebenen des Quadrigales sind. Diese Berührebenen werden, wie früher, mit Hülfe von Tangentregalen bestimmt. In dem Planstrahl $|A\,B = m|$ fallen 2 Strahlen $|s_a, s_b|$ zusammen, mithin auch das Strahlenquadrupel, welches durch die reellen oder imaginären Bindepunkte $(\pi^2 . m_a . m_b . m)$ angezeigt ist. Ein Ebenenbüschel durch $|m|$ ist mit dem Quadrigal doppelt verbunden und misst dasselbe durch Polarcurvenpare.

Der Zeigerkegel $. a_1 (\pi)^2$, der mit dem Quadrigal durch ein Strahlenpar $|\mathfrak{s}_1 \mathfrak{s}_2|$ verbunden ist, hat mit dieser Fläche noch eine Ordnungscurve $(\omega)^4$ gemein.

Das Ebenenbüschel $|\mathfrak{a}|$ zeigt nämlich auf der Leitcurve $(\pi)^2$ verbundene Strahlenpare des Kegels und des Quadrigales an; das 2. Par Bindepunkte jener 4 Strahlen gehört der Ordnungscurve $(\omega)^4$ an und ergänzt jeweilen den Doppelpunkt $. a .$ zum Quadrupel, das der betreffenden Büschelebene zukommt. Auf $(\pi)^2$ liegen im Allgemeinen 4 Punkte von $(\omega)^4$: die Berührpunkte des Tangentenpares aus $. A .$ und das Bindepar des Planstrahles $|A\,B|$.

In jeder andern Ebene des Büschels $|A\,B|$ bezeichnet sowohl das Quadrigal als der Zeigerkegel eine Polar-

curve; beide Curven haben die Bindepunkte auf $|\mathfrak{s}_1, \mathfrak{s}_2|$ gemein; das übrige Par gemeinsamer Punkte dieser Curven bildet mit dem allen Ebenen des Büschels gemeinsamen Punktepar der Axe $|AB|$ das Quadrupel, das die Ordnungscurve $(\omega)^4$ mit der betreffenden Büschelebene verbindet.

Der Pol $.p_{12}.$ der Sehne $|\pi_1\ \pi_2|$ bestimmt nämlich mit $|a|$ die gemeinsame Polarebene $[\mathfrak{a}\, p_{12}]$ des Quadrigals und des Kegels, welcher ein durch die Spitze $.\alpha.$ gehender gemeinsamer Polarstrahl $|\mathfrak{p}_a|$ entspricht. Von den Ebenen des Polarbüschels $|\mathfrak{p}_a|$ ist $[\mathfrak{s}_1\ \mathfrak{s}_2]$ fest. Jede der übrigen Ebenen bezeichnet im Allgemeinen ein gemeinsames Punktepar der Polarcurven von Quadrigal und Kegel in den Ebenen des Büschels $|m|$. Insbesondere enthalten die Berührebenen $|\mathfrak{a}[\mathfrak{s}_1, \mathfrak{s}_2]$ noch die Kegelstrahlen $|\mathfrak{s}_{1t}, \mathfrak{s}_{2t}|$, welche mit $|\mathfrak{p}_a|$ in $.\alpha.$ zusammentreffend, in einer Ebene des Parbüschels $|\mathfrak{p}_a|$ liegen und das Tangentenpar des Dopppelpunktes $.\alpha.$ darstellen.

Die Quadrigalstrahlen, welche den Berührpunkten des Tangentenpares aus $.B.$ an $(\pi)^2$ entsprechen, bezeichnen auf $|\mathfrak{a}|$ die Grenzpunkte der Strecke $|a|$, welche Zeigerkegel mit Ordnungscurven $(\omega)^4$ enthält, deren Doppelpunkte ein reelles Tangentenpar besitzen. Ausserhalb jener Strecke sind die Spitzen der Zeigerkegel von der Bindecurve (ω) isolirt.

Das Regal, welches den Planstrahl $|A\ B = m|$ mit einem Par Quadrigalstrahlen $|\mathfrak{s}_1, \mathfrak{s}_3|$ verbindet, besitzt einen Polarstrahl $|\mathfrak{p}_i|$ zu $|m|$. Hält man $|m\,.\,m_i\,.\,\pi_1\ \pi_3|$ fest, so durchläuft der Planpunkt $.p_i.$ des Polarstrahles die Polare $|m_p|$ zu $.m_i.$ und dieser selbst beschreibt das Polarregal $\|\mathfrak{a}\,\mathfrak{b}\,m_p\|^2$. Alle Polarregale, welche der Punktreihe $|m_i|$ entsprechen, werden durch das Spuren-

vierseit $|\mathbf{a}, \mathbf{b}\, m\, p_m|$ verbunden, wobei $|\mathbf{p}_m|$ durch den Pol $.P.$ von $|m|$ zu $(\pi)^2$ angezeigt ist, als deren Planpunkt.

Vier Bindestrahlen eines windschiefen Axenpares bedeuten in sechsfacher Verbindung ein Par Gegenpolaren und ein Strahlenpar. In jeder Ebene durch eine der Gegenpolaren bezeichnet die andere nebst dem Strahlenpar ein Büschel Polarcurven.

Folglich ist ein windschiefes Axenpar mit 4 Bindestrahlen in 12fachem Sinn ein Masszeichen für Büschel von Quadrigalen.

Durch die polare Leitcurve begründet und durch Regale fortgepflanzt, findet die Polarbeziehung zwischen den Paren der Bindestrahlen auch beim Triregal statt, welches ja überhaupt als Specialform des Quadrigals aufgefasst werden kann. Doch stellt sich die Entwicklung der Gestalten deutlicher dar, wenn man wahrnimmt, wie die einfachen Verbände sich stufenweise vervielfältigen.

V. Fünfbund.

Fünf freie, windschiefe Axen werden verbunden durch die Polarcurve, welche das Regal aus 3 Axen auf dem Plan einer 4. bezeichnet, indem diese Curve zugleich mit der 5. und einer Regalaxe ein Triregal bestimmt.

Die Ebenenpare durch die beiden Regalaxen, welche dem Triregal fremd bleiben, messen auf der Planaxe eine Partheilung. Die Polebenentrippel durch die Bindaxe des Regales mit dem Triregal messen auf jener Planaxe eine Dreitheilung mit festem Nullpunkt in der das Triregal vermittelnden Polebene. Die beiderlei bewegliche Ebenenpare verbindende Theilung

der Polarcurve bezeichnet das Planspurenbüschel, welches die Erzeugung des Triregales leitet.

Im Fünfbund bezeichnet also der Strahlverband von 4 Reliefaxen auf der Planaxe einen 5theiligen Masstab mit festem Nullpunkt.

Jeden $.A.$ der Planaxe $|a|$ verbinden 4 Regelstrahlen $|\mathbf{s}_{1..4}|$ mit den Axenparen $\left|\begin{matrix}\mathbf{bc}, \mathbf{de}\\ \mathbf{bd}, \mathbf{de}\end{matrix}\right|$, bezeichnen dadurch 2 Par Zweigregale, von welchen jedes Par ausser $|a|$ noch eine Axe gemein hat. $\|\mathbf{e\,c\,d}\|^2$ ist ein Astregal und misst mit dem Stammregal $\|\mathbf{b\,c\,d}\|^2$ auf jedem Strahle des Kegels $.A|\,a\,\mathbf{s}_{1..4}\|^2$ eine Viertheilung, welche der Nullpunkt $.A.$ zur Fünftheilung ergänzt.

Die Kegel $.A\,|a\,\mathbf{s}_{1..4}\|^2$ haben für den Complex des Fünfbundes dieselbe Bedeutung, wie die Nullebenen des Dreibundes, sie sind Nullkegel des Complexes zweiter Ordnung, sagen wir folgerichtig: des Polarcomplexes.

Hat $|\mathbf{e}|$ mit dem Stammregal $\|\mathbf{b\,c\,d}\|^2$ 2 Punkte gemein, so gehen durch dieselben 2 Astbinder $|\mathbf{c}^*, \mathbf{d}^*|$, welche mit $|\mathbf{c}, \mathbf{d}|$ das Spurenvierseit des Astregales auf dem Stammregal schliessen.

Haben die Zweigregale $|\mathbf{a\,b}|\mathbf{c}, \mathbf{d}\|^2$ zwei Binder gemein, so müssen dieselben dem Stammregal $\|\mathbf{b\,c\,d}\|^2$ angehören, mithin durch die Bindepunkte $|a\,.\,\pi_{a1}, \pi_{a2}\,.\,\pi^2)$ gehen. Fallen $|\mathbf{c}, \mathbf{d}|$ mit diesen Zweigbindern zusammen, indem dieselben auf $|a, \mathbf{b}|$ die Pare $.A_1, A_2\,; B_1, B_2\,.$ bezeichnen, so vertreten $|A_1\,B_2, A_2\,B_1|$ für die Nullpunkte $.A_1, A_2\,.$ die Regelstrahlen zu $|\mathbf{b\,d}, \mathbf{b\,c}|$; die Complexkegel der genannten Nullpunkte zerfallen in das Ebenenpar $[aB_1, aB_2]$ und der Complex enthält das

Hauptvierflach $[A_1 B_1 B_2 A_2]$ mit den Hauptpunkten $A_1 A_2, B_1 B_2$. und der Nebenaxe $|\mathfrak{e}|$.

Jeder Hauptpunkt bestimmt mit einem Par Nullpunkten auf $|\mathfrak{e}|$ zwei Strahlen ihrer Complexkegel und verbindet dieselben, daher muss die Bindecurve $(\xi)^3$ dieser Kegel durch alle Hauptpunkte gehen und diese 4 Scheitel für das Büschel Bindecurven des tetraedralen Polarcomplexes sein.

Ist $|A_1 E_i . e_i [B_1 B_2 A_2] e_0 . e|$, so verbindet eine Polarcurve $(B_1 B_2 A_2 e_i e_0)^2$ sämmtliche Complexkegel des Nullstrahles $|A_1 E_i|$.

Das Ebenenbüschel um eine freie Axe $|\mathfrak{c}|$ bezeichnet auf den beiden Doppelaxen eines Quadrigales $|\mathfrak{a}\,\mathfrak{b}|$ die Richtpunkte einer Regelschar. Irgend ein Strahl derselben bestimmt mit einer Doppelaxe die Nullebene eines Quintregales und das Ebenenbüschel durch $|\mathfrak{c}|$ bezeichnet auf einer Quadrupelcurve $(\omega)^4$ und $|\mathfrak{a}|$ die Richtpunkte der Strahlenquadrupel, welche $|\mathfrak{c}|$ selbst zum Quintupel ergänzt. Wie die Erzeugung ist auch die Behandlung des Quintregales derjenigen der früheren Vielregale analog.

VI. Sechsbund.

Sechs freie, windschiefe Axen werden verbunden durch die Polarcurve, welche das Regal aus 3 Axen auf dem Plan einer 4. bezeichnet, indem diese Curve zugleich mit den beiden übrigen Axen ein Quadrigal bestimmt.

Die Ebenenpare durch 2 Regalaxen messen auf der Planaxe eine Partheilung. Die Polebenenquadrupel durch die dritte Regalaxe und die Theilpunkte der Zeigebenenpare des Quadrigales auf der Plancurve messen

auf der Planaxe eine Viertheilung. Dabei werden jedoch die Ebenenpare der Partheilung nur durch den einen oder andern Sekantenbüschel der zeigenden Planspuren einander zugeordnet, weil sonst jene Ebenenpare doppelt gezählt würden.

Im Sechsbund bezeichnet also der Strahlverband von 5 Reliefaxen auf der Planaxe einen 6theiligen Masstab.

In jedem Plane durch $|a|$ bezeichnen die Regelstrahlen aus dem Planpunkt $.B.$ der Axe $|\mathbf{b}|$ zu $|\mathbf{c}, \mathbf{d}, \mathbf{e}, \mathbf{f}|$ auf der Planaxe 4 Nullpunkte $.A\,c, d, e, f.$, welche parweise verbunden, mit jedem Strahle $|\beta_j|$ 4 Zweigregale durch $|\mathbf{c}, \mathbf{d}.\, c_i, b_i[\mathbf{b}\beta_j]e_i, f_i.\, \mathbf{ef}|$ anzeigen. Diesen 4 Zweigregalen entsprechen in jedem $.\alpha_i.$ auf $|\beta_j|$ 4 Strahlen eines Strahlsystemes II. O., welches durch die 6 freien windschiefen Axen bestimmt ist. Bilden die 5 Reliefaxen $|\mathbf{b\,c\,d\,e\,f}|$ ein windschiefes 5Seit, so gehen durch dessen 5 Bindepunkte die Quadrupelcurven, welche die Complexkegelpare zu den Punkten der Planaxe verbinden.

Die Ebenenpare eines Regales bezeichnen mit den Bindepunkten seiner Strahlen auf dem Axenpar auf jeder Trippelcurve $(\xi)^3$ die Pare von Strahlentrippeln eines Sexregales, auf jeder Quadrupelcurve $(\omega)^4$ die Pare von Strahlenquadrupeln eines Octregales.

Der Massraum.

Regelflächen verbinden die Axencomplexe des Massraumes mit dessen Strahlenscharen.

Dabei misst jedes Ebenenpar Strecken auf allen Geraden, die weder in einer Parebene liegen noch die Bindaxe des Ebenenpares treffen.

Aus der Verbindung zweier Ebenenbüschel durch eine gemeinsame Leitaxe entsteht das allgemeine Masszeichen des Regales, die Parung einer Axenschar mit einer Strahlenschar.

Aus der Verbindung des Stammregales mit den Scharen der Zweigregale gehen lineare Complexe und Complexbüschel hervor; aus den Büscheln der Astregale ergeben sich Polarcomplexe und deren Büschel.

Die Verbindung des Regales mit der Ebene zeigt den Polarkegel als Kerngestalt, bestehend aus der Polarcurve und ihrem Pol, umhüllt von den Polebenen, deren Polort die Polarcurve ist und welche in der Ebene derselben die Tangenten der Curve bezeichnen.

Die Polebene eines Regales verbindet eine Polarcurve desselben mit einer freien Axe zum Triregal Das Regal durch 2 freie Axen verbindet diese mit einer Polarcurve zum Quadrigal.

Im Allgemeinen entstehen Vielregale aus einfachen und geparten Ebenenbüscheln, welche mit Curven verbunden sind. Das Ebenenbüschel und das Büschelpar des Regales sind mit einer Geraden verbunden und können als Urformen der Vielregale gelten.

Die ebene Bindecurve eines Vielregales zeigt auf jeder Geraden ihrer Ebene die Ordnung des Vielregales an.

Die konische Bindecurve des Vielregales ist eine Ordnungscurve dieser Fläche, wenn der Zeigerkegel mit derselben durch seine Leitcurve und so viele Strahlen verbunden ist, als die Ordnungszahl der letzteren

anzeigt. Bei den unparen Vielregalen muss die Spitze des Zeigerkegels auf der Nullaxe liegen.

Regale übermitteln die Polarbeziehungen des Parbundes den Vielregalen der höheren Axenbünde und bedingen durch ihre Verbindung mit den Zeigerkegeln von den Biegungen zu Grunde liegender Polarcurven aus die Windungen der Reliefcurven.

Der **Flächenzusammenhang** der Linien begründet die Abhängigkeit ihrer Massverhältnisse und Gestaltung von den Lagenverhältnissen gegebener Axen.

In Wirklichkeit wird der Flächenzusammenhang dadurch erkannt, dass man durch stetige Bewegung nach mannigfaltigen Richtungen Linien in Flächen beschreibt; sei es mit dem Hobel, der Feile, dem Drehstahl; sei es mit dem Richtscheit, dem Modellirholz, dem Zeichenstift; sei es vermöge tastender Blickbewegung.

In der Vorstellung erzeugen darnach Linien durch stetige Bewegung die Flächen, indem sie entweder längs gegebener Linien derselben gleiten oder um Bindepunkte von Linienparen sich drehen. Dieselbe Leitlinie verbindet verschiedene Flächen zu einem Büschel und die Linien derselben Fläche können sich in einander verwandeln, indem sie von verschiedenen Zeigerflächen auf jener beschrieben werden.

Axen stellen die Einheit der leitenden, Strahlen diejenige der geleiteten Bewegungsrichtung dar.

Indem die Strahlenbewegung des Regales sich auf 3 windschiefe Axen stützt, verbindet dieselbe in ein-

fachster Weise gleitende und drehende Bewegung, während zugleich die Strahlenpare seiner Polebenen sich wie die Schaufelkanten des Modellirholzes jeder Flächenwölbung anschmiegen.

Das räumliche Denken besteht überhaupt nicht bloss in dem Anschauen räumlicher Verhältnisse, wie die Projectionslehre ursprünglich voraussetzt, sondern dasselbe beruht vielmehr auf dem Gestalten im Raume. Denn die Vorstellung folgt nicht allein dem Linienzug der Zeichenfläche, sie gestaltet auch das Relief und bildet eben durch solche zusammenhängende, nach Massverhältnissen geregelte Reproduction früherer Einzelwahrnehmungen die Raumbegriffe aus, welche die Masszeichen andeuten. Bezeichnen, messen, verbinden sind also logische Verrichtungen mit Linien, wie: benennen, urtheilen, schliessen solche mit Worten sind.

Die Masszeichen dienen als Gleichnisse für allgemeine Linienverbindungen, wie die algebraischen Formeln als Gleichnisse von Zahlverbindungen gelten. Sichtbar oder gedacht, gewähren also die Masszeichen der Vorstellung eine bestimmte Grundlage von Linien, sie fördern die Verschmelzung räumlicher Vorstellungen zu stetigen Gesammtanschauungen, indem sie unmittelbar zur Wegleitung dienen, gleich der Erdkarte mit ihren Netzen der Zonen und Meridiane, der Flussadern und Höhenschichten.

Unabhängig von der physikalisch nur angenähert richtigen Hypothese geradliniger Lichtstrahlen, unabhängig von der physiologisch ungenauen Annahme eines einzigen, festen Blickpunktes, unabhängig von der sichtbaren Erscheinung der Linien überhaupt, fasst der Massraum,

als Inbegriff der Masszeichen, die Verbindungen seiner Axen durch Strahlen und Curven systematisch zusammen, indem er durch seine Flächen jeder Axe ein bestimmtes Massverhältniss zutheilt.

Als stetiges Ganzes erscheint das Sehfeld vor dem leiblichen Auge; als stetiges Ganzes erfasst, vermöge geregelter Blickbewegung, die Vorstellung jede räumliche Gestalt, daher ist auch die räumliche Synthese nur dann vollständig, wenn sie aus der Stufenfolge und dem Wandel der Masszeichen den geordneten Zusammenhang der Linien und Flächen als stetiges Ganzes, als Massraum erkennt.

Hottingen-Zürich, März 1890.

Ueber eine Determinante, welche bei der Berechnung symmetrischer Functionen vorkömmt.

Von

E. Gubler.

Im ersten Bande seines »Handbuches der höhern Algebra« theilt Serret ein von Waring angegebenes Verfahren mit, eine beliebige ganze und symmetrische Function der Wurzeln einer algebraischen Gleichung direct als Function der Coefficienten dieser Gleichung auszudrücken. In dem Falle, wo die Glieder der symmetrischen Function k Wurzeln im Quadrat, n Wurzeln in der ersten

Potenz enthalten, führt die Rechnung auf ein Gleichungssystem folgender Form:

$$\begin{aligned}
&x_1 && = -\binom{n+2}{1}\\
&\binom{n+4}{1}x_1 + x_2 && = -\binom{n+4}{2}\\
&\binom{n+6}{2}x_1 + \binom{n+6}{1}x_2 + x_3 && = -\binom{n+6}{3}\\
&\cdots\cdots && \cdots\cdots\\
&\binom{n+2i}{i-1}x_1 + \binom{n+2i}{i-2}x_2 + \cdots + x_i && = -\binom{n+2i}{i}\\
&\cdots\cdots && \cdots\cdots\\
&\binom{n+2k}{k-1}x_1 + \binom{n+2k}{k-2}x_2 + \cdots\cdots + \binom{n+2k}{1}x_{k-1} + x_k && = -\binom{n+2k}{k}
\end{aligned}$$

Auf dieses Gleichungssystem tritt jedoch Serret nicht ein. Aus der dem System zu Grunde liegenden Gleichung:

$$\binom{n+2\lambda}{\lambda} + \binom{n+2\lambda}{\lambda-1}x_1 + \binom{n+2\lambda}{\lambda-2}x_2 + \cdots + \binom{n+2\lambda}{\lambda-i}x_i + \cdots\cdots + \binom{n+2\lambda}{\lambda-k+1}x_{k-1} + \binom{n+2\lambda}{\lambda-k}x_k = 0$$

leitet er durch eine recurrirende binomische Darstellung der Coefficienten k nur zweigliedrige Gleichungen ab, aus denen dann die Werthe der Unbekannten sehr leicht erhalten werden. Für x_i entspringt die allgemeine Formel:

$$x_i = (-1)^i \frac{n+2i}{i}\binom{n+i-1}{i-1}.$$

Diese Formel ist für alle Fälle gültig. Das Verfahren dagegen, welches Serret einschlägt, bedarf für $n = 0$ einer Modification und ist somit nicht ein ganz allgemeines zu nennen.

Die Werthe der Unbekannten x_i $(i = 1, 2, 3 \ldots . k)$ werden am naturgemässesten erhalten, wenn man dieselben aus dem oben hingeschriebenen Gleichungssystem mit Hülfe der Determinanten entwickelt. Die interessante Determinante, welche dabei auftritt, liefert die allgemeine Form der Lösung auf eben so einfache als ele-

gante Weise. Da ich nicht in Erfahrung bringen konnte, dass diese Auflösung schon irgendwo angegeben sei, so erlaube ich mir, dieselbe hier mitzutheilen auf die Gefahr hin, etwas Ueberflüssiges zu thun.

Wie man sofort übersieht, hat die Determinante des Systems den Werth 1. Für x_i ergibt sich daher:

$$x_i = \begin{vmatrix} 1 & .0. & \cdots & -\binom{n+2}{1} & \vdots & \cdots & .0 \\ \binom{n+4}{1} & .1.0 & \cdots & -\binom{n+4}{2} & \vdots & \cdots & .0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \vdots & \cdots & \cdots \\ \binom{n+2(i-1)}{i-2} & \cdots & 1 & -\binom{n+2(i-1)}{i-1} & \vdots & .0. \cdots & .0 \\ \binom{n+2i}{i-1} & \cdots & \binom{n+2i}{1} & -\binom{n+2i}{i} & \vdots & .0. \cdots & .0 \\ \hdots & \hdots & \hdots & \hdots & \hdots & \hdots & \hdots \\ \binom{n+2(i+1)}{i} & \cdots & -\binom{n+2(i+1)}{i+1} & & \vdots & .1. \cdots & .0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \vdots & \cdots & \cdots \\ \binom{n+2k}{k-1} & \cdots & -\binom{n+2k}{k} & & \vdots & \binom{n+2k}{1} & .1 \end{vmatrix}$$

Diese Determinante zerfällt in das Product zweier Determinanten vom $i$ten und $(k-i)$ten Grade. Da die letztere stets den Werth 1 hat, so braucht man nur die Determinante $i$ten Grades zu betrachten. Macht man die $i$te Colonne zur ersten und tilgt das Minuszeichen, so kommt:

$$x_i = (-1)^i \begin{vmatrix} \binom{n+2}{1} & 1 & .0. & \cdots \\ \binom{n+4}{2} & \binom{n+4}{1} & .1.0 & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \binom{n+2(i-1)}{i-1} & \binom{n+2(i-1)}{i-2} & \cdots & \binom{n+2(i-1)}{1} \\ \binom{n+2i}{i} & \binom{n+2i}{i-1} & \cdots & \binom{n+2i}{2} \end{vmatrix} \quad \begin{matrix} \cdots \\ \cdots \\ \cdots \\ 1 \\ \binom{n+2i}{1} \end{matrix}$$

Man beachte nun die Relation

$$\frac{m-\lambda}{m}\binom{n+2m}{m-\lambda}-\binom{n+2m}{m-\lambda-1}=\frac{\lambda+1}{m}\binom{n+2m}{m-\lambda-1}\frac{n+\lambda+1}{\lambda+1}.$$
$$\lambda=0,1,2,3,\ldots(m-1)$$

$\lambda = 0$ zeigt, dass durch Subtraction der zweiten Colonne von der ersten letztere durch $\frac{n+1}{1}$ theilbar wird und ihre Glieder erhalten der Reihe nach den Coefficienten $\frac{1}{m}$ $(m = 1, 2, 3, \ldots i)$. Sondert man den Factor $\frac{n+1}{1}$ ab und subtrahirt die erste Colonne von der zweiten, so wird die erste Zeile $1 \,.\, 0 \,.\, 0 \,.\, 0 \ldots$, die Determinante sinkt also um einen Grad. Die Glieder der ersten Colonne in der Determinante $(i-1)$ten Grades haben ihrer Entstehung wegen der Reihe nach den Coefficienten $\frac{m-1}{m}$ $(m = 2, 3, 4, \ldots i)$. Zieht man wieder die zweite Colonne von der ersten ab, so kann man aus der letzteren den Factor $\frac{n+2}{2}$ absondern und nach abermaliger Subtraction der ersten Colonne von der zweiten gelangt man zu einer Determinante $(i-2)$ten Grades, in welcher die Glieder der ersten Colonne der Reihe nach den Coefficienten $\frac{m-2}{m}$ $(m = 3, 4, 5 \ldots i)$ haben. Vollzieht man diesen Process $(i-1)$ mal, so hat man

$$x_i = (-1)^i \frac{(n+1)(n+2)(n+3)\ldots(n+i-1)}{1 \,.\, 2 \,.\, 3 \,\ldots\, (i-1)} \begin{vmatrix} 1 & . & 0 \\ \frac{i-1}{i}\binom{n+2i}{1} & . & \frac{n+2i}{i} \end{vmatrix}$$
$$= (-1)^i \frac{n+2i}{i}\binom{n+i-1}{i-1}.$$

Zürich, im April 1890.

Ueber die Ursachen der Pigmentwanderung in der Netzhaut.

Von

Dr. **A. Eugen Fick,**

Privatdocent der Augenheilkunde.

Vortrag,
gehalten in der Hauptversammlung der naturforschenden Gesellschaft in Zürich am 19. Mai 1890.

Die Lehre vom Sehen mit einem Auge lässt sich in drei Abschnitte gliedern: in einen physikalischen Theil, welcher die Dioptrik des Sehens behandelt, in einen physiologischen Theil, welcher die objectiv nachweisbaren Wirkungen des Lichtes auf die Zellen der Netzhaut behandelt, und in einen so zu sagen psychologischen Theil, welcher dasjenige behandelt, was nur durch Selbstbeobachtung ermittelt werden kann.

Der erste Abschnitt darf als ziemlich vollendet betrachtet werden, der dritte ist wenigstens ungemein fleissig bearbeitet worden und mit einer Fülle von Thatsachenmaterial gesegnet, und nur der zweite befindet sich im Beginne seiner Entwicklung und ladet daher am meisten zu weiterer Bearbeitung ein.

Die wichtigsten bis jetzt bekannten Thatsachen des zweiten Theiles sind folgende:

1. In den Aussengliedern der Netzhautstäbchen findet sich ein rother Farbstoff, der sogenannte Sehpurpur, welcher durch Licht gebleicht wird und im Dunkeln sich wieder herstellt. (Boll.)
2. Die Pigment-Nädelchen und -Körnchen des Pigmentepitheles schieben sich auf Lichteinwirkung zwischen den Stäbchenaussengliedern nach einwärts, so dass Durchschnitte durch die Netzhäute von Lichtfröschen so aussehen, wie auf dieser Zeichnung (Vorweisung) schematisch dargestellt ist. (Boll und Kühne.)
3. Bei abwechselnder Belichtung und Bedunkelung einer Netzhaut entstehen im zugehörigen Sehnerv electrische Stromschwankungen. (Holmgren.)

4. Auf Lichteinwirkung gehen die Zapfen, die Sehzellen *Κατ' ἐξοχην* aus ihrer langgestreckten Gestalt in eine stark verkürzte, zusammengezogene über. (van Genderen-Stort.)

Die Entdeckung der letzten Thatsache durch van Genderen-Stort veranlasste einen holländischen Gelehrten, Namens Engelmann, diese merkwürdigen Erscheinungen weiter zu verfolgen. Seine Versuche förderten nun noch weit wunderbarere Dinge zu Tage. So fand Engelmann, dass bei einem Frosche, dessen linkes Auge allein belichtet wird, auch die Netzhaut des rechten Lichtstellung, d. h. Innenstellung des Pigmentes und der Zapfen zeigt. Ja es genügte schon, die Haut des Frosches etwa für eine Viertelstunde von der Sonne anscheinen zu lassen, um in den sorgfältig dunkel gehaltenen Augen Lichtstellung zu finden. Engelmann schloss hieraus, dass in den Sehnerven nicht bloss centripetale Erregungen verlaufen, sondern auch centrifugale. Wenn dieser Schluss richtig ist, so kann man nur ruhig durch die ganze bisherige Sinnesphysiologie einen Strich machen und ihre Erforschung von Neuem beginnen; denn die rein centripetale und specifische Leitung in den Sinnesnerven gilt als die eigentliche Grundlage dieses Abschnittes der Physiologie. Indessen die Physiologen machten diesen Strich einstweilen nicht. Sie mochten denken, dass die Engelmann'schen Beobachtungen vielleicht nicht ganz richtig, oder wenigstens nicht richtig gedeutet seien. Und sie haben Recht gehabt mit ihrer Zurückhaltung, wie ich Ihnen sofort nachweisen werde.

Vor etwa 2 Jahren, als ich eben erst begonnen hatte, mich mit diesen Fragen zu beschäftigen, fiel es mir auf, dass die Dunkelfrösche die Aussenstellung des Pigmentes und der Zapfen in sehr verschiedenem Grade zeigten, ja dass sich hier und da einmal ein Dunkelfrosch mit Innenstellung, also Lichtstellung fand. Ich dachte selbstverständlich in erster Linie an Fehler der Verdunkelung. Ich wandte mich daher an Herrn Professor Gaule, durch dessen Freigebigkeit es mir möglich wurde, mittelst verschiedener Verbesserungen baulicher Natur ein tadelloses Dunkelzimmer im physiologischen Institute herzustellen. Dann berücksichtigte ich die verschiedenen Methoden der Tödtung der Thiere und Vorbereitung der Augäpfel zur mikroskopischen Unter-

suchung; ich berücksichtigte ferner die Temperatur, die beiden verschiedenen Arten des Frosches, die Jahreszeit, ja sogar das Geschlecht der Frösche, Alles vergebens! Stets war das Ergebniss ungleiche Aussenstellung gleich behandelter Netzhäute, bezw. ihrer Theile; ganz besonders war dies der Fall bei Fröschen, die sehr lange, Tage oder gar Wochen lang in Dunkelhaft zugebracht hatten. Ich gab endlich das Suchen nach dem hier mitspielenden Umstande auf und beschloss, einfach die Engelmann'schen Versuche nachzumachen, selbstverständlich aber immer mit einer Anzahl von Fröschen gleichzeitig, da so die Gefahr einer Täuschung durch den unbekannten Umstand etwas vermindert wurde.

Ich zog vier Fröschen, wie Engelmann gethan, Sammtkapuzen über die Köpfe und Vorderbeine und liess sie so für 8 Stunden im Dunkeln, um sie in Dunkelfrösche zu verwandeln; darauf sollte die von der Sammtkapuze nicht bedeckte Haut besonnt werden. Als der Versuch beginnen sollte, zeigte es sich, dass einer von den 4 Fröschen todt war, ein zweiter fast todt und nur die beiden übrigen leidlich wohl. Ich gab daher den Versuch für diesen Tag auf und untersuchte die Augen der beiden lebendig gebliebenen Frösche, ohne sie ans Licht gebracht zu haben. Zu meinem nicht geringen Erstaunen fand ich bei diesen beiden Fröschen, die 8 Stunden in völligem Dunkel gesessen hatten, im Dunkeln getödtet und fixirt worden waren, das Pigment in ausgesprochenster Hellstellung. Jetzt fiel es mir wie Schuppen von den Augen! Bei der Erzeugung der Innenstellung spielt ein Umstand mit, der mit Licht und Dunkelheit gar nichts zu thun hat, und dieser Umstand ist die Athmung!!

Diese Auffassung bestätigte sich durch weitere Versuche vollkommen. Ich sperrte 3 Frösche für 3 bis 4 Stunden in eine luftdicht verschlossene Blechkapsel ein, andere hielt ich 3 bis 4 Stunden unter Wasser, wieder andere liess ich 1 Stunde lang in einer H- oder CO_2-Atmosphäre athmen, selbstverständlich stets unter Ausschluss des Lichtes, und siehe da, sie alle zeigten vollständige Innenstellung des Pigmentes.

Ja sogar in einer Atmosphäre, die aus O und CO_2 zu gleichen Theilen gemischt ist, tritt die Innenstellung des Pigmentes ein.

Dieser Fund lässt die Engelmann'schen Beobachtungen in einem ganz anderen Licht erscheinen. Die Angabe z. B., dass Besonnung der Haut genüge, um Lichtstellung in den dunkel gehaltenen Augen hervorzubringen, kann recht gut erklärt werden, ohne dass man centrifugale Leitung in den Sehnerven anzunehmen braucht. Denn die Sammtkapuze aus vierfacher Sammtlage erwärmt das Thier und behindert die Athmung; sie kann also recht wohl dieselbe Wirkung auf das dunkel gehaltene Auge hervorbringen, wie der Aufenthalt in einer CO_2-reichen oder O-armen Atmosphäre oder in warmem Wasser. Dass die Sache sich wirklich so verhält, ergab ein sehr einfacher Versuch, der darin bestand, Dunkelfrösche für eine Viertelstunde mit Sammtkapuzen zu versehen und im Dunkeln zu lassen: auch sie zeigten Lichtstellung des Pigmentes.

Aber das Hauptinteresse meines Fundes liegt, wie mir scheint, in einer anderen Richtung. Da man nämlich die Innenstellung des Pigmentes durch Erschwerung der Athmung ganz ohne Licht erzeugen kann, und da andererseits mässiges Licht die Innenstellung nicht erzeugt, so muss man mindestens daran denken, dass das Licht die Innenstellung des Pigmentes vielleicht erst mittelbar hervorbringt, indem es chemische Umsetzungen bewirkt, bei denen O verbraucht und CO_2 erzeugt wird. Mit anderen Worten: es drängt sich uns der Gedanke auf, dass wir in der Wanderung des Pigmentes ein Reagens auf chemische Vorgänge in der Netzhaut haben, die ja längst, z. B. von Hering, aus rein theoretischen Gründen behauptet werden, für die aber bis jetzt ein thatsächlicher Beweis nicht aufzubringen war.

Ich schliesse meine kurze Mittheilung, indem ich die Vermuthung ausspreche, dass das Pigment (von Anderem abgesehen) dazu dient, bei starkem Lichteinfall die Zapfen mit einer Licht verschluckenden Hülle zu umgeben, dass also die Pigmentwanderung auf Lichtreiz ungefähr mit der Pupillenverengerung auf Lichtreiz auf eine Stufe zu stellen sei. Diese Vermuthung würde ohne Weiteres die bekannte Thatsache erklären, dass Albinos, d. h. pigmentlose Menschen, gerade so gut sehen, wie andere, aber grelles Licht nicht ertragen können, ohne unangenehme Blendungserscheinungen zu bekommen.

Notizen.

Notiz über das in der Schweiz in der Nacht vom 27./28. December 1560 gesehene grosse Nordlicht. — Herr Dr. R. Schoch hatte die Freundlichkeit, mich auf die eingehende Beschreibung einer „feurigen Lufterscheinung" aufmerksam zu machen, welche sich (vergl. Geschichtsfreund XVI, 283) in einem „Sontags nach dem heiligen Wienacht tag 1560 (29. December 1560)" gezeichneten, unter Anderm von dem weltberühmten Egidius Tschudi (Gilg Schudi) unterschriebenen, aus Glarus an den Rath von Schwytz gerichteten Schreiben findet und wie folgt lautet: „Uff gestern der unschuldigen Kindlenentag (28. December), hat sich aber ein wunderzeichen erzöugt, und angefangen ij stund vor tag, namlich sind bi heitrer nacht, als der Himmel voll sternen war, fünff fhüür einandern nach am Himmel erschinen, die sind vom Etzel har und die March haruf einanderen nach geruckt, als die, so es von anfang gesechen, sagend, also wie si bis an unser land kommen, sind si alle fünff fhüür bi einandern gsin, und gestaltet gsin, als ob ein grosse brunst unden jm land wäre; In dem ist die wält hie Im dorff Glarus alle uff geweckt worden, dann wenig hattend den anfang gesächen, und wondt Jederman, es brünne ze mullis oder unden Im land, und lüt man hie sturm und lüff Jederman mit fhüürkübleu hinab, und wie man bis gen netstal kam, do verging der fhüürend schyn plötzlich, ein wänig vor tag. Es giengend vil gneist und flammen von dem fhüür, als man wont, und was der Himmel als luter, das man das gestirn durch den fhüürigen schin sach, und ist hie Yung und Alt Jederman ufgsin." — Es kömmt diese Beschreibung sehr nahe mit derjenigen überein, welche (vergl. Biogr. I 28—29) unser grosse Konrad Gessner unter dem Pseudonamen „Conrad Bolovesus" veröffentlichte, und bezieht sich wie Letztere auf das grosse Nordlicht, welches damals in einem grossen Theile von Europa wahrgenommen wurde. Dass eine solche, für damalige Zeit sehr gut gehaltene Erzählung in mehrfacher Weise von hohem Interesse ist, braucht kaum beigefügt zu werden.

[R. Wolf.]

Auszüge aus den Sitzungsprotokollen.

Sitzung vom 13. Januar 1890.

A. Geschenke.

1. Herr Bibliothekar Dr. Ott legt folgendes Verzeichniss der seit der letzten Sitzung eingegangenen Schriften vor:

Von Herrn Lavater-Wegmann:

Thesaurus cochlearum, concharum, conchyliorum et mineralium. 1711.

Gessner, Conr. Thierbuch. 1583. Fischbuch. 1563.

Valentini, M. B. Natur- und Materialienkammer. 1704.

Zwinger, Theod. Theatrum botanicum. 1744.

Fabricius, Otho. Animalcula infusoria. 1786.

Jördens, J. H. Entomologie und Helmintologie des menschlichen Körpers. 1801.

Réaumur. L'art de convertir le fer forgé en acier. 1722.

Ende, F. A. v. Ueber Massen und Steine, die aus dem Monde auf die Erde gefallen sind.

Labram, J. D. und Imhof, L. Die schweizerischen Käfergattungen.

Leonhard, K. E. v. Geologie oder Naturgeschichte der Erde. 4 Bände. 8°. 1836—41.

Scopoli, J. A. Fundamenta chemiae. 1778.

Bauhinus, C. Catalogus plantarum circa Basileam. 1622.

Pfaff, C. H. und Friedländer. Französ. Annalen. 4 Bd. 1802.

Rose, F. Elemente der Krystallographie. 1833.

Kobell, F. v. Grundzüge der Mineralogie. 1838.

Ettinghausen, C. v. Physiographie d. Medicinalpflanzen. 1862.

Lyndley, John. Damen-Botanik. 1838.

Marquart, L. Cl. Die Farben der Blüthen. 1835.

Menzel, A. Naturgeschichte der gemeinen Honig- oder Hausbiene. 1855.

Schäffer, J. Ch. Der Gichtschwamm. 1760.

Liebig, J. Die organische Chemie. 1842.

Liebig, J. Ursachen der Säftebewegung im thierischen Organismus. 1848.

Bernoulli, Ch. Taschenbuch für die schweizer. Mineralogie. 1. Bd. 1811.

Steffens, H. Polemische Blätter zur Beförderung der speculativen Physik. Heft 1. 2. 1834.

Zangger, R. Denkschrift der Gesellschaft der schweizerischen Thierärzte. 1862.

Vom Fries'schen Fond.

Topographischer Atlas der Schweiz. Liefg. 35.

B. In Tausch gegen die Vierteljahrsschrift.

Leopoldina. Heft 25. Nr. 19—22.

Naturwiss. Rundschau. Jahrg. 4. Nr. 51. 52.

Bulletin de la soc. des sciences de la Basse-Alsace. Tome 23. Nr. 11.

Atti della reale accademia dei Lincei, 4. Serie. Vol. 5. Nr. 5. 6.

Nederlandsch kruidkundig archief. 2. Serie. 5. Deel. Nr. 3.

Regenwaarnemingen in Nederlandsch-Indie für 1888.

Observations made ad the magnetical und meteorological observatory at Batavia. Vol. 11. 1888.

Proceedings of the R. geograph. soc. Vol. 11. Nr. 12.

Bulletin de la soc. mathémat. de France. Tome 17. Nr. 5.

Jahresbericht der industriellen Gesellschaft in Mülhausen i/E. für 1889.

Bulletin des séances de la soc. des sciences de Nancy. 1. année. Nr. 2—5.

Bulletin de la soc. imp. des naturalistes de Moscou 1889. Nr. 2.

Bericht der naturforschenden Gesellschaft in Solothurn für 1886/89.

Sitzungsberichte der k. k. Akademie der Wissenschaften. Abthl. 1. Bd. 97. Heft 6-10. Abthl. 1. Bd. 98. Heft 1-3. Abthl. 2a. Bd. 97. Heft 8-10. Abthl. 2a. Bd. 98. Heft 1-3. Abthl. 2b. Bd. 97. Heft 8-10. Abthl. 2b. Bd. 98. Heft 1-3. Abthl. 3. Bd. 97. Heft 7-10. Abthl. 3. Bd. 98. Heft 1-4. Register zu Bd. 91—96.

Zeitschrift der deutschen geolog. Gesellschaft. Bd. 41. Heft 2.

Festschrift der mathematischen Gesellschaft in Hamburg.

Natuurkundig tijdschrift voor Nederlandsch-Indie. 8. Serie. Deel 9.

Nederlandsch meteorologisch jaarboek. 1879. Part. 2. 1888.

Naturwissenschaftliche Rundschau. 1890. Nr. 1.

Industrie-Zeitung von Riga. Jahrg. 15. Nr. 21. 22.

Monatliche Mittheilungen aus dem Gesammtgebiete der Naturwissenschaften. Jahrg. 7. Nr. 6—8.

Kongliga svenska vetenskaps-akademiens handlingar. Bd. 21. Part. 1. 2. 1884/85 und Atlas. Bd, 20. Part. 1. 2. 1882/83.

Observations météorologiques suédoises. Bd. 8—12. = 1880/84.

Bihang till kongl. svenska vetenskaps-akademiens handlingar. Bd. 9. Nr. 1. 2. Bd. 10. Nr. 1. 2. Bd. 11. Nr. 1. 2. Bd. 12. Nr. 1-4. Bd. 13. Nr. 1-4.

Ofersigt af kongl. svenska vetenskaps-akademiens handlingar. Bd. 41—45. 1884—1888.

Lefnadsteckningar. Bd. 2. Nr. 3.

Bulletin de la soc. ouralienne. Tome 10. Nr. 3. Tome 11. Nr. 1. 2.

Oversigt over det kongelige danske videnskabernes selskabs forhandlinger. 1889. Nr. 2.

C. Anschaffungen.

Astronomische Nachrichten. Nr. 2937—2941.

La nature. 1889. Nr. 864—866.

Mémoires de l'académie imp. des sciences de St-Pétersbourg. Tome 37. Nr. 2.

Jahresbericht über d. Fortschritte d. Chemie für 1887. Heft 3.

Meteorologische Zeitschrift. Bd. 24. Nr. 12.

Nordenskjöld, Ad. Erik. Studien und Forschungen auf meinen Reisen im hohen Norden. 8°. Leipzig. 1885.

Walter, Ferd. Das Visceralskelett und seine Muskulatur bei den einheimischen Amphibien und Reptilien. 8°. Jena. 1887.

Boveri, Th. Zellenstudien. 8°. Jena. 1887. Heft 1 und 2.

Eimer, G. H. Th. Die Entstehung der Arten. 1. Theil. 8°. Jena. 1888.

Schenck, H. Die Biologie der Wassergewächse. 8°. Bonn. 1886.

Annales du jardin bot. de Buitenzorg. Vol. 7. Vol. 8. Part. 1.

Bulletin de la soc. géolog. de France. 3 série. Tome 17. Nr. 8.

Mansion, P. und Neuberg, J. Mathesis. recueil mathématique. Tome 1—3.

Journal für praktische Chemie. Neue Folge. Bd. 40. Nr. 11.

Rabenhorst. Kryptogamenflora. 4. Bd. Laubmoose. Lief. 13.

Kerner, A. Pflanzenleben. 2. Bd. Heft 1—5.

Geographische Abhandlungen von Penk. Bd. 1—3.

Fürbringer, M. Untersuchungen zur Morphologie und Systematik der Vögel in 2 Theilen (specieller und allgemeiner).
Biologisches Centralblatt. Bd. 9. Nr. 20. 21.
American journal of sciences. Vol. 38. Nr. 228.
Bibliotheca botanica. Heft 12.
Annales de chimie et de physique. 1890. Nr. 1.
Zeitschrift für wissenschaftl. Zoologie. Bd. 49. Heft 1.
Repertorium der Physik. Bd. 25. Heft 11.
Bulletin de la soc. botanique de France. 1881/87 = Vol. 28–34.
Journal de physique. 2 série. Tome 8. Nr. 12.
Gazzetta chimica. Anno 19. Nr. 12.
Zeitschrift für analytische Chemie. Bd. 29. Heft 1.
Zeitschrift für wissenschaftliche Mikroskopie. Bd. 6. Heft 3.
Illustrationes florae Hispaniae insularumque Balearium. Lief. 16.
Repertorium der Physik. Bd. 25. Heft 11. 12.
Astronomische Nachrichten. Nr. 2942. 2943.
Paläontologische Abhandlungen. Bd. 5. Heft 2.

2. Herr Prof. Dr. Rudio hält einen Vortrag: „Ueber das Problem von der Quadratur des Zirkels". (Vgl. oben pag. 1—51).

Sitzung vom 27. Januar 1890.

1. Herr Bibliothekar Dr. Ott legt folgendes Verzeichniss der seit der letzten Sitzung eingegangenen Schriften vor:

A. Geschenke.

Von den Tit. Verfassern:

Plantamour, Ph. Des mouvements périodiques du sol, etc.
Kölliker, A. v. Histologische Mittheilungen.
Choffat, P. Étude géologique du tunnel du Rocio.

Von Herrn Prof. Dr. R. Wolf:

Zeitschrift für Instrumentenkunde für 1889 = Jahrgang 9.
Gouzy, E. A. Meteorologische Beobachtungen zu Münster von 1876/81.
Procès-Verbal de la commission géodésique suisse. Séance 32.

B. In Tausch gegen die Vierteljahrsschrift:

Proceedings of the London mathemat. soc. Nr. 359–363.
Naturwiss. Rundschau. Jahrg. 5. Nr. 2—4.

Bericht der senkenbergischen naturforsch. Gesellschaft für 1889.
Bericht, 15., des naturhistor. Vereins zu Passau für 1888/89.
Mittheilungen der aarg. naturforschenden Gesellschaft. Heft V.
Atti della soc. dei naturalisti di Modena. Vol. 8. Fasc. 2.
Atti della reale accademia dei Lincei. 2. sem., vol. 5, fasc. 7. 8.
Proceedings of the R. geograph. soc. 1890 = Vol. 12. Nr. 1.
Verhandlungen der k. k. zoolog. botanischen Gesellschaft. Bd. 39. Theil 3 und 4.
Records of the geological survey of India. Vol. 22. Part 4.
Proceedings of the R. physical soc. 1888/89.
Annalen des k. k. naturhistorischen Hofmuseums. Bd. 3. Nr. 4. Bd. 4. Nr. 1 und 4.
Boletim da sociedade de geographia de Lisboa. 8. Serie. Nr. 7. 8.
Journal of the college of science. Japan. Vol. 3. Part 3.
Anzeiger der Akademie der Wissenschaften in Krakau. 1889. Nr. 10.
Verhandlungen der k. k. geologischen Reichsanstalt. 1889. Nr. 13—17.
Jahresbericht des physik. Vereins zu Frankfurt a/M. 1887/88.
Proceedings of the R. soc. Vol. 46. Nr. 284.
Memorias de la sociedad cientifica de Mexico. Tome II. Nr. 1. 2. Tome III. Nr. 1. 2.
Leopoldina. Heft 25. Nr. 23. 24.
Annalen des physikal. Central-Observatoriums. 1888. Theil 1.
Repertorium für Meteorologie. Bd. 12.
Zeitschrift für wissenschaftliche Zoologie. Bd. 49. Heft 2.
Professional papers of the signal service. Nr. 15.
Meteorologische Zeitschrift. 1890. Nr. 1.

C. Anschaffungen.

La nature 1890. Nr. 867. 868.
Astronomische Nachrichten. Nr. 2944—2947.
Biologisches Centralblatt. Bd. 1. 2. Bd. 9. Nr. 22.
Annalen der Chemie. Bd. 255. Heft 1. 2.
van Beneden & Hesse. Recherches sur les bdellodes, etc.
Büttikofer, J. Reisebilder aus Liberia. Bd. 1.
Journal für praktische Chemie. 1890. Nr. 1. 2.
Transactions of the entomological soc. of London. 1889. Part 3.

Annales de la soc. entomologique de Belgique. Tome 32.
Handbuch der Paläontologie. 1. Abthl. 3. Bd. Lief. 3 und 2. Abthl. Lief. 8.
Geological magazine. Nr. 306 = Dec. 1889. Nr. 307 = Januar 1890.
Mineralogische und petrographische Mittheilungen. Bd. 11. Nr. 1.
Humboldt: Jahrg. 9. Nr. 1.
Rein, J. J. Japan. Bd. 1. 2.
Zeitschrift für Krystallographie. Bd. 17. Heft 3.
Mémoires de l'académie imp. des sciences de St-Pétersbourg. Tome 37. Nr. 3.
Lejeune-Dirichlet. Gesammelte Werke, herausgegeben von L. Kronecker. Bd. 1.

2. Herr Professor R. Escher hält einen Vortrag „Ueber die Ausnutzung der Wärme in der Dampfmaschine".

3. Herr Prof. Dr. Hantzsch hält einen Vortrag „Ueber die räumliche Anordnung der Atome in stickstoffhaltigen Molecülen".

Sitzung vom 10. Februar 1890.

1. Herr Bibliothekar Dr. Ott legt folgendes Verzeichniss der seit der letzten Sitzung eingegangenen Schriften vor:

A. Geschenke.

Von Herrn Prof. Burmeister:

Die fossilen Pferde der Pampasformation (Nachtrag).

Von Herrn E. Boos-Jegher:

„Auf welche Weise kann am besten den Bedürftigen des Frauengeschlechtes Verdienst und damit Brod verschafft werden?" (Preisschrift.)

Von Herrn Med. Dr. Korb-Döbeln:

Liederbuch für deutsche Naturforscher und Aerzte. 1. Abschnitt.

B. In Tausch gegen die Vierteljahrsschrift:

Naturwissenschaftliche Rundschau. 1890. Nr. 5—7.
Industriezeitung von Riga. 1889. Nr. 23.
Naturwissenschaftliche Wochenschrift. 4. Bd. Nr. 27—40.

34. Uebersicht der Verhandlungen der technischen Gesellschaft in Zürich. 1887/89.
Bericht über die Thätigkeit der St. Gall. naturf. Gesellschaft. 1887/88.
Zeitschrift des Ferdinandeums für Tirol und Vorarlberg. 3. Folge. Heft 33.
Report of the british association of science. 1888.
Annals of the Cape observatory. Vol. 2. Part 2.
Cape meridian observations. 1882/84.
Observations of Greenwich. 1886.
Bulletin de la soc. des sciences de la Basse-Alsace. Tome 24. Nr. 1.
Proceedings of the London math. soc. Nr. 364—367.
Atti della reale accademia dei Lincei. Vol. V. Nr. 9. 10.

C. Anschaffungen.

Annalen der Chemie. Bd. 255. Heft 3.
Astronomische Nachrichten. Nr. 2948. 2849. Nr. 2917—2928.
Humboldt: Jahrg. 9. Nr. 2.
La nature. 1890. Nr. 869. 870. 871.
Schmidt. Diatomaceenkunde. Nr. 37. 38.
Journal de physique. 2. Série. Tome 11. Nr. 1.
Annales de chimie et de physique. 6. Série. Tome 19. Nr. 2.
Engler & Prantl. Die natürlichen Pflanzenfamilien. Lief. 39.
Annales des sciences naturelles. Zoologie. 7. Serie. Tome 8. Nr. 2. 3.
Journal für praktische Chemie. 1890. Nr. 3.
Zoologischer Jahresbericht für 1888.

2. Herr Prof. Dr. Ritter hält einen Vortrag „Ueber den Eiffelthurm".

3. Herr Prof. Dr. Heim hält einen Vortrag: „Biologische Notizen".

4. Herr Bodmer-Beder meldet sich zum Eintritt in die Gesellschaft.

Sitzung vom 24. Februar 1890.

1. Herr Bibliothekar Dr. Ott legt folgendes Verzeichniss der seit der letzten Sitzung eingegangenen Schriften vor:

A. In Tausch gegen die Vierteljahrsschrift:

Anzeiger der Akademie der Wissenschaften in Krakau. 1890. Nr. 1.
Proceedings of the R. geograph. soc. 1890. Vol. 12. Nr. 2.
Naturwissenschaftliche Rundschau. Jahrg. 5. Nr. 8. 9.
Archives néerlandaises des sciences exactes et naturelles. Tome 24. Nr. 1.
Industrie-Zeitung von Riga. Jahrg. 15. Nr. 24.
Verhandlungen der k. k. geologischen Reichsanstalt. 1889. Nr. 18. 1890. Nr. 1. 2.
Leopoldina. Heft 26. Nr. 1. 2.
Zeitschrift für wissenschaftliche Zoologie. Bd. 49. Heft 3.
Berichte der naturwissenschaftlich-medizinischen Gesellschaft Innsbruck. Bd. 18 =1888/89.
Verhandlungen der naturforschenden Gesellschaft Basel. 8. Theil. Heft 3.
Reports of the laboratory of the R. college of physicians of Edinburgh. Vol. 2.
Quarterly Journal of pure and applied mathemat. 1890 = Nr. 95.
Proceedings of the Candian institute. Vol. 7. Nr. 1.
Bulletin de la soc. vaudoise des sciences nat. Nr. 100.
Bulletin of the museum ot comparative zoolog. Vol. 16. Nr. 6 and Vol. 17. Nr. 6.
Atti della soc. Toscana. Vol. 10.

B. Anschaffungen.

Repertorium der Physik. Bd. 26. Nr. 1.
Astronomische Nachrichten. Nr. 2950.
Biologisches Centralblatt. Bd. 9. Nr. 23.
Zeitschrift für analytische Chemie. Bd. 28. Heft 6.
Liebig's Annalen. Bd. 256. Heft 1. 2.
Gazzetta chimica. Vol. 20. Nr. 1.
Meteorologische Zeitschrift. 1890. Nr. 2.
Kerner, A. Pflanzenleben. Bd. 2. Nr. 6.
La nature. 1890. Nr. 872. 873.
Transactions of the entomolog. soc. of London. 1889. Nr. 4. 5.

2. Herr Bodmer-Beder wird als Mitglied aufgenommen.

3. Es wird ein Schreiben des Herrn Gobat aus Bern mitgetheilt, in welchem zu einer Delegirtenversammlung zur Berathung einer umfassenden Bibliographie für schweizer. Landeskunde (8. März) eingeladen wird. Die Wahl des Delegirten wird dem Vorstand überlassen.

4. Zur 100jährigen Jubelfeier der physikalisch-ökonomischen Gesellschaft in Königsberg wird ein Glückwunsch-Telegramm abgesendet.

5. Herr Dr. Hs. Schinz hält einen Vortrag: „Die Vegetation in Südwest-Afrika" mit Vorweisungen.

6. Herr Professor Dr. Lunge weist einen neuen Apparat zur Ersparung aller Rechnungen bei Gas-Analysen vor.

Sitzung vom 10. März 1890.

1. Herr Bibliothekar Dr. Ott legt folgendes Verzeichniss der seit der letzten Sitzung eingegangenen Schriften vor:

A. Geschenke.

Von Herrn Prof. Dr. R. Wolf:

Handbuch der Astronomie, ihrer Geschichte und Litteratur (1. Halbband).

B. In Tausch gegen die Vierteljahrsschrift.

Proceedings of the R. society. Nr. 285. 286.

Schriften des naturwissenschaftlichen Vereins des Harzes. Bd. 4 = 1889.

Sitzungsberichte der k. preuss. Akademie der Wissenschaften. 1889. Nr. 39–53.

Atti della R. academia dei Lincei. Vol. 5. Nr. 11—13.

Industrie-Zeitung von Riga. Jahrg. 16. Nr. 1.

Mittheilungen der Gesellschaft zur Beförderung des Ackerbaues in Brünn für 1889.

Transactions of the Wagner Free institute of science. Vol. 2.

Sitzungsberichte der mathem.-physikal. Classe in München. 1889. Heft 3.

Abhandlungen des naturwissenschaftl. Vereins in Hamburg. Bd. 11. Heft 1.

Bulletin de la soc. des sciences de la Basse-Alsace. 1890. Nr. 2.
Bulletin de la soc. imp. des naturalistes de Moscou. 1889. Nr. 3
Mittheilungen der Section für Naturkunde des österreichischen Touristenklubs. Jahrg. 1.
Jahresbericht des naturwissenschaftlichen Vereins in Magdeburg für 1888.
Naturhistorische Rundschau. 1890. Nr. 10. 11.
Technische Blätter. Jahrg. 21. Heft 4.

C. Anschaffungen.

Gazzetta chimica italiana. Vol. 20. Nr. 2.
Astronomische Nachrichten. Nr. 2953. 2954.
Die Fortschritte der Physik. 1883. Jahrg. 29.
La nature. Nr. 874. 875.
Acta mathematica. Bd. 14. Nr. 1.
Annales de chimie et de physique. 1890. Nr. 3.
Biologisches Centralblatt. Bd. 9. Nr. 24. Bd. 10. Nr. 1.
Journal de physique. 1890. Vol. 9. Nr. 2.
Denkschriften der k. Akademie der Wissenschaften. Bd. 56.

2. Der Präsident theilt mit, dass eine Commission, bestehend aus den Herren Schröter, Kronauer und Ott, ernannt worden sei, um die Frage betreffend Rettung der Bibliothek bei Feuersgefahr zu studiren.

3. Herr Dr. C. Fiedler hält einen Vortrag „Ueber Amphioxus lanceolatus" mit Demonstrationen.

4. Herr Prof. Dr. Schröter macht botanische Mittheilungen und Vorweisungen.

[Dr. A. Tobler.]

Notizen zur schweiz. Kulturgeschichte (Fortsetzung).

418) In der „Sammlung gemeinverständlicher wissenschaftlicher Vorträge, herausgegeben von Rud. Virchow und Fr. von Holtzendorff. Neue Folge: Heft 62" ist unter dem Titel: „Dr. Johannes Conrad Brunner. Das Leben eines berühmten Schweizer Arztes im siebzehnten Jahrhundert" ein höchst interessanter Vortrag abgedruckt, welchen Dr. med. Conrad

Brunner, Sekundararzt der chirurgischen Klinik zu Zürich, am 15. Januar 1887 in der Gesellschaft der Aerzte zu Zürich hielt. Derselbe führte in Joh. Conrad Brunner (Diessenhofen 1653 I. 16 — Mannheim 1727 X. 2) im Detail und mit den nöthigen Belegen einen ganz ausgezeichneten praktischen Arzt und Hochschullehrer vor, welchen ich in meinen Biographien (IV 51) nur in einer Note zur Biographie seines nicht minder verdienstvollen Schwiegervaters Joh. Jakob Wepfer nur kurz berührte, und ich verweise daher hier gerne auf diesen werthvollen Beitrag zur schweizerischen Kulturgeschichte.

419) Einen werthvollen Beitrag zu den Biographien von Thomas und Felix Plater (vergl. IV 1-24) bildet die kürzlich dem Basler Gymnasium zu seiner Secularfeier von Achilles Burckhardt gewidmete Schrift: „Thomas Platter's Briefe an seinen Sohn Felix. Basel 1890 in 8°". So sehr ich mit dem Herausgeber bedaure, dass den von 1551—57 datirenden, in buntem Gemische von Latein und Deutsch abgefassten 32 Briefen des Vaters nicht auch die leider verloren gegangenen Antworten des Sohnes beigefügt werden konnten, so bietet schon das Gegebene viele interessante Anhaltspunkte für die Lebensgeschichte der beiden Plater und auch für die Kulturgeschichte überhaupt.

420) Als Nachtrag zu dem in Biographie IV 90—93 über Jakob Hermann von Basel Mitgetheilten gebe ich einen Auszug aus der 1888 in der „Bibliotheca mathematica. Herausgegeben von Gustaf Eneström in Stockholm" erschienenen Note: „De l'étude sur l'Histoire des mathématiques en Russie. Par V. Bobynin à Moskwa". Nachdem nämlich der Verfasser beklagt, wie in älterer Zeit in Russland die Mathematik und voraus deren Geschichte vernachlässigt worden sei, sagt er: „La propagation de ces faibles débuts est mieux secondée depuis la fondation de l'Académie des sciences à St-Pétersbourg, en 1725. A la seconde séance déjà, publique et solennelle, qui en suivit l'ouverture, celle du 1er Août 1726, Jacques Hermann, académicien distingué, prononce un discours intitulé De ortu et progressu geometriae. Rédigé en latin ce discours n'est à la portée que d'un petit nombre de Russes; c'est pourquoi son rôle dans la propagation des connaissances

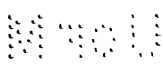
physiques et mathématiques doit être bien limité. Nous le citons néanmoins, puisque c'est le premier traité spécial qui parut en Russie sur l'Histoire des mathématiques." — Poggendorf erwähnt diese Abhandlung nicht, dagegen finde ich in dem vortrefflichen Cataloge der reichen Bibliothek in Pulkowa, dem ich schon so häufig anderswo vergeblich gesuchte Aufschlüsse zu verdanken hatte: „J. Hermanni oratio de ortu et progressu geometriae, et disquisitio quaestionis, an spes sit fore ut telescopia ad eam perfectionem deducantur, ut planetarum incolae conspici possint. 1726" mit Verweisung auf „Sermones in secundo conventu die 1 Aug. 1726 habitae. Petropoli in 4", womit die obigen Angaben bestätigt und zugleich näher präcisirt sind.

421) Die kürzlich erschienene Schrift „*A. Bachelin*, l'horlogerie neuchateloise. Neuchatel 1888 in 8", welche in ihrem Titelbilde die 1888 VII 15 in Locle inaugurirte Statue des Begründers der Neuenburgischen Uhrenindustrie, des ausgezeichneten Daniel-Jean-*Richard* zeigt, behandelt nicht nur die Entstehung und Entwicklung derselben, sondern gibt auch über eine ganze Reihe der bedeutendsten Vertreter biographische Notizen, durch welche die von mir in meinem Artikel über *Ferdinand Berthoud* (Biogr. IV 211—226) zusammengedrängten Nachrichten wesentlich ergänzt werden könnten. So führt er z. B. François *Ducommun* von Chaux-de-Fonds (1767? — 1837) vor, den Verfertiger des ausgezeichneten Planetariums, das noch jetzt in der Uhrenmacherschule seines Geburtsorts gezeigt wird, — den genialen Autodidakten Frédéric Louis *Favre-Bulle* (Cocudres de la Sagne 1770 — Locle 1849), den Lehrer seines noch lebenden Neffen Sylvain *Mairet*, welchem die Zürcher-Sternwarte einen vortrefflichen Regulator verdankt, — etc. Anderseits hätte dann allerdings umgekehrt auch Herr Bachelin meinem oben erwähnten Artikel und ebenso denjenigen über *Louis Guinaud* (II 299–308), *Abraham Gagnebin* (III 227—240), etc. Manches zur Vervollständigung seiner Angaben entnehmen können; aber unsere lieben Eidgenossen der Westschweiz vernachlässigen leider, allerdings mit einzelnen rühmlichen Ausnahmen, noch immer sich mit den Arbeiten der Deutsch-Schweizer genügend bekannt zu machen.

422) In der auch sonst an Beiträgen zur Kulturgeschichte

der Schweiz reichen Schrift „Louis *Vautrey*, Histoire du collège de Porrentruy (1590—1865). Porrentruy 1866 in 8" findet sich unter Anderm eine Notiz über einen mir bis anhin unbekannt gebliebenen Schweizer, welcher in der Geschichte der Medicin eine ehrenvolle Stelle als ausübender Arzt, Professor und Schriftsteller einnimmt, und zudem einer der wenigen, wo nicht der einzige Schweizer ist, der unmittelbarer Schüler von Galilei war, — nämlich über Jean Prévot (Délémont 1585 VII 4 — Padua 1631 VIII 3): Nachdem Prévot seine ersten Studien in Pruntrut und Dôle absolvirt hatte, besuchte er die damals berühmte Universität Dillingen, wo er sich 1603 die Würde eines Magisters erwarb, und sich sodann von dem Bischof von Strassburg, einem Erzherzog Leopold von Oesterreich, bestimmen liess, nach Spanien zu reisen um dort Theologie zu studiren. Unterwegs gefiel sich jedoch Prévot in Padua sehr gut, ging zum Studium der Medicin über, *hörte aber auch die mathematischen Vorlesungen von Galilei*, erwarb sich 1607 den medicinischen Doctorhut, und begann nunmehr mit grossem Erfolge zu Padua zu practiciren. Im Jahre 1612 wählte ihn die „Natio Germanorum", d. h. die mit gewissen Freiheiten versehene Genossenschaft der deutschen Studenten, zu ihrem Arzte, und bald darauf wurde er von der Universität mit einer Vorlesung über Avicenna, später mit der Lehrkanzel über praktische Medicin betraut. Einen vortheilhaften Ruf nach Bologna ablehnend, blieb er in diesen beiden Stellungen bis zu seinem frühen Tode mit Auszeichnung thätig, und fand überdies noch Zeit, eine Reihe von Schriften medicinischen Inhaltes auszuarbeiten, von welchen namentlich seine „Medicina pauperum" und sein „Libellus de compositione medicamentorum" zahlreiche Auflagen erlebten. Sein Hinscheid in Folge eines heftigen Fiebers wurde ungemein bedauert, und sein Andenken durch ein Monument mit der Inschrift „Joanni Prevotio, Rauraco, philosopho ac medico insigni, practicae extraordinariae, professori primario, civi et doctori desideratissimo, natio germana artistarum posuit anno MDCXXXIV" auch für die Folgezeit festgehalten.

423) In der Schrift „Joh. *Dierauer*, Briefwechsel zwischen Joh. Rudolf Steinmüller und Hans Konrad Escher von der



Lint (1796—1821). St. Gallen 1889 in 8. (Auch als Heft 23 der „St. Galler Mittheilungen zur vaterländischen Geschichte" ausgegeben)" finden sich sehr viele werthvolle Beiträge zu den Biographien Eschers und Steinmüllers, sowie zur Zeitgeschichte überhaupt. Namentlich ist auch der in den zahlreichen Noten mitgetheilte, vielfach früher unbekannte Detail von grossem Interesse, und die fortwährenden litterarischen Nachweise befähigen den Leser, sich über Vieles, was hier nur kurz angedeutet werden konnte, den ihm wünschhar scheinenden weitern Aufschluss zu verschaffen. Ich habe dies Buch mit grossem Interesse und vollständiger Befriedigung gelesen, ja nur zwei Punkte gefunden, wo mir etwas eingehendere Nachrichten wünschbar erschienen wären: *Einmal* über den mehrfach erwähnten *Meyer'schen Schweizer-Atlas*, wo allerwenigstens die von mir auf pag. 123—142 meiner „Geschichte der Vermessungen in der Schweiz. Zürich 1879 in 4" über diese wichtige Arbeiten gegebenen einlässlichen und noch in Notiz 360 wesentlich ergänzten Mittheilungen hätten citirt werden sollen, auch abgesehen davon, dass ihre Benutzung (namentlich die pag. 136) Herrn Dierauer die Möglichkeit verschafft hätten, seine Note 2 auf pag. 338 etwas anders zu gestalten, — *und sodann namentlich* über den Berner *Andreas Lanz*, dessen schöne Vorarbeiten für das in der vorliegenden Schrift sonst mit Recht reichlich bedachte Linth-Werk denn doch verdient hätten, etwas mehr hervorgehoben zu werden als nur durch beiläufige und einmalige Nennung seines Namens auf pag. 351, zumal Herr Dierauer meinen Artikel über Lanz auf pag. 357—372 des dritten Bandes meiner von ihm sonst so oft benutzten und citirten Biographien doch kaum übersehen konnte.

424) Eine der letzten Schriften, welche man dem am 25. Februar 1890 zu Genf im Alter von 72 Jahren verstorbenen, um die Geschichte seiner Vaterstadt hochverdienten J. B. G. *Galiffe* verdankt, führt den Titel „D'un siècle à l'autre. Correspondances inédites entre gens connus et inconnus du XVIIIe et du XIXe siècle. Genève 1877—1878, 2 Vol. in 8". Obschon sich der grösste Theil des Inhaltes auf die politische Geschichte bezieht, so finden sich dennoch in diesem Werke auch einige hübsche Beiträge für die Kulturgeschichte der Schweiz und die

Geschichte der mathematischen Wissenschaften insbesondere. So enthalten z. B. die pag. 2–4 des ersten Bandes eine sehr nette Schilderung des durch sein universelles Wissen, seinen grossen Scharfsinn und seine fast übertriebene Bescheidenheit gleich ausgezeichneten *Jean-Louis-Calandrini* (1703—1758; vgl. Biogr. III und Notiz 406), in welcher der Passus „Déjà en 1732 un mémoire de Calandrini sur la figure de la Terre, avait donné lieu, à l'avantage de l'auteur, à une discussion avec l'illustre Cassini [1]), discussion qui amena de nouvelles mesures de notre planète au pôle, à l'équateur et en France, et notamment à une détermination plus précise de l'arc compris entre Dunkerque et Paris" von hervorragendem Interesse ist, da er uns mit einem neuen und sonst übersehenen Verdienste dieses Genfer-Mathematikers bekannt macht. [2]) — Auf pag. 5 wird sodann

[1]) Es kann hier nicht *Dominique Cassini*, der schon 1712 starb, gemeint sein, sondern sein Sohn *Jacques Cassini*. — [2]) Die genauere Untersuchung, bei welcher mich die Herren Professor Raoul Gautier und Bibliothekar Th. Dufour in Genf freundlichst unterstützten, hat nun allerdings ergeben, dass dieser Passus ein etwelches Gemisch von Dichtung und Wahrheit ist: Ein eigentliches »Mémoire sur la figure de la terre« hat *Calandrini* ziemlich sicher weder 1732 noch später geschrieben; dagegen findet sich in einem von Galiffe ebenfalls (I. 17—20) mitgetheilten Briefe, welchen *s'Gravesande* 1732 an ihn adressirte, die Stelle »Nous attendons l'extrait des lettres de *Poleni* et les nouvelles littéraires que vous voudrez bien nous envoyer«, so dass sowohl die in das »Journal historique de la république des lettres (Janvier et Fevrier 1733) eingerückte Anzeige des von *Poleni* ausgegebenen »Epistolarum mathematicarum fasciculus. Padovae 1729 in 4«, als die ihr (pag. 109—118) angehängte »Remarque d. J.« ohne allen Zweifel von *Calandrini* herrühren. Letztere enthält nun nicht nur eine ziemlich eingehende Kritik der von den *Cassini* ausgeführten Messungen und Rechnungen, sondern auch eine weitere Ausführung des von *Poleni* gemachten Vorschlages zur Entscheidung über die damals streitige Gestalt der Erde eine Längengradmessung beizuziehen, und theilt zum Schlusse eine bemerkenswerthe Formel (vgl. Satz 420 meines Handbuches der

ein Brief mitgetheilt, welchen *Gabriel Cramer* (1704—1752; vgl. Biogr. III) am 24. Mai 1727 aus Basel an seinen Freund Calandrini schrieb, und unter anderm folgende Stelle enthält: „Ecrivez-moi, je vous prie, le plus souvent que vous le pouvez sans vous incommoder; marquez-moi, quelles sont vos occupations, vos pensées même; en un mot faites en sorte, je vous en conjure, *absens ut præsens sim.* — Pour moi je vous dirai mes occupations: Je vais régulièrement tous les jours chez M. *Jean Bernoulli* (1667–1748; vgl. Biogr. II) et presque aussi souvent chez son neveu *Nicolas Bernoulli* (1687–1759; vgl. Biogr. I). Ils sont tous les deux d'une conversation fort agréable et extrêment ouverts et communicatifs. Je raisonne principalement avec le premier sur les calculs différentiel et intégral. Il m'a communiqué ses leçons manuscrites, qu'il avoit données au *marquis de l'Hospital*. Il y a bien des choses vieilles et connues à présent, mais il y a aussi de fort bons morceaux qui me sont entièrement neufs. Il m'a aussi communiqué plusieurs des lettres qu'il a reçues

---

Astronomie) mit, nach welcher, wenn unter einer gewissen Breite sowohl ein Längen- als ein Breiten-Grad gemessen werden, die Gestalt der Erde berechnet werden kann, und es ist mehr als wahrscheinlich, dass diese „Remarque du Journal (Bemerkung der Redaction)" als „Mémoire" angesehen wurde. Dass ferner die kritischen Bemerkungen und Vorschläge der *Poleni* und *Calandrini* in Paris beachtet wurden, geht daraus hervor, dass *Cassini* die Erstern in einer eingehenden „Réponse aux remarques qui ont été faites dans le Journal historique de la république des lettres sur le traité *De la grandeur et de la figure de la terre*" zu entkräften suchte, dass diese „Réponse", obschon dieselbe frühestens im Herbst 1734 geschrieben wurde, unter Beifügung der Worte „On a crû ne devoir pas attendre à faire paraître cette Réponse jusqu'à ce qu'on imprime les Mémoires de l'année dans laquelle elle a été lûe" noch in den Band der Memoiren von 1732 Eingang fand, — und dass überdies im Sommer 1733 eine Längengradmessung begonnen wurde, was ohne diese Anregung kaum gerade damals geschehen wäre. Von einem spätern direkten Verkehr zwischen Cassini und Calandrini, welchen man nach den von Galiffe gebrauchten Worten vermuthen könnte, findet sich

du marquis de l'Hospital et qu'il lui a écrites; en un mot je suis extrêment content de lui, et il rendra, je pense, mon séjour ici plus long que je n'avois compté. Son neveu n'est pas moins agréable. Nos conversations ont roulé sur les jeux de hasard; vous savez qu'il possède cette partie des mathématiques. Il m'a fait voir les lettres qu'il échangeoit avec M. *de Montmort* sur ces matières, où j'ai vu bien des choses curieuses et nouvelles. Il a aussi entretenu avec M. *de Moivre* un commerce sur cette matière . . . qui a cessé sur un problème qu'il envoya à M. de Moivre et dont il n'a eu aucune réponse [3]) . . . L'occasion de ce problème était que M. de Moivre soutenoit que tous ces problèmes de jeux de hasard se pouvoient résoudre par les deux méthodes des combinaisons ou des suites sans analyse, ce que niait M. Bernoulli." — Auf pag. 23—26 findet sich ein 1743 VIII 3 von *Jean-Philippe de Loys de Cheseaux* (1718—1751; vgl. Biogr. III) geschriebener und wahrscheinlich an Gabr. Cramer gerichteter Brief, der sich auf einige von Loys unternommene trigonometrische Höhenmessungen bezieht und nicht wohl einen Auszug erlaubt. — Hierauf folgt eine im Februar 1745 von *Calandrini* an einen englischen Mathematiker, Namens *Williamson* [4]) der früher einige Zeit in Genf, dann in Belgien und nunmehr in London lebte, geschriebener Brief, welchem ich folgende Stellen entnehme: „Nous avons ici le prince héréditaire de Saxe-Gotha [5]) Il a dix ans et je lui enseigne la géométrie. Comme il est de très-bonne composition, j'éspère que nous en viendrons à bout, à l'aide de divers appareils pour accomoder la matière à son âge, bien que nous suivions Euclide et que je sois sévère quant à la netteté des démonstrations. — Notre *Cramer* fait de meilleures choses.

---

keine Spur. [3]) Ich unterlasse es, dieses Problem hier näher zu berühren, da es mir in der von *Cramer* gegebenen Fassung total unverständlich ist und, was mich tröstet, auch von *Calandrini* in seiner Antwort mit den Worten „Pour le problème des joueurs je n'y comprends rien" abgefertigt wurde. — [4]) Vielleicht *James Williamson*, der später Professor der Mathematik in Glasgow war. — [5]) Offenbar Erbprinz *Friedrich* von Sachsengotha (1735—1756), Sohn Herzog Friedrich III und älterer Bruder des vor-

Il prépare un grand ouvrage sur les courbes en général, ou considérées relativement aux équations.[6]) J'en ai parcouru quelques parties. On y trouve bon nombre de propositions nouvelles, et les anciennes sont démontrées avec plus d'exactitude que ce n'est généralement le cas. — Vous me demandez ce que je fais moi-même? Douze leçons par jour, ni plus ni moins. Je projette bien de grandes choses, mais je n'en puis réaliser aucune. Mon Newton est enfin achevé; mais j'ai été tellement pressé vers la fin, que le temps et l'espace m'ont fait défaut.[7]) Votre nouvelle de la découverte d'un satellite de Vénus nous a tous mis en éveil, pour nous élancer à sa recherche.[8]) Nous avons ici un excellent télescope de Short, avec divers appareils pour augmenter sa puissance jusqu'à 220 fois, au dire de Short. Je ne conçois rien à ce que vous dites de la crainte de vos gens pour le pauvre Mercure à cause de la dernière comète.[9]) *Mais comme elle a passé fort près de lui, vos astronomes feraient bien de s'assurer s'il n'a pas éprouvé quelque altération dans sa course.* — Auf pag. 31—38 findet sich ein 1749 III 6 von *Clairaut* an Calandrini gerichteter Brief abgedruckt, welcher sich jedoch nicht zum Auszuge eignet, da sein auf die damals in lebhafter Discussion stehende Theorie der Bewegung des Mondapogeums bezüglicher Inhalt kaum im Zusammenhange mit manchen andern nicht mitgetheilten Briefen, wohl eigentlich nur unter eingehender historischer Behandlung

---

trefflichen Herzog *Ernst II.* (1745—1804), des Erbauers der Sternwarte auf dem Seeberge. — [6]) Bezieht sich auf die classische „Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques. Genève 1750 in 4.“ — [7]) *Calandrini* besorgte bekanntlich die von de Seur und Jacquier veranstaltete Genfer-Ausgabe von Newton's Principien, deren dritter Band allerdings die Jahreszahl 1742 trägt, — doch scheint es fast, es sei die zweite Abtheilung desselben erst etwas später nachgeliefert worden. Den Hauptwerth dieser Ausgabe bilden die vielen mit * bezeichneten und zum Theil sehr ausgedehnten Noten, welche sämmtlich von Calandrini herrühren, — [8]) Bezieht sich wahrscheinlich auf die von Short 1740 X 23 gemachte vermeintliche Entdeckung. — [9]) Offenbar der 1743/4 in Sicht gekommene Komet, auf welchen sich die berühmten Arbeiten der

jenes Problemes verständlich würde.[10]) — Auf pag. 165—167 findet sich ein 1784 VIII 10 von *George Louis Lesage* (1724—1803; vgl. Biogr. IV) an einen mir sonst unbekannten Salomon Reybaz nach Paris geschriebener Brief[11]), der folgenden, den nachmals so berüchtigten *Jean-Paul Marat* betreffenden Passus enthält: „M. Marat le père; après avoir été professeur en Sardaigne, sa patrie, puis en Espagne; vint changer de religion à Neuchâtel; y prit femme; et en eut un fils; qui est le docteur que vous connaissez[12]): Cette femme mourut; et il épousa une Genevoise, dont il eut un 2d fils et 3 filles; après quoi il vint se fixer à Genève: Cette 2e femme mourut il y a deux ou trois ans; et le veuf lui-même est mort l'année dernière extrêmement pauvre. Le fils cadet est proposant depuis longtemps (ayant été reculé par des voyages en France)[13]): et il a été le plus exalté des natifs représentants. Les Dlles enseignent la Géographie, les ouvrages de mode etc.; et sont très-exaltées aussi. — En 1780 le docteur publia des *Recherches physiques sur le feu.* Je les lus en 1781: Et j'y remarquai entre autres (note de la page 60), deux objections contre tout fluide gravifique. Comme on m'avoit un peu lié précédemment avec l'auteur et sa famille: Je lui écrivis pour les réfuter, et sur-

---

Loys, Euler, Lacaille etc. bezogen. — [10]) Eine solche Behandlung, die allerdings nur möglich wäre, wenn man alle in Genf, Paris und Petersburg liegenden Akten zusammenbringen könnte, würde von hohem Werthe sein, da die erwähnte, die grössten Mathematiker jener Zeit längere Zeit in Anspruch nehmende Streitfrage einen Wendepunkt in der Geschichte der Mechanik des Himmels bildet; ich darf jedoch bei meinem hohen Alter kaum hoffen, dass ich nach Erledigung mir näher liegender Arbeiten noch Zeit und Kraft besitzen werde, um diese gar nicht leichte Aufgabe mit Erfolg an die Hand nehmen zu können, so sehr mich darnach in der Voraussicht gelüsten würde, dabei dem bis dahin entschieden viel zu wenig gewürdigten *Calandrini* zu seinem Rechte zu verhelfen. — [11]) Galiffe bemerkt ausdrücklich, dass er die Interpunktion von Lesage beibehalten habe. — [12]) Dieser „docteur" ist das spätere, durch Charlotte Corday beseitigte Scheusal. — [13]) Galiffe fügt in einer Note bei, dass „proposant"

tout, pour que (s'il se montroit raisonnable dans sa réponse) je pusse lui proposer la répétition de l'une de ses expériences, avec des précautions pour la rendre décisive. Mais (sa réponse ayant été absurde); je ne lui proposai pas cette répétition."[14]) — Zum Schlusse weise ich noch auf den auf pag. 262—264 des zweiten Bandes abgedruckten, vom 7. Juli 1809 datirenden Beschluss hin, durch welchen die Genfer-Academie als Theil der „Université impériale" reorganisirt und der Bestand der fünf Lehrercollegien für die „Faculté de Théologie réformée" die „Faculté des Sciences", die „Faculté des Lettres", die „Ecole préparatoire de Droit" und die „Ecole préparatoire de Médecine" festgestellt wurde; er ist im Namen von Napoléon durch „Louis de Fontanes, grand-maître de l'université impériale" gezeichnet.

425) Um wo möglich über den Verbleib und Inhalt des durch Phil. *Loys* de Cheseaux angelegten Cataloges von Nebelflecken (vgl. Biogr. III 252) den wünschbaren nähern Aufschluss zu erhalten, wandte ich mich vor einigen Jahren theils an Herrn Bibliothekar Charles *Henry* in Paris, theils an Herrn Professor

---

mit „candidat en théologie" gleichbedeutend sei. [14]) Marat war ausserordentlich ehrgeizig und hatte schon 1776 gehofft, von der Academie in Lyon, welche eine Preisfrage über das Licht ausgeschrieben hatte, für welche ihr die nöthigen Fonds durch einen Unbekannten (man glaubt durch Marat selbst) übersandt worden waren, für die von ihm eingesandte Arbeit gekrönt zu werden; aber er brachte es trotz aller möglichen Intriguen nicht dazu: Der Preis kam an Flaugergues und das Accessit an Brugmann, während Marat das Nachsehen hatte. Da Marat, dem eben das Zeug zu exakten Untersuchungen fehlte, auch bei andern Bewerbungen und mit seinen verschiedenen Publicationen keinen Erfolg hatte, so wurde er verbittert und warf sich in den Revolutionsstrudel, der ihn zum Abgrunde führte. Sein späteres, im höchsten Grade verabscheuungswerthes Gebahren soll dadurch nicht im mindesten beschönigt, sondern nur gezeigt werden, auf welche Abwege ein Mensch durch Ehrgeiz und Selbstüberschätzung geführt werden kann. — Lalande sagte (Bibl. 613): „*Marat n'était qu'une bête quand il se mêla de physique; il devint dans la révolution une bête féroce.*"

Henri *Dufour* in Lausanne, — leider jedoch, obschon sich beide Herren ernstlich um die Sache bemühten, ohne den mindesten Erfolg in Beziehung auf die zunächst gewünschte Aufklärung. Dagegen wurde durch meine Anfrage Herr Professor H. *Vuilleumier* in Lausanne veranlasst unter dem 18. October 1887 folgenden, meine soeben erwähnte Biographie wesentlich ergänzenden Brief an mich zu schreiben: „Mon ami et collègue, M. le professeur Henri Dufour, m'a dit récemment que vous vous occupiez de J. Phil. *Loys* de Cheseaux, et il m'a engagé (sachant que je m'occupe de l'histoire de la vie académique et intellectuelle de Lausanne) à vous communiquer ce qui pourrait être à ma connaissance sur ce jeune savant du siècle dernier. Je ne me flatte pas, Monsieur, de pouvoir apprendre grand' chose à un homme aussi bien informé, dont les ouvrages historiques ont été pour moi une mine de renseignements que j'aurais vraiement cherchés ailleurs. Mais encouragé par mon honorable recteur, et sachant par expérience que parfois une donnée peut mettre sur la trace d'autres données, je prends la liberté, de vous signaler quelques sources de 1er ou de 2de main. — La source principale pour la biographie, c'est le Tome IIIe de la traduction française de la *Religion chrétienne* d'Addison par Seigneux de Correvons, Genève 1772. Cet apologiste a accordé dans son ouvrage une place à Loys de Cheseaux à cause de certains calculs, dont les résultats avaient à ses yeux une valeur apologétique. Il s'agit en particulier de la découverte, que Loys croyait avoir faite dans le livre de Daniel d'un cycle astronomique parfait, et des conclusions, qu'il en avait tirées relativement à la chronologie apocalyptique. Loys était disciple d'un M. Crinsoz de Bionnens qui attendait à courte échéance la fin de l'économie actuelle et cherchait à en fixer la date. La nouvelle ère devait commencer, selon Loys, à la pleine lune de l'équinoxe d'automne 1749. Il eut le temps, peu avant sa mort, de se convaincre de son erreur quant à la date *précise,* mais n'en persista pas moins à attendre l'évènement dans un temps peu éloigné du milieu du (18e) siècle. — *Loys* jouissait d'un très grand crédit auprès des pauvres protestants de France qui, dans leur détresse, attachaient une grande importance à ces calculs de leur „illustre

ami" du Pays de Vaud, qui semblaient présager leur prochaine délivrance. Cela ressort des *lettres de Paul Rabaut à Ant. Court*, publiées en 2 Vol. (en 1884, Paris) par M. Picheval-Dardier. M. *Secrétan*-Mercier (alors prof. de math. et d'astron. à Lausanne) a consacré aux „Remarques" de Loys de Cheseaux une étude critique dans la *Revue Suisse* de 1843. — Quant aux *Manuscripts* de Loys il est bien à craindre qu'ils ne soient perdus. Lui-même est mort à Paris, et son frère Charles, qui doit avoir dirigé la publication de ses œuvres posthumes, est mort, si je ne me trompe, sans héritiers directs. Ici, à Lausanne, on ne connaît rien de sa succession littéraire. En reste-t-il quelquechose à Paris? Je l'ignore, et n'ai aucune idée de la porte, à laquelle il faudrait frapper avec quelque chance de succès. Tout ce que je sais c'est que Charles Loys, le frère de Philippe, qui lui a survécu, était très lié avec Court de Gébelin, le savant auteur du *Monde primitif*, qui a passé ses dernières années à Paris où il était, quoique protestant, assez bien vu dans le monde savant. Les papiers de Court de Gébelin sont-ils conservés quelque part à Paris et, parmi ces papiers, se trouverait-il par hasard quelquechose de Loys de Cheseaux? C'est ce qu'il faudrait pouvoir tirer au clair." — Ich füge noch bei, dass sich die oben erwähnte, unter dem Titel „Remarques astronomiques sur le livre de Daniel etc. Lausanne 1777 in 4" ausgegebene posthume Schrift unseres *Loys* von den „Mémoires posthumes sur divers sujets d'Astronomie et de Mathématique. Lausanne 1754 in 4" nur durch das Titelblatt und dadurch unterscheidet, dass die Zuschrift an Réaumur weggelassen ist, also wohl nur als eine sog. Titelausgabe betrachtet werden darf.

426) Der von Herrn Marc Micheli der „Société de physique et d'histoire naturelle de Genève" für 1889 erstattete Präsidialbericht enthält unter Anderm eine kurze biographische Notiz über den am 20. October 1889 zu Genf verstorbenen ausgezeichneten Mathematiker *Charles Cellérier*. Ich entnehme derselben und einem kurz nach seinem Tode im Journal de Genève erschienenen Artikel, dass Charles Cellérier im Jahre 1818 zu Genf dem den Theologen wohlbekannten Exegetiker und Pfarrer Cellérier geboren wurde, — sich frühe durch leichte Auffassung,

vorzügliches Gedächtniss und entschiedene Vorliebe für die mathematischen Wissenschaften bemerklich machte, — nach guten Vorstudien in Genf sich längere Zeit in Paris aufhielt, — und sich dort die Zuneigung von Sturm, Cauchy, Poisson, etc. erwarb. Seine Bewerbung um die 1838 an der Genfer-Academie frei gewordene Professur der Mathematik hatte, wohl zunächst um seiner noch gar zu grossen Jugend willen, keinen Erfolg; dagegen lehrte er etwas später an der durch Oberst Aubert gegründeten „Ecole préparatoire pour l'école centrale", sowie am „Gymnase libre" die höhere Mathematik in ausgezeichneter Weise, — erhielt sodann 1875 an der bald darauf zur Universität erweiterten Academie die Professur der analytischen Mechanik, wobei er sich als würdiger Nachfolger von Colladon auszuweisen wusste, — und übernahm nach dem Tode von Plantamour auch noch die Vorlesungen über Astronomie. Daneben beschäftigte sich *Cellérier* vielfach mit den schwierigsten Problemen der angewandten Mathematik und schrieb eine grössere Reihe von höchst bemerkenswerthen Abhandlungen und Berichten, aus der ich hier nur beispielsweise sein „Mémoire sur la mesure de la pesanteur par le pendule (Mém. Gen. 18 von 1866)" anführen will, welches später die internationale Gradmessungs-Commission veranlasste, ihn mit einem „Rapport sur la question du pendule" zu beauftragen. Doch scheinen diese Publicationen des Verstorbenen nur einen kleinen Theil der von ihm geleisteten Arbeit zu repräsentiren, da sich in dem vom Journal des Débats gegebenen Berichte über die Sitzung der Pariser-Academie vom 24. März 1890 der Passus findet: „M. Bertrand signale, parmi les pièces de la correspondance, un manuscrit, qui date de trente ans, et qui est transmis par Mme veuve *Cellérier*. C'est un mémoire de feu *Cellérier*, géomètre de Genève, peu connu et cependant très éminent. Son contemporain Sturm en faisait le plus grand cas. *Cellérier travaillait beaucoup et laissait ses mémoires dans ses cartons.* En dépouillant ces vieux manuscrits, on a reconnu, qu'un certain nombre de découvertes mathématiques aujourd'hui classiques avaient été faites, sans que personne s'en doutât, par Cellérier; elles étaient enfouies dans les tiroirs du savant genevois. Le manuscrit communiqué aujourd'hui, concerne la mécanique céleste. C'est une étude

très remarquable sur les inégalités séculaires des masses des planètes. M. Darboux publiera quelques-uns des travaux de Cellérier dans le *Bulletin des sciences mathématiques.*"

427) Die kürzlich erschienene Schrift „*Glarean*, sein Leben und seine Schriften. Von Otto Fridolin Fritzsche. Frauenfeld 1890 in 8" ist hier namentlich wegen des ersten, mehr biographischen Theiles zu erwähnen, da in demselben viele Ergänzungen zu dem von mir I 1—14 Erzählten enthalten sind; jedoch finden sich auch in dem zweiten, den Schriften Glarean's und den durch ihn besorgten Ausgaben von Klassikern gewidmeten Theile, obschon gerade die für die exakten Wissenschaften bedeutsamen Leistungen sehr kurz abgethan wurden, einige in dieser Richtung bemerkenswerthe Angaben.

428) In den von J. A. *Repsold* verfassten und mir neuerlich freundlich zugesandten „Nachrichten über die Familie Repsold und ins Besondere über Johann Georg Repsold. Hamburg 1884 in 8" findet sich unter Anderm die unsern *Horner* betreffende interessante Notiz: „Nachdem Georg *Repsold* 1799 das Amt eines Sprützenmeisters von Hamburg erhalten hatte, bezog er die am Herrengraben gelegene Amtswohnung. Hier hatte er nun Raum und Gelegenheit seiner Liebhaberei für mechanische Arbeiten ungestörter nachzugehen; ganz wesentlich gefördert und, wie es scheint, in ihrer Richtung auf astronomische Instrumente bestimmt wurde sie aber durch den freundschaftlichen Verkehr, der sich in dieser Zeit zwischen ihm und Dr. Caspar *Horner* aus Zürich entwickelte. Dr. Horner, welcher zuvor bei Zach auf dem Seeberge bei Gotha gearbeitet hatte, kam auf des Letzteren Veranlassung im August 1799 nach Hamburg um eine von der Commerzdeputation angeordnete Vermessung der Weser-, Elbe- und Eider-Mündungen zu übernehmen. Diese Vermessung beschäftigte Horner bis 1801. Er wohnte in Repsold's Hause und theilte dessen Liebhaberei, und so arbeiteten sie gemeinschaftlich in der Werkstatt (an einem Sextanten, dann an einem Universalinstrument), sobald sie freie Zeit hatten." — Ich füge bei, dass *Horner* 1802 Ehrenmitglied der 1690 in Hamburg gegründeten „Mathematischen Gesellschaft" wurde. Ferner verweise ich für den aus dem Nachlasse von *Horner* an die Sternwarte übergegangenen halben Piaster auf Nr. 344 des Sammlungsverzeichnisses.

429) Der am 6. Mai 1890 zu Zürich in dem hohen Alter von 88 Jahren verstorbene Dekan Heinrich *Schoch* machte sich auch um die Meteorologie verdient, indem er in Dielsdorf, wo er über ein halbes Jahrhundert als Pfarrer stand, von 1834—1863, also gerade in dem Zeitraume, wo nach dem Tode von Horner bis zur Gründung der schweizerischen meteorologischen Centralanstalt in unsern Gegenden sonst nur sehr lückenhafte Reihen aufgenommen wurden, ganz regelmässige und sorgfältige meteorologische Beobachtungen machte und nach Eröffnung der Centralanstalt derselben zur Verfügung stellte, damit sie für die Klimatologie der Schweiz benutzt werden können. — Dem ansprechenden Nachrufe, welchen der mehr als 90-jährige Dekan Diethelm Hirzel in der Zürcher-Freitagszeitung vom 16. Mai seinem verstorbenen Freunde widmete, entnehme ich, dass Letzterer aus dem Fischenthal stammte, aber 1801 in Zürich (wo er sich 1838 einbürgerte) geboren wurde, — als frühe Waise seine Vorbildung in einem Institute in Männedorf erhielt, dann die sogenannten gelehrten Schulen Zürichs durchlief, und 1823 die Ordination empfieng, — bald darauf zum Katecheten in Oberstrass, sodann 1829 zum Pfarrer in Dielsdorf gewählt wurde, letzteres Amt bis 1881 mit grosser Treue ununterbrochen bekleidete, und sich schliesslich nach Zürich in wohlverdienten Ruhestand zurückzog. — Ich füge bei, dass der junge Katechet, der sich auf Grundlage des in Männedorf erhaltenen Unterrichtes ganz tüchtig im Französischen ausgebildet hatte, ein gesuchter Privatlehrer dieser Sprache war und so z. B. im Spätjahr 1827 mich selbst in derselben zum Eintritte in die Kunstschule vorbereitete, nachdem eine Vorprüfung gezeigt hatte, dass ich zwar im Rechnen und in der deutschen Sprache hinlänglich bewandert sei, dagegen die bei dem greisen Pfarrer Hs. Jakob Bodmer in Schwerzenbach, früherm Feldprediger in französischen Diensten, erworbenen Vorkenntnisse in der fremden Sprache nicht genügen. [R. Wolf.]

Astronomische Mittheilungen

von

Dr. Rudolf Wolf.

LXXVI. Beobachtungen der Sonnenflecken im Jahre 1889, sowie Berechnung der Relativzahlen und Variationen dieses Jahres, und Mittheilung einiger betreffender Vergleichungen; Fortsetzung der Sonnenfleckenliteratur.

Die Häufigkeit der Sonnenflecken konnte von mir im Jahre 1889 an 286 Tagen mit dem seit Jahren dafür gebrauchten $2^1/_2$ füssigen Pariser-Fernrohr, oder auf Excursionen mit einem annähernd equivalenten Münchner-Fernrohr vollständig beobachtet werden; diese sämmtlichen Beobachtungen sind unter Nr. 603 der Literatur eingetragen und wurden unter Anwendung des frühern Factors 1,50 zur Bildung einer ersten Reihe von Relativzahlen verwendet. Ausser ihnen lagen noch die unter Nr. 604 eingetragenen 261 vollständigen Beobachtungen vor, welche mein Assistent, Herr Alfred Wolfer, an dem Fraunhofer'schen Vierfüsser erhalten hatte; ihre Vergleichung ergab mir, indem ich für jedes Quartal noch die correspondirenden Beobachtungen des vorhergehenden Quartales beizog[1]), für das

[1]) Ich erlaubte mir diese kleine Abänderung der früher befolgten Methode, um einerseits jeweilen nach Abschluss eines Quartales an Herrn Prof. Hann in Wien behufs Publication in der Zeitschrift für Meteorologie provisorische Relativzahlen senden zu können, und dennoch anderseits die Bestimmung der Factoren nicht auf eine namentlich für Minimaljahre denn doch gar zu geringe Anzahl von Vergleichungen stützen zu müssen.

Tägliche Fleckenstände im Jahre 1889. Tab. I.

	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.	XI.	XII.
1	0*	11*	11*	4	0	0	3	23	14	11	0	0
2	0	20	5	12	0*	0	0	23	16	11*	0	0*
3	0	20	3	16	0	0*	0	24	15	3	0	0
4	0	18	0	12	0	0*	0	31	7	6	0	0*
5	0*	18	3	13	4	0	0	29	10*	0	0	0*
6	0	16*	13	13	13	0	0	26	12	0	0*	0*
7	0	0	12	13	14	0	0	24	12	0	0	0*
8	0	0	12	13	14	0	0	23	10	0	3	0
9	2*	0	12	13	14	0	0	39	0	6	0	0
10	0	0	12	9*	10	0	0	49	0	8*	0*	0*
11	0	0	16	4	0	0	0	38	0	2*	0	0
12	0*	0	22*	4	0	0	7	39	0	0	0	6*
13	0*	0	20	4	0	0	7	41	0	0	0	0*
14	0*	0*	25*	0	0	0	16	40	0*	0*	1*	0*
15	0*	0	18	0	0	4*	19	36	0	0	1*	0*
16	15	0	17	0	0	0	21	37	0	4	0*	0
17	8*	0	6*	0	0	16	19	26	0	7*	0*	0
18	0*	0	0	0	0*	18	19	18	3	3	0*	6*
19	0*	0	0	0	0*	21	21	8	0	0	0	15*
20	0*	0*	0	0	0	21	22	0	0*	0	0*	17
21	0	0	0	0	0	20	17	0	0	0	0*	23*
22	0	14	0	0	0	9	12	0	0	0	0*	11*
23	0	17	0	0	0	21	12	0	3	0	0*	0
24	0	26	0	0	0	20	12	0	7	3	0*	4
25	0	21	0	0	0	13	3	0	13	0*	0	17*
26	0	22	0*	0	0	13	5	0	18	0	0	20
27	0*	25	0	0	5	13	0	0	17	0	0*	20
28	0	11*	0	0	0	0	18	16	17	0	0	24*
29	0		0	0	0	0	21	16	9	0	0	22*
30	0*		0*	0	0	4	10	16	12	0	0*	14*
31	0		0		0		28	16		0*		10*
Mittel	0,8	8,5	7,0	4,3	2,4	6,4	9,7	20,6	6,5	2,1	0,2	6.7

erste Quartal aus 110 Einzeldaten den Factor 0,64
zweite » » 127 » » » 0,72
dritte » » 132 » » » 0,61
vierte » » 94 » » » 0,52

und mit diesen Factoren wurde aus ihnen eine neue Reihe von Relativzahlen gebildet, — sodann aus beiden Reihen eine Mittelreihe erstellt, welche sich in Tab. I ohne weitere Bezeichnung eingetragen findet. Es blieben somit im ersten Semester noch 31, im zweiten Semester noch 43 Tage zum Ausfüllen übrig, und hiefür wurden nun in folgender Weise die Reihen verwendet, welche ich der gefälligen Mittheilung aus Dartmouth, Dorchester, Haverford, Jena, Madrid, Moncalieri, O-Gyalla, Palermo, Paris und Rom verdanke[2]), und nach der Zeitfolge ihres Einganges unter Nr. 622, 621, 611, 606, 615, 619, 607, 612, 605 und 616 der Literatur vollständig eingetragen habe. Zuerst wurden für diese zehn Reihen durch Vergleichung

Ort	Erstes Semester		Zweites Semester	
	n	*f*	*n*	*f*
Dartmouth	82	0,87	76	1,00
Dorchester	77	1,87	60	0,97
Haverford	76	0,77	88	0,62
Jena	85	1,12	61	1,08
Madrid	100	0,63	112	0,57
Moncalieri	73	1,45	100	1,12
O-Gyalla	106	1,42	75	1,17
Palermo	142	0,61	133	0,57
Paris	130	0,69	121	0,79
Rom	110	1,08	122	0,90

[2]) Gegenüber dem Vorjahre ist nun Potsdam vollständig ausgefallen, und dagegen mit Dartmouth eine neue amerikanische Station hinzugekommen.

mit der Zürcher-Mittelreihe die Reductionsfactoren abgeleitet, und dadurch die in vorstehendem Täfelchen, wo n die Anzahl der Vergleichungen und f das Mittel der sich daraus ergebenden Factoren bezeichnet, enthaltenen Werthe gefunden. — Unter Anwendung dieser Factoren reducirte ich sodann die 43 Beobachtungen von Dartmouth, die 27 B. von Dorchester, die 59 B. von Haverford, die 31 B. von Jena, die 62 B. von Madrid, die 41 B. von Moncalieri, die 23 B. von O-Gyalla, die 63 B. von Palermo, die 44 B. von Paris und die 53 B. von Rom, welche auf die in Zürich fehlenden 74 Tage fielen, und von ihnen

0	0	1	3	9	10	25	15	7	2	2 Tage
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10 fach

deckten, — und trug endlich die für die einzelnen Tage sich ergebenden Mittelwerthe unter Beisetzung eines * in Tab. I ein, zugleich je das definitive Monatmittel ziehend und beischreibend.

Es scheint mir nicht ohne Interesse zu sein, auch diesmal wieder in Tab. II speciell zu zeigen, welchen Einfluss diese successive Vervollständigung der täglichen Relativzahlen auf die Monatmittel hatte: Sie gibt zu diesem Zwecke unter I r die mittlern monatlichen Relativzahlen, wie sie sich aus meiner eigenen Beobachtungsreihe ohne irgend welchen Zusatz ergeben hatten, — unter II r ihre Beträge nach Beizug der Reihe Wolfer, — unter III r endlich ihre Beträge, wie sie sich schliesslich (Tab. I) nach Completirung durch die ausländischen Serien definitiv ergaben, — und zeigt natürlich in den Monaten, wo in Zürich wegen schlechter Witterung viele Tage ausfielen, einige erhebliche, jedoch keineswegs störende, und auf das Gesammtresultat wesentlich influirende Differenzen. Sie beweist also zwar einerseits, dass schon

Monatliche Fleckenstände im Jahre 1889. Tab. II.

1889	I			II			III		
	m	*n*	*r*	*m*	*n*	*r*	*m*	*n*	*r*
Januar	17	18	1,0	17	18	0,8	28	31	0,8
Februar	12	21	7,9	13	23	8,7	15	28	8,5
März	15	24	6,3	13	25	5,7	15	31	7,0
April	20	28	4,9	17	29	4,2	17	30	4,3
Mai	23	27	2,4	21	28	2,6	24	31	2,4
Juni	16	26	7,0	15	27	7,0	17	30	6,4
Juli	17	31	8,0	11	31	9,7	11	31	9,7
August	8	30	20,6	8	31	20,6	8	31	20,6
September . . .	14	21	6,3	11	27	6,9	13	30	6,5
October	17	17	0,0	17	24	1,5	20	31	2,1
November . . .	14	14	0,0	15	16	0,2	27	30	0,2
December . . .	8	11	5,7	8	12	5,1	17	31	6,7
Jahr	181	268	5,8	166	291	6,1	212	365	6,3

meine Serie für sich allein ein ganz gutes Bild von dem Verlaufe der Fleckenthätigkeit gibt, — zeigt aber anderseits doch, dass die nicht unbedeutende Mühe der Vervollständigung keineswegs als überflüssig bezeichnet werden darf. Ueberdiess gibt Tab. II die Anzahl *n* der den drei Stufen zu Grunde liegenden Beobachtungstage, sowie die Anzahl *m* der als fleckenfrei eingetragenen Tage, welche gegenüber dem Vorjahre auf der dritten Stufe von 151 bis auf 212 angestiegen ist.[3]) Dieser bedeutenden Vermehrung der fleckenfreien Tage entspricht dagegen in Folge einiger starken Reprisen der Fleckenthätigkeit im Sommer 1889 nur eine geringe Abnahme

[3]) Von den 212 in Tab. I und in der dritten Abtheilung von Tab. II als fleckenfrei erscheinenden Tagen entbehren 26 der Controle am normalen Vierfüsser, und es ist daher nicht ohne Interesse, in entsprechender Weise wie in den Vorjahren, die übrigen Reihen nachträglich noch speciell in Beziehung auf diese Tage zu con-

der mittlern Relativzahl des Jahres, indem dieselbe, wie uns ebenfalls Tab. II zeigt, definitiv zu

$$r = 6{,}3$$

bestimmt worden ist, während dieselbe im Vorjahre 6,7 war. Ob hiemit, entsprechend der von mir im vorigen Jahresberichte und auch von einigen andern Sonnen-Beobachtern ausgesprochenen Vermuthung, das Minimum wirklich erreicht ist, kann gegenwärtig noch nicht mit voller Sicherheit ausgesprochen werden, geschweige dass es bereits möglich wäre seinen Eintritt genau zu präciziren. Es wird letzterer Fall erst eintreten, wenn die Reihe der ausgeglichenen monatlichen Relativzahlen, deren Fortsetzung ich als Tab. III beifüge[4]), wieder ein entschiedenes Aufsteigen constatirt, was bis jetzt nicht der

---

sultiren. Es ergibt sich hiebei, dass von diesen 26 Tagen volle 16, nämlich

I 6, 11, 21, 31; II 9, 10; III 28; VI 8, 9, 10, 11;
VIII 22, 23; IX 17; XI 9, 26

auch von den übrigen Reihen einstimmig als fleckenfrei, dagegen allerdings die drei Tage

II 2 VI 16 VIII 27

ebenso einstimmig als Fleckentage bezeichnet werden. In Beziehung auf die übrigen sieben Tage sind die verschiedenen Reihen auch verschiedener Ansicht, jedoch dürften für den normalen Vierfüsser fünf derselben, nämlich

I 10 VIII 21 XI 2, 29 XII 11

ebenfalls als fleckenfrei, und nur zwei, nämlich

VII 27 XI 28

als Fleckentage zu bezeichnen sein, so dass sich, in ähnlicher Weise wie im Vorjahre die 151 auf 137 reducirt wurden, für 1889 die Anzahl der fleckenfreien Tage von 212 auf 207 zu reduciren sein dürfte, was jedoch ohne irgend einen Einfluss auf die gezogenen Schlüsse bleibt.

[4]) Für die frühere, mit 1749 beginnende Reihe der von mir berechneten ausgeglichenen monatlichen Relativzahlen verweise

Ausgeglichene Relativzahlen (Forts.) Tab. III.

Jahr	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	Mittel
1876	—	—	—	—	—	—	11,7	11,9	10,8	10,6	11,8	13,0	11,7
77	13,1	12,6	12,7	12,7	12,6	12,5	11,4	10,4	10,1	9,8	8,0	7,1	11,1
78	6,5	6,0	5,3	4,6	4,0	3,4	3,3	3,0	2,4	2,3	2,4	**2,2**	**3,8**
79	2,5	3,2	3,7	4,2	5,0	5,7	6,9	9,0	10,9	12,3	13,7	15,8	7,7
80	17,7	19,8	23,9	26,8	29,7	31,3	32,8	34,4	36,5	39,5	41,6	43,6	31,5
1881	46,9	49,7	49,6	49,9	51,8	54,2	54,6	55,6	57,0	59,5	62,2	62,4	54,4
82	60,4	58,4	57,9	57,8	58,9	59,9	60,4	60,1	58,1	56,5	54,6	54,5	58,1
83	57,3	59,0	59,0	59,8	60,8	62,3	65,0	67,9	71,4	73,0	74,2	**74,6**	**65,3**
84	72,4	71,7	72,4	71,3	67,8	64,6	61,4	58,8	56,6	54,2	53,6	55,2	63,3
85	57,1	57,4	56,2	54,9	54,4	53,2	51,6	49,2	47,6	47,4	45,2	41,1	51,3
1886	37,2	34,3	32,2	30,2	27,5	25,8	24,6	23,2	20,5	16,7	15,0	13,8	25,1
87	13,1	13,0	12,6	11,9	12,1	12,7	13,1	13,0	12,9	13,0	12,4	11,4	12,6
88	10,3	8,6	7,9	7,8	7,8	7,3	6,2	5,8	5,8	5,8	5,6	5,3	7,0
89	5,6	6,6	7,2	7,1	6,7	6,3	—	—	—	—	—	—	—

Fall ist, und frühestens nach Ablauf eines weitern Jahres zu erwarten sein dürfte. Vorläufig muss ich mich damit begnügen das Jahr 1889, welches das 43. Jahr meiner eigenen Sonnenfleckenbeobachtungen, das 141. Jahr meiner Reihe der monatlichen Relativzahlen und das 280. Jahr des Zeitraumes ist, für welchen ich den von Schwabe vermutheten periodischen, in jedem Jahrhundert durchschnittlich neun Mal eintreffenden Wechsel der Fleckenhäufigkeit constatirt und die Epochen der Maxima und Minima ermittelt habe, als ein Jahr zu bezeichnen, das ent-

---

ich auf Mittheilung 42, bemerke aber auch, dass ich die ganze Reihe in dem im Drucke befindlichen zweiten Halbbande meines neuen Handbuches der Astronomie reproduciren werde.

weder ein Minimum enthält oder ihm wenigstens sehr nahe liegt.

Der für das Jahr 1889 im Obstehenden abgeleiteten mittlern Relativzahl

$$r = 6{,}3 \qquad \text{entspricht} \qquad \Delta v = 0{,}045.r = 0',28$$

und es sollte sich somit im mittlern Europa die magnetische Declinationsvariation 1889 im Jahresmittel um 0',28 über ihren geringsten Werth oder über die für

Christiania	4',62	. . . . nach	XXXV
Mailand	5,62	. . . . „	XXXVIII
Prag	5,89	. . . . „	XXXV
Wien	5,31	. . . . „	400

betragende örtliche Constante meiner Formeln erhoben haben.[5]) Die betreffenden Rechnungen und Vergleichungen sind in Tab. IV zusammengestellt: Der obere Theil dieser Tafel enthält ausser den für 1889 soeben gegebenen Werthen von r und Δv, und den in Christiania (C) laut Nr. 613 der Literatur, in Mailand (M) laut Nr. 610, in in Paris (Lutetia = L) laut Nr. 620, in Prag (P) laut Nr. 618 und in Wien (W) laut Nr. 617 aus den Beobachtungen hervorgegangenen Jahresmitteln der täglichen Declinationsvariation v, die von mir in oben angegebener Weise berechneten Werthe, sowie die Differenzen zwischen den beobachteten und berechneten Beträgen; der untere Theil enthält dagegen für jeden Monat, sowie für das ganze Jahr, einerseits die Zunahmen dr, welche die Monat-Mittel der Relativzahlen des Jahres 1889 gegenüber denjenigen der gleichnamigen Monate des Jahres 1888 zeigen und die daraus nach der Formel

[5]) Für Paris füge ich die entsprechende Constante und den damit zusammenhängenden Theil der weitern Rechnung aus den in Nr. 620 angegebenen Gründen nicht bei.

Vergleichung der Fleckenstände und Variationen. Tab. IV.

1889	r	Δv	v					
			Christiania	Mailand	Prag	Wien	Paris	Mittel
Beob.	6,3	—	5,08	6,04	5,99	5,78	7,23	—
Ber.	—	0,28	4,90	5,90	6,17	5,59	—	—
Diff.	—	—	0,18	0,14	−0,18	0,19	—	±0,17
1888/9	dr	dv'	dv''					
			Christiania	Mailand	Prag	Wien	Paris	Mittel
Jan.	−11,9	−0,54	−0,66	−1,28	−1,45	−1,07	−2,00	−1,29
Febr.	1,4	0,06	0,27	0,97	−1,10	−0,79	−1,00	−0,16
März	−0,8	−0,04	−1,19	−0,94	−0,32	−0,93	−1,00	−0,88
April	−0,8	−0,04	−0,39	0,58	−0,21	0,14	−0,30	−0,04
Mai	−4,6	−0,21	0,12	−0,29	−0,41	−0,46	−0,80	−0,37
Juni	−0,7	−0,03	−1,15	−0,41	−0,66	−0,18	−0,40	−0,56
Juli	6,6	0,30	−0,57	−0,32	−1,00	−1,42	−1,00	−0,86
Aug.	17,8	0,80	−0,07	−0,18	0,19	−0,64	−0,20	−0,18
Sept.	−2,3	−0,10	0,20	−0,47	0,13	0,15	−0,20	−0,04
Oct.	0,0	0,00	−0,44	−0,22	−0,70	−0,40	−0,20	−0,39
Nov.	−10,5	−0,47	0,13	0,37	0,23	0,02	0,20	0,19
Dec.	0,0	0,00	−0,59	0,20	−0,38	0,14	0,50	−0,03
Jahr	−0,5	−0,02	−0,36	−0,17	−0,47	−0,45	−0,53	−0,39

$dv' = 0{,}045.dr$ berechneten Werthe, — anderseits die entsprechenden Zunahmen dv'', welche die beobachteten Declinationsvariationen an den 5 Stationen gegenüber dem Vorjahre erfahren haben, sowie deren Mittelwerthe. — Man ersieht aus dieser Tafel und ihrer Vergleichung mit den entsprechenden Tafeln der früheren Jahre, dass zwar die in dem obern Theile verzeichneten Differenzen kleiner als seit Jahren geworden sind, dass sich also meine Formeln wieder ganz ausgezeichnet bewährt haben, — dass dagegen die dv' und die Mittel der dv'' etwas weniger gut übereinstimmen, indem sie im Mittel ± 0,61 von einander abweichen, wobei aber nicht zu übersehen ist, dass die dv'' unter

sich fast ebenso stark variiren[6]), also der Grund der geringen Uebereinstimmung fast mehr in örtlichen Verhältnissen als in der Sache selbst liegen dürfte.

Dieser übersichtlichen Darstellung der im Jahre 1889 aufgetretenen Verhältnisse lasse ich die Belege-Reihen und einige andere verwandte Notizen, d. h. überhaupt eine Fortsetzung meiner sog. Sonnenfleckenliteratur folgen:

603) Rudolf Wolf, Beobachtungen der Sonnenflecken auf der Sternwarte in Zürich im Jahre 1889. (Forts. zu 584.)

1889			1889			1889			1889			1889		
I	2	0.0	I	31	0.0	–	22	1.1	III	16	1.1	IV	6	1.2
–	3	0.0	II	2	1.3	–	23	1.1	–	18	0.0	–	7	1.2
–	4	0.0	–	3	1.3	–	25	1.2	–	19	0.0	–	8	1.2
–	6	0.0	–	4	1.2	–	26	1.2	–	20	0.0	–	9	1.1
–	7	0.0	–	5	1.2	–	27	1.4	–	21	0.0	–	11	0.0
–	8	0.0	–	7	0.0	III	2	0.0	–	23	0.0	–	12	0.0
–	10	0.0	–	9	0.0	–	3	0.0	–	24	0.0	–	13	0.0
–	11	0.0	–	10	0.0	–	4	0.0	–	25	0.0	–	14	0.0
–	16	1.2	–	11	0.0	–	5	0.0	–	27	0.0	–	15	0.0
–	21	0.0	–	12	0.0	–	6	1.1	–	28	0.0	–	16	0.0
–	22	0.0	–	13	0.0	–	7	1.1	–	29	0.0	–	17	0.0
–	23	0.0	–	15	0.0	–	8	1.1	–	31	0.0	–	18	0.0
–	24	0.0	–	16	0.0	–	9	1.1	IV	1	0.0	–	19	0.0
–	25	0.0	–	17	0.0	–	10	1.1	–	2	1.1	–	20	0.0
–	26	0 0	–	18	0.0	–	11	1.1	–	3	1.1	–	21	0.0
–	28	0.0	–	19	0.0	–	13	1.2	–	4	1.1	–	22	0.0
–	29	0.0	–	21	0.0	–	15	1.2	–	5	1.2	–	23	0.0

[6]) Vergleicht man nämlich die fünf Reihen dv'' paarweise, so ergeben sich unter Anwendung der oben eingeführten Ortsbezeichnungen die mittleren Differenzen

$W-L$	$P-L$	$P-W$	$C-M$	$C-P$
$\pm$ 0,40	$\pm$ 0,43	$\pm$ 0,43	$\pm$ 0,57	$\pm$ 0,59
$M-W$	$M-W$	$M-L$	$C-L$	$C-P$
$\pm$ 0,60	$\pm$ 0,61	$\pm$ 0,71	$\pm$ 0,74	$\pm$ 0,75

und als mittlerer Werth aller 120 Vergleichungen die von dem

1889			1889			1889			1889			1889		
IV	25	0.0	VI	7	0.0	VII	16	1.1	VIII	23	0.0	X	16	0.0
–	26	0.0	–	8	0.0	–	17	1.1	–	24	0.0	–	18	0.0
–	27	0.0	–	9	0.0	–	18	1.1	–	25	0.0	–	19	0.0
–	28	0.0	–	10	0.0	–	19	1.4	–	26	0.0	–	20	0.0
–	29	0.0	–	11	0.0	–	20	1.4	–	27	0.0	–	21	0.0
–	30	0.0	–	12	0.0	–	21	1.2	–	28	1.1	–	22	0.0
V	1	0.0	–	13	0.0	–	22	1.1	–	29	1.1	–	23	0.0
–	3	0.0	–	14	0.0	–	23	1.1	–	30	1.1	–	24	0.0
–	4	0.0	–	16	0.0	–	24	1.1	–	31	1.1	–	28	0.0
–	5	0.0	–	17	1.1	–	25	0.0	IX	1	1.2	–	30	0.0
–	6	1.1	–	18	1.1	–	26	0.0	–	2	1.2	XI	2	0.0
–	7	1.1	–	19	1.4	–	27	0.0	–	3	1.1	–	3	0.0
–	8	1.1	–	20	1.4	–	28	1.2	–	6	1.1	–	4	0.0
–	9	1.1	–	21	1.4	–	29	1.2	–	8	0.0	–	5	0.0
–	11	0.0	–	23	1.2	–	30	0.0	–	9	0.0	–	7	0.0
–	12	0.0	–	24	1.2	–	31	1.4	–	10	0.0	–	8	0.0
–	13	0.0	–	25	1.1	VIII	1	1.6	–	11	0.0	–	9	0.0
–	14	0.0	–	26	1.1	–	2	1.4	–	12	0.0	–	11	0.0
–	15	0.0	–	27	1.1	–	3	1.2	–	13	0.0	–	13	0.0
–	16	0.0	–	28	0.0	–	4	1.6	–	16	0.0	–	19	0.0
–	17	0.0	–	29	0.0	–	6	1.6	–	17	0.0	–	25	0.0
–	20	0.0	–	30	0.0	–	7	1.6	–	18	0.0	–	26	0.0
–	21	0.0	VII	1	0.0	–	8	1.6	–	19	0.0	–	28	0.0
–	22	0.0	–	2	0.0	–	9	2.6	–	21	0.0	–	29	0.0
–	23	0.0	–	3	0.0	–	10	3.8	–	22	0.0	XII	1	0.0
–	24	0.0	–	4	0.0	–	11	2.6	–	23	0.0	–	3	0.0
–	25	0.0	–	5	0.0	–	12	2.6	–	24	0.0	–	9	0.0
–	26	0.0	–	6	0.0	–	13	2.6	–	26	1.4	–	11	0.0
–	27	0.0	–	7	0.0	–	14	2.6	–	27	1.4	–	16	0.0
–	28	0.0	–	8	0.0	–	15	2.6	–	28	1.4	–	17	0.0
–	29	0.0	–	9	0.0	–	16	2.4	X	3	0.0	–	20	1.3
–	30	0.0	–	10	0.0	–	17	2.2	–	5	0.0	–	23	0.0
–	31	0.0	–	11	0.0	–	18	1.2	–	6	0.0	–	24	0.0
VI	1	0.0	–	12	0.0	–	19	1.1	–	7	0.0	–	26	1.5
–	2	0.0	–	13	0.0	–	20	0.0	–	8	0.0	–	27	1.4
–	5	0.0	–	14	1.1	–	21	0.0	–	12	0.0			
–	6	0.0	–	15	1.1	–	22	0.0	–	15	0.0			

604) Alfred Wolfer, Beobachtungen der Sonnenflecken auf der Sternwarte in Zürich im Jahre 1889. (Fortsetzung zu 585.)

obigen $\pm$ 0,61 nur um zwei Hundertstel abweichende Zahl $\pm$ 0,59
womit wohl das Gesagte hinlänglich belegt ist.

1889			1889			1889			1889			1889		
I	2	0.0	III	9	1.3	IV	27	0.0	VI	17	1.12	VII	31	2.37
–	3	0.0	–	10	1.3	–	28	0.0	–	18	1.16	VIII	1	1.25
–	4	0.0	–	13	2.14	–	29	0.0	–	19	1.20	–	2	2.21
–	7	0.0	–	15	2.10	–	30	0.0	–	21	1.16	–	3	2.30
–	8	0.0	–	16	2.8	V	1	0.0	–	22	1.2	–	4	2.42
–	16	1.7	–	18	0.0	–	3	0.0	–	23	1.25	–	5	2.27
–	22	0.0	–	19	0.0	–	4	0.0	–	24	1.21	–	6	1.38
–	23	0.0	–	20	0.0	–	5	1.1	–	25	1.3	–	7	1.30
–	24	0.0	–	21	0.0	–	6	1.3	–	26	1.4	–	8	1.24
–	25	0.0	–	22	0.0	–	7	1.6	–	27	1.2	–	9	3.32
–	26	0.0	–	23	0.0	–	8	1.6	–	28	0.0	–	10	3.35
–	28	0.0	–	24	0.0	–	9	1.7	–	29	0.0	–	11	3.29
–	29	0.0	–	25	0.0	–	10	1.4	–	30	1.1	–	13	2.9*
II	2	2.12	–	27	0.0	–	11	0.0	VII	1	1.2	–	14	2.8*
–	3	2.11	–	29	0.0	–	12	0.0	–	2	0.0	–	15	2.2*
–	4	1.—	–	31	0.0	–	13	0.0	–	3	0.0	–	16	2.5*
–	5	2.7	IV	1	1.1	–	14	0.0	–	4	0.0	–	17	1.2*
–	8	0.0	–	2	1.1	–	15	0.0	–	5	0.0	–	19	0.0*
–	11	0.0	–	4	1.1	–	16	0.0	–	6	0.0	–	20	0.0*
–	12	0.0	–	5	1.1	–	17	0.0	–	7	0.0	–	24	0.0*
–	13	0.0	–	6	1.1	–	20	0.0	–	8	0.0	–	25	0.0*
–	15	0.0	–	7	1.2	–	21	0.0	–	9	0.0	–	26	0.0*
–	16	0.0	–	8	1.1	–	22	0.0	–	10	0.0	–	28	1.1*
–	17	0.0	–	9	1.2	–	23	0.0	–	11	0.0	–	31	1.1*
–	18	0.0	–	11	1.2	–	24	0.0	–	12	2.3	IX	1	1.4
–	19	0.0	–	12	1.2	–	25	0.0	–	13	2.3	–	2	2.2
–	21	0.0	–	13	1.1	–	26	0.0	–	14	2.6	–	3	2.2
–	22	1.7	–	14	0.0	–	27	1.5	–	15	2.16	–	4	1.1
–	23	1.15	–	15	0.0	–	28	0.0	–	16	2.21	–	6	1.1
–	24	3.10	–	16	1.2	–	29	0.0	–	17	2.13	–	7	1.9
–	25	3.7	–	17	0.0	–	30	0.0	–	18	2.13	–	8	1.6
–	26	3.11	–	18	0.0	–	31	0.0	–	20	2.20	–	9	0.0
–	27	3.15	–	19	0.0	VI	1	0.0	–	21	1.15	–	10	0.0
III	2	1.7	–	20	0.0	–	2	0.0	–	22	1.1	–	11	0.0
–	3	1.1	–	21	0.0	–	5	0.0	–	23	1.1	–	12	0.0
–	4	0.0	–	22	0.0	–	6	0.0	–	24	1.1	–	13	0.0
–	5	1.1	–	23	0.0	–	7	0.0	–	25	1.1	–	15	0.0
–	6	1.4	–	24	0.0	–	12	0.0	–	26	1.8	–	16	0.0
–	7	1.3	–	25	0.0	–	13	0.0	–	29	2.21	–	18	1.1
–	8	1.3	–	26	0.0	–	14	0.0	–	30	2.15	–	19	0.0

NB. Die mit * bezeichneten Beobachtungen wurden von Herrn Wolfer auf einer Reise mit einem kleinen Handfernrohr angestellt. Es dürfte ihnen etwa der Factor 1,5 zukommen, welchen ich für meinen Zweifüsser benutze.

1889		1889		1889		1889		1889	
IX	21 0.0	X	4 1.1	X	20 0.0	XI	4 0.0	XII	9 0.0
–	22 0.0	–	5 0.0	–	21 0.0	–	5 0.0	–	16 0.0
–	23 1.1	–	6 0.0	–	22 0.0	–	7 0.0	–	17 0.0
–	24 1.15	–	7 0.0	–	23 0.0	–	8 1.1	–	20 2.7
–	25 1.11	–	8 0.0	–	24 1.1	–	11 0.0	–	23 0.0
–	26 1.14	–	9 1.1	–	26 0.0	–	12 0.0	–	24 1.7
–	27 1.10	–	12 0.0	–	27 0.0	–	13 0.0	–	26 1.23
–	28 1.10	–	13 0.0	–	28 0.0	–	19 0.0	–	27 2.16
–	29 1.4	–	15 0.0	–	29 0.0	–	25 0.0		
–	30 1.9	–	16 1.5	–	30 0.0	XII	1 0.0		
X	1 1.12	–	18 1.1	XI	1 0.0	–	3 0.0		
–	3 1.3	–	19 0.0	–	3 0.0	–	8 0.0		

605) Beobachtungen der Sonnenflecken in Paris durch Herrn A. Schmoll. Schriftliche Mittheilung. (Forts. zu 586.)

Herr Schmoll theilt mir folgende neue Serie seiner Aufzeichnungen mit:

1889		1889		1889		1889		1889	
I	1 0.0	II	15 0.0	III	22 0.0	IV	21 0.0	V	20 0.0
–	2 0.0	–	16 0.0	–	23 0.0	–	22 0.0	–	21 0.0
–	3 0.0	–	17 0.0	–	24 0.0	–	23 0.0	–	22 0.0
–	4 0.0	–	21 0.0	–	26 0.0	–	24 0.0	–	23 0.0
–	5 0.0	–	22 1.5	–	27 0.0	–	25 0.0	–	24 0.0
–	6 0.0	–	23 1.11	–	28 0.0	–	26 0.0	–	25 0.0
–	7 0.0	–	25 1.14	–	30 0.0	–	27 0.0	–	26 0.0
–	8 0.0	–	26 1.32	IV	1 1.1	–	28 0.0	–	27 1.4
–	10 0.0	–	27 1.38	–	2 1.2	–	30 0.0	–	28 0.0
–	11 0.0	III	2 1.7	–	3 1.2	V	2 0.0	–	29 0.0
–	13 0.0	–	3 0.0	–	4 1.4	–	3 0.0	–	30 0.0
–	16 1.5	–	4 0.0	–	5 1.7	–	4 0.0	–	31 0.0
–	17 1.5	–	5 1.1	–	6 1.6	–	5 0.0	VI	1 0.0
–	20 0.0	–	6 1.2	–	7 1.4	–	6 1.2	–	2 0.0
–	21 0.0	–	8 1.7	–	8 1.3	–	7 1.4	–	3 0.0
–	22 0.0	–	9 1.6	–	9 1.5	–	8 1.10	–	4 0.0
–	23 0.0	–	10 1.6	–	10 1.4	–	9 1.7	–	5 0.0
–	27 0.0	–	12 2.11	–	11 1.5	–	11 0.0	–	6 0.0
–	28 0.0	–	13 2.23	–	12 0.0	–	12 0.0	–	7 0.0
–	29 0.0	–	14 2.14	–	13 0.0	–	13 0.0	–	8 0.0
II	2 1.15	–	15 2.6	–	14 0.0	–	14 0.0	–	9 0.0
–	5 1.8	–	16 1.6	–	16 0.0	–	15 0.0	–	10 0.0
–	9 0.0	–	18 0.0	–	17 0.0	–	16 0.0	–	11 0.0
–	10 0.0	–	19 0.0	–	18 0.0	–	17 0.0	–	12 0.0
–	12 0.0	–	20 0.0	–	19 0.0	–	18 0.0	–	13 0.0
–	13 0.0	–	21 0.0	–	20 0.0	–	19 0.0	–	14 0.0

1889		1889		1889		1889		1889	
VI	15 0.0	VII	18 2.20	VIII	21 0.0	IX	24 1.7	XI	2 0.0
–	16 1.3	–	19 2.25	–	22 0.0	–	25 1.5	–	3 0.0
–	17 1.10	–	20 1.29	–	24 0.0	–	26 1.15	–	4 0.0
–	18 1.14	–	21 1.15	–	25 0.0	–	27 1.14	–	6 0.0
–	19 1.21	–	22 1.4	–	26 0.0	–	28 1.10	–	7 0.0
–	20 1.20	–	23 1.2	–	27 1.1	–	29 1.11	–	9 0.0
–	21 1.22	–	24 1.1	–	28 1.1	X	1 1.6	–	12 0.0
–	22 1.34	–	25 0.0	–	29 1.3	–	2 1.12	–	13 0.0
–	23 1 21	–	26 1.2	–	30 1.4	–	3 1.5	–	14 0.0
–	24 1.14	–	27 1.5	–	31 1.7	–	5 0.0	–	15 0.0
–	25 1.6	–	28 2.22	IX	1 1.7	–	6 0.0	–	16 0.0
–	26 1.7	–	29 2.20	–	2 1.3	–	7 0.0	–	21 0.0
–	27 1.2	–	30 2.14	–	3 1.5	–	8 0.0	–	22 0.0
–	28 1.1	–	31 2.36	–	4 1.5	–	9 0.0	–	23 0.0
–	29 1.4	VIII	1 1.30	–	5 1.1	–	10 0.0	–	27 0.0
–	30 1.3	–	2 1.19	–	6 1.1	–	11 0.0	–	28 0.0
VII	1 0.0	–	3 2.36	–	7 1.7	–	13 0.0	–	29 0.0
–	2 0.0	–	4 2.38	–	8 1.3	–	14 0.0	–	30 0.0
–	3 0.0	–	5 1.38	–	9 0.0	–	15 0.0	XII	1 0.0
–	4 0.0	–	6 1.36	–	10 0.0	–	17 0.0	–	2 0.0
–	5 0.0	–	7 1.35	–	11 0.0	–	18 0.0	–	3 0.0
–	6 0.0	–	8 1.18	–	12 0.0	–	19 0.0	–	4 0.0
–	7 0.0	–	9 3.31	–	13 0.0	–	20 0.0	–	6 0.0
–	8 0.0	–	10 3.39	–	14 0.0	–	21 0.0	–	11 0.0
–	9 0.0	–	11 3.26	–	15 0.0	–	22 0.0	–	12 1.2
–	10 0.0	–	12 2.18	–	16 0.0	–	23 0.0	–	15 0.0
–	11 0.0	–	13 2.25	–	17 0.0	–	24 0.0	–	21 2.13
–	12 1.1	–	14 2.39	–	18 0.0	–	27 0.0	–	23 0.0
–	13 1.3	–	15 2.31	–	19 0.0	–	28 0.0	–	25 1.22
–	14 1.3	–	16 2.19	–	20 0.0	–	29 0.0	–	28 2.9
–	15 2.21	–	17 2.5	–	21 0.0	–	30 0.0	–	30 2.8
–	16 2.20	–	18 1.2	–	22 0.0	–	31 0.0		
–	17 2.20	–	20 1.1	–	23 1.1	XI	1 0.0		

606) Sonnenflecken-Beobachtungen von Herrn W. Winkler in Jena. Schriftliche Mittheilung. (Fortsetzung zu 587.)

Herr Winkler theilt mir folgende neue Serie seiner Aufzeichnungen mit:

1889		1889		1889		1889		1889	
I	1 0.0	I	6 0.0	I	21 0.0	I	27 0.0	II	4 1.8
–	3 0.0	–	7 0.0	–	22 0.0	–	30 0.0	–	5 1.4
–	4 0.0	–	17 1.4	–	23 0.0	II	1 0.0	–	6 1.1
–	5 0.0	–	20 0.0	–	24 0.0	–	2 1.11	–	7 0.0

1889			1889			1889			1889			1889		
II	9	0.0	IV	2	1.1	VI	10	0.0	VII	19	1.6	X	30	0.0
–	10	0.0	–	3	1.1	–	11	0.0	–	21	1.3	–	31	0.0
–	11	0.0	–	4	1.1	–	12	0.0	–	22	1.1	XI	1	0.0
–	12	0.0	–	5	1.1	–	13	0.0	–	23	1.1	–	2	0.0
–	13	0.0	–	6	1.3	–	17	1.1	–	24	1.1	–	5	0.0
–	15	0.0	V	1	0.0	–	18	1.8	–	26	1.5	–	7	0.0
–	16	0.0	–	2	0.0	–	19	1.10	VIII	26	0.0	–	11	0.0
–	22	0.0	–	4	0.0	–	20	1.8	–	27	1.2	–	12	0.0
–	24	1.7	–	6	1.1	–	21	1.7	–	29	1.1	–	13	0.0
–	25	1.4	–	7	1.2	–	22	1.10	–	30	1.1	–	14	0.0
–	26	0.—	–	8	1.5	–	23	1.17	–	31	1.1	–	15	0.0
–	27	1.10	–	9	1.2	–	24	1.6	IX	1	1.1	–	16	0.0
–	28	1.5	–	10	1.1	–	25	1.2	–	2	1.1	–	17	0.0
III	1	1.3	–	12	0.0	–	26	1.2	–	3	1.1	–	20	0.0
–	2	0.—	–	21	0.0	–	27	1.2	–	24	1.5	–	22	0.0
–	3	0.0	–	22	0.0	–	28	1.1	–	25	1.3	–	23	0.0
–	4	0.0	–	23	0.0	–	29	0.0	–	26	1.7	–	24	0.0
–	5	0.0	–	24	0.0	–	30	0.0	–	29	1.3	–	25	0.0
–	6	1.1	–	25	0.0	VII	3	0.0	X	4	0.0	–	26	0.0
–	7	1.2	–	27	1.1	–	4	0.0	–	5	0.0	–	27	0.0
–	9	1.1	–	28	0.0	–	5	0.0	–	6	0.0	–	29	0.0
–	10	1.2	–	29	0.0	–	6	0.0	–	7	0.0	XII	9	0.0
–	11	1.1	–	30	0.0	–	7	0.0	–	8	0.0	–	11	0.0
–	12	1.3	–	31	0.0	–	8	0.0	–	11	0.0	–	17	0.0
–	13	2.7	VI	1	0.0	–	9	0.0	–	12	0.0	–	18	0.0
–	14	2.9	–	2	0.0	–	10	0.0	–	15	0.0	–	20	1.7
–	15	1.—	–	3	0.0	–	11	0.0	–	20	0.0	–	21	1.9
–	16	1.2	–	5	0.0	–	12	0.0	–	23	0.0	–	22	0.0
–	18	0.0	–	6	0.0	–	13	1.1	–	24	0.0	–	27	1.11
–	19	0.0	–	7	0.0	–	14	1.2	–	26	0.0	–	28	1.7
–	21	0.0	–	8	0.0	–	15	1.2	–	28	0.0	–	29	2.7
–	28	0.0	–	9	0.0	–	18	1.3	–	29	0.0	–	31	1.1

607) Beobachtungen der Sonnenflecken in O-Gyalla. — Nach schriftlicher Mittheilung von Herrn Dr. Nic. von Konkoly. (Forts. zu 588.)

Es sind in Fortsetzung der frühern Reihen in O-Gyalla folgende Beobachtungen erhalten worden:

1889			1889			1889			1889			1889		
I	1	0.0	I	6	0.0	I	23	0.0	II	5	1.1	II	14	0.0
–	2	0.0	–	7	0.0	–	24	0.0	–	8	0.0	–	19	0.0
–	3	0.0	–	20	0.0	–	28	0.0	–	10	0.0	–	21	0.0
–	4	0.0	–	21	0.0	–	29	0.0	–	12	0.0	–	22	1.2
–	5	0.0	–	22	0.0	–	30	0.0	–	13	0.0	–	23	1.3

1889			1889			1889			1889			1889		
II	24	1.3	V	3	0.0	VI	14	0.0	VII	29	2.8	IX	19	0.0
–	25	1.3	–	4	0.0	–	17	1.1	–	31	1.5	–	22	0.0
–	26	1.2	–	6	1.1	–	18	1.3	VIII	1	1.5	–	28	1.2
III	1	1.2	–	7	1.1	–	19	1.3	–	2	2.5	X	1	1.1
–	2	0.0	–	8	1.3	–	20	1.3	–	3	2.9	–	4	0.0
–	3	0.0	–	10	1.2	–	21	1.4	–	4	1.7	–	5	0.0
–	4	0.0	–	12	0.0	–	22	1.3	–	5	1.7	–	7	0.0
–	5	0.0	–	13	0.0	–	23	1.2	–	6	1.13	–	8	0.0
–	7	0.0	–	14	0.0	–	25	1.1	–	7	1.8	–	11	0.0
–	8	1.1	–	15	0.0	–	26	1.1	–	8	1.6	–	12	0.0
–	11	1.1	–	16	0.0	–	27	1.1	–	10	3.7	–	13	0.0
–	13	1.2	–	17	0.0	–	29	0.0	–	16	2.4	–	14	0.0
–	15	1.2	–	18	0.0	–	30	0.0	–	17	2.3	–	18	0.0
–	16	1.2	–	19	0.0	VII	1	0.0	–	18	1.1	–	22	0.0
–	17	0.0	–	20	0.0	–	2	0.0	–	19	1.1	–	23	0.0
–	19	0.0	–	21	0.0	–	3	0.0	–	20	1.1	–	24	0.0
–	23	0.0	–	22	0.0	–	4	0.0	–	21	0.0	–	25	0 0
–	24	0.0	–	23	0.0	–	5	0.0	–	22	0.0	–	26	0.0
–	29	0.0	–	24	0.0	–	7	0.0	–	23	0.0	–	30	0.0
–	31	0.0	–	25	0.0	–	8	0.0	–	24	0.0	–	31	0.0
IV	1	1.1	–	26	0.0	–	9	0.0	–	25	0.0	XI	2	0.0
–	7	1.1	–	27	0.0	–	10	0.0	–	26	0.0	–	3	0.0
–	8	1.1	–	28	0.0	–	11	0.0	–	27	1.1	–	4	0.0
–	11	0.0	–	29	0.0	–	12	0.0	–	28	1.1	–	7	0.0
–	13	0.0	–	30	0.0	–	13	1.1	–	29	1.1	–	11	0.0
–	14	0.0	–	31	0.0	–	14	1.1	–	30	1.1	–	13	0.0
–	15	0.0	VI	1	0.0	–	15	2.6	–	31	1.1	–	14	0.0
–	16	0.0	–	3	0.0	–	16	2.4	IX	1	1.1	–	15	0.0
–	20	0.0	–	4	0.0	–	17	2.3	–	2	1.1	–	16	0.0
–	21	0.0	–	5	0.0	–	18	2.4	–	3	1.1	–	18	0.0
–	22	0.0	–	6	0.0	–	19	1.3	–	4	1.1	–	19	0.0
–	23	0.0	–	7	0.0	–	20	1.3	–	5	1.1	XII	3	0.0
–	24	0.0	–	8	0.0	–	21	1.2	–	10	0.0	–	14	0.0
–	26	0.0	–	9	0.0	–	22	1.1	–	11	0.0	–	17	0.0
–	27	0.0	–	10	0.0	–	23	1.1	–	12	0.0	–	18	0.0
–	28	0.0	–	11	0.0	–	25	0.0	–	13	0.0	–	26	1.8
–	29	0.0	–	12	0.0	–	26	1.4	–	16	0.0	–	28	2.6
–	30	0.0	–	13	0.0	–	28	1.2	–	17	0.0			

608) Sonnenflecken-Zählungen von Herrn William Dawson in Spiceland (Ind.).

Herr Dawson theilt in einer, von Freund Gould in die „Boston 1889 XII 26“ ausgegebene Nr. 208 seines „Astronomical Journal“ aufgenommenen Einsendung, welche „Spiceland 1889 XI 14“ datirt ist, eine 47 Tage der Jahre 1887 und 1888 be-

schlagende Reihe von Sonnenflecken-Zählungen mit, welche sich an die unter Nr. 581 erwähnten Zählungen desselben Beobachters anschliesst. Da die Jahrgänge 1887 und 1888 meiner Sonnenflecken-Register längst publicirt sind, so begnüge ich mich auch diesmal wieder hievon Kenntniss zu geben, und den Wunsch auszudrücken, dass auch die amerikanischen Sonnenbeobachter sich entschliessen möchten, ihre Beiträge rechtzeitig einzusenden, und namentlich auch ihre Serien nicht mit November abzubrechen, sondern dem December, wie es nun einmal unsere Zeitrechnung mit sich bringt, die Schluss-Rolle zuzutheilen.

609) Observations made at the magnetical and meteorological observatory at Batavia. Vol. XI (1888). (Fortsetzung zu 599.)

Es wurden 1888 in Batavia folgende mittlere westliche Declinationen erhalten:

1888	Maximum zwischen 20 und 23^h	Minimum zwischen 1 und 4^h	Differenz oder Variation
Januar	-1° 46′,27	-1° 50′,09	-3′,82
Februar	45,49	50,90	-5,41
März	46,86	49,58	-2,72
April	47,01	49,62	-2,61
Mai	47,21	49,14	-1,93
Juni	46,43	47,73	-1,30
Juli	46,75	48,01	-1,26
August	46,39	48,36	-1,97
September	44,94	47,69	-2,75
October	44,19	48,11	-3,92
November	43,91	47,73	-3,82
December	43,64	47,25	-3,61
Jahr	-1° 45′,757	-1° 48′,684	-2′,927

Da 1888 (vgl. No. LXXIII) $r = 6{,}7$ war, so gibt die in 579 für Batavia abgeleitete Formel

$$v = -2',570 - 0',0196.\ r$$

für dieses Jahr $v = -2',701$, also wieder einen höchst befriedigenden Werth, da sein Unterschied gegen den beobachteten Werth nur $-0',226$, während in 579 die mittlere Abweichung gleich

± 0',36 gefunden wurde. Der absolute Werth des Jahresmittels der Variation ist von 1887 auf 1888 nach Beobachtung um 0',112 zurückgegangen, während er nach der Formel um 0',125 hätte zurückgehen sollen, — also da sogar fast gänzliche Uebereinstimmung.

610) Aus einem Schreiben des Herrn Professor Schiaparelli in Mailand vom 12. Januar 1890. (Forts. zu 589.)

Herr Professor Schiaparelli theilt mir mit, dass aus den Beobachtungen von Herrn Rajna folgende „Moyennes mensuelles des excursions de l'aiguille de déclinaison à Milan en 1889 entre 20^h et 2^h" hervorgehen:

1889	Variation de 20^h à 2^h	Différence 1889—1888
Janvier	1',75	-1',28
Février	3 ,99	0 ,97
Mars	6 ,17	-0 ,94
Avril	8 ,85	0 ,58
Mai	8 ,19	-0 ,29
Juin	8 ,86	-0 ,41
Juillet	8 ,25	-0 ,32
Août	8 ,99	-0 ,18
Septembre	6 ,84	-0 ,47
Octobre	6 ,10	-0 ,22
Novembre	2 ,55	0 ,37
Décembre	1 ,96	0 ,20
Moyenne	6',04	-0',17

Es hat also in Mailand die Variation im Jahresmittel gegenüber dem Vorjahr noch merklich abgenommen.

611) Sonnenflecken-Beobachtungen auf dem Haverford College Observatory in Pennsylvanien. (Forts. von 592.)

Herr Director Leavenworth hat mir folgende neue, von ihm und seinem Assistenten H. V. Gummere erhaltene Serie mitgetheilt:

1889			1889			1889			1889			1889		
I	1	0.0	III	14	2.5	V	30	0.0	VII	17	2.10	VIII	23	0.0
–	3	0.0	–	18	0.0	VI	3	0.0	–	18	2.22	–	24	0.0
–	4	0.0	–	22	0.0	–	4	0.0	–	19	2.25*	–	25	0.0
–	7	0.0	–	23	0.0	–	5	0.0	–	20	1.17	–	26	1.1
–	8	0.0	–	26	0.0	–	6	0.0	–	21	1.13*	–	27	1.1*
–	10	0.0	–	27	0.0	–	7	0.0	–	22	1.2	–	28	1.1*
–	12	0.0	–	29	0.0	–	8	0.0	–	23	1.1	–	29	1.1*
–	14	0.0	–	30	0.0	–	10	0.0	–	24	1.1	–	30	1.1*
–	15	0.0	IV	4	1.1	–	11	0.0	–	25	1.1	–	31	1.1*
–	16	1.8	–	5	1.1	–	13	0.0	–	26	0.0*	IX	1	1.1*
–	18	0.0	–	8	1.2	–	14	0.0	–	27	0.0*	–	2	1.1*
–	19	0.0	–	9	1.2	–	15	0.0	–	28	0.0*	–	3	1.2*
–	21	0.0	–	10	1.2	–	16	1.9	–	29	2.22	–	4	1.1*
–	22	0.0	–	11	1.4	–	17	1.10	–	30	2.22	–	5	1.1*
–	23	0.0	–	13	0.0	–	18	1.13	–	31	1.23	–	6	1.1*
–	25	0.0	–	15	0.0	–	20	1.18	VIII	1	1.22	–	7	3.3*
–	29	0.0	–	23	0.0	–	21	1.25	–	2	2.26	–	8	2.5*
–	30	0.0	–	24	0.0	–	22	1.20	–	3	2.35	–	9	0.0
–	31	0.0	–	30	0.0	–	23	1.12	–	4	1.21	–	14	0.0
II	1	1.6	V	2	0.0	–	27	1.2	–	5	1.24	–	15	0.0*
–	7	0.0	–	4	0.0	–	28	0.0	–	6	1.26	–	16	0.0
–	9	0.0	–	6	1.3	–	29	1.2	–	7	1.50	–	17	0.0
–	12	0.0	–	7	1.6	VII	1	0.0*	–	8	2.24	–	18	0.0
–	13	0.0	–	8	1.8	–	3	1.4	–	9	2.8*	–	19	0.0
–	14	0.0	–	9	1.8	–	4	0.0*	–	10	3.20	–	20	0.0*
–	20	0.0	–	10	1.7	–	5	1.1	–	11	3.36	–	21	0 0
–	21	0.0	–	14	0.0	–	6	0.0	–	12	2.9	–	22	0.0
–	25	0.0	–	15	0.0	–	7	0.0*	–	13	2.30	–	23	1.6
–	26	1.14	–	16	0.0	–	8	0.0	–	14	2.12	–	26	1.6
III	1	1.12	–	17	0.0	–	9	0.0*	–	15	2.14	–	27	1.12
–	6	1.2	–	18	0.0	–	10	0.0*	–	16	2.12	–	28	1.15
–	7	1.4	–	21	0.0	–	11	1.2	–	17	2.6	–	29	1.7
–	8	1.7	–	22	0.0	–	12	2.10	–	18	1.1	–	30	1.6
–	9	1.1	–	23	0.0	–	13	1.2*	–	19	2.2	X	1	1.5
–	11	2.7	–	25	0.0	–	14	2.17	–	20	1.1	–	2	1.14
–	12	2.6	–	28	0.0	–	15	2.11	–	21	1.1	–	3	1.4
–	13	2.17	–	29	0.0	–	16	2.11	–	22	0.0	–	4	1.1

NB. Die mit * bezeichneten Beobachtungen sind einer von Herrn A. W. Quimby erhaltenen Serie entnommen. Aus 111 correspondirenden Beobachtungen der beiden Beobachter habe ich gefunden, dass die nach Quimby berechneten Relativzahlen um $^1/_{10}$ zu vermehren sind, um sie auf Leavenworth zu reduciren. — Nachträgliche Bemerkung. Die mir von Herrn Leavenworth zur Zeit übersandte, das zweite Semester betreffende und oben zur

1889			1889			1889			1889			1889		
X	5	0.0	X	21	0.0	XI	10	0.0	XI	30	0.0*	XII	19	2.9
–	6	0.0*	–	22	0.0	–	12	0.0	XII	1	0.0	–	21	3.37
–	7	0.0	–	23	0.0*	–	14	1.1	–	2	0.0	–	22	0.0*
–	8	0.0	–	24	0.0	–	15	1.1	–	3	0.0*	–	23	1.1
–	9	1.4	–	27	0.0*	–	16	0.0	–	4	0.0	–	24	1.6
–	10	1.8	–	28	0.0*	–	17	0.0*	–	5	0.0*	–	25	1.20
–	11	0.0	–	29	0.0*	–	20	0,0*	–	6	0.0*	–	26	1.13
–	12	0 0	–	30	0.0	–	21	0.0*	–	7	0.0*	–	27	2.23
–	14	0.0*	–	31	0.0*	–	22	0.0	–	8	0.0*	–	28	2.21
–	15	0.0	XI	1	0.0	–	23	0.0	–	9	0.0*	–	29	2.8*
–	16	1.5	–	3	0.0	–	24	0.0	–	10	0.0*	–	30	1.1*
–	17	1.12	–	4	0.0	–	26	0.0	–	11	0.0*	–	31	1.1
–	18	1.2	–	5	0.0	–	27	0.0*	–	12	1.1			
–	19	0.0	–	6	0.0	–	28	2.4	–	13	0.0			
–	20	0.0	–	7	0.0	–	29	2.2	–	16	0.0			

612) Beobachtungen der Sonnenflecken in Palermo. (Fortsetzung zu 593.)

Herr Prof. Riccò hat mir unter dem 15. Januar 1890 folgende, grösstentheils durch ihn selbst, im Verhinderungsfalle aber durch seinen Assistenten, Herrn Mascari (m), ausgeführte Zählungen mitgetheilt:

1889			1889			1889			1889			1889		
I	1	0.0	I	12	0.0	I	27	0.0	II	5	1.13	II	14	0.0
–	3	0.0	–	14	0.0	–	28	0.0	–	6	2.13	–	15	0.0
–	4	0.0	–	15	0.0	–	29	0.0	–	7	1.14	–	16	0.0
–	6	0.0	–	16	1.6	–	30	0.0	–	8	0.0	–	17	0.0
–	7	0.0	–	19	0.0	–	31	0.0	–	9	0.0	–	18	0.0
–	8	1.14m	–	20	0.0	II	1	1.7	–	10	0.0	–	19	0.0
–	9	0.0m	–	21	0.0	–	2	1.10	–	11	0.0	–	20	0.0
–	10	0.0	–	23	0.0	–	3	1.9	–	12	0.0	–	21	0.0m
–	11	0.0	–	25	0.0	–	4	1.5	–	13	0.0	–	22	1.7

Ergänzung benutzte Serie, welche Herr A. W. Quimby zu Bryn Mawr (Pa) mit einem dreizölligen Equatoreal erhielt, ist seither in Nr. 210 des „Astronomical Journal“ gleichzeitig mit derjenigen des Herrn Leavenworth vollständig zum Abdruck gekommen. Wenn Herr Quimby seine Beobachtungen weiter fortsetzt, so werde ich künftig seine Serie gerne ebenfalls selbstständig aufnehmen und berechnen; für das einzelne Semester beschränke ich mich dagegen auf vorstehende Bemerkung.

1889			1889			1889			1889			1889		
II	23	1.12	IV	13	0.0	V	30	0.0	VII	15	2.20	VIII	30	1.1
–	24	1.16	–	14	0.0 m	–	31	0.0	–	16	2.17	–	31	1.5
–	25	1.10	–	15	0.0	VI	1	0.0	–	17	2.15	IX	1	1.3
–	26	1.8	–	16	0.0	–	2	0.0	–	18	2.17	–	2	1.1
–	27	1.11	–	17	0.0	–	3	0.0	–	19	2.32	–	3	2.2
–	28	1.11	–	18	0.0	–	4	0.0	–	20	1.4	–	4	1.1
III	1	1.5	–	19	0.0	–	5	0.0	–	21	1.18	–	5	1.4
–	2	1.9	–	20	0.0	–	6	0.0	–	22	1.1	–	6	1.2
–	3	0.0	–	21	0.0	–	7	0.0	–	23	1.2	–	7	2.12
–	4	0.0	–	22	0.0 m	–	8	0.0	–	24	1.1	–	8	2.8
–	5	1.1	–	23	0.0	–	9	0.0	–	25	1.8	–	9	0.0
–	7	1.3	–	24	0.0	–	10	0.0	–	26	1.4	–	10	0.0
–	8	1.4 m	–	25	0.0	–	11	0.0	–	27	1.7	–	11	0.0 m
–	9	1.3 m	–	26	0.0	–	12	0.0	–	28	3.20	–	12	0.0
–	10	1.2 m	–	27	0.0	–	13	0.0	–	29	4.18	–	13	0.0
–	11	1.2 m	–	28	0.0	–	14	0.0	–	30	2.10	–	14	0.0
–	12	2.8 m	–	29	0.0 m	–	15	0.0	–	31	2.30	–	15	0.0
–	13	2.8	–	30	0.0	–	16	1.1	VIII	1	1.26	–	16	0.0
–	14	2.6 m	V	1	0.0	–	17	2.4	–	2	2.64	–	17	0.0
–	15	2.16	–	2	0.0	–	18	2.13	–	3	2.29	–	18	0.0
–	16	1.4	–	3	0.0	–	19	2.12	–	4	2.76	–	19	0.0
–	17	1.6	–	4	0.0	–	20	2 23	–	5	1.22	–	20	0.0
–	18	0.0	–	5	1.1	–	21	2.18	–	6	1.37	–	21	0.0
–	19	0.0	–	6	1.1	–	22	2.53	–	7	1.32	–	22	0.0
–	20	0.0	–	7	1.2	–	23	1.47	–	8	1.12	–	23	0.0
–	22	0.0	–	9	1.5	–	24	1.27	–	9	2.24	–	24	1.9
–	23	0.0	–	10	3.29	–	25	1.6	–	10	3.20	–	25	2.5
–	25	0.0	–	11	0.0	–	26	1.5	–	11	3.22	–	26	1.11
–	26	0.0	–	12	0.0	–	27	1.5	–	12	2.14	–	27	1.10
–	27	0.0	–	13	0.0	–	28	1.1	–	13	2.26	–	28	1.11
–	28	0.0	–	14	0.0	–	29	0.0	–	14	2.13	–	30	1.31
–	29	0.0	–	15	0.0	–	30	1.8	–	15	2.12	X	1	1.6
–	30	0.0	–	16	0.0	VII	1	1.10	–	16	2.15	–	2	1.11
–	31	0.0	–	17	0.0	–	2	0.0	–	17	2.6	–	3	2.2
IV	1	1.1	–	18	0.0	–	3	0.0	–	18	1.6	–	4	1.2
–	2	1.1	–	19	0.0	–	4	0.0	–	19	1.1	–	5	0.0
–	3	1.1	–	20	0.0	–	5	0.0	–	20	1.1	–	6	0.0
–	4	1.3	–	21	0.0	–	6	1.15	–	21	0.0	–	7	0.0
–	5	1.1	–	22	0.0	–	7	0.0	–	22	0.0	–	8	1.2
–	6	1.8	–	23	0.0	–	8	0.0	–	23	0.0	–	9	1.10
–	7	1.2	–	24	0.0	–	9	0.0	–	24	0.0	–	10	1.10
–	8	1.1	–	25	0.0	–	10	0.0	–	25	0.0	–	11	1.6
–	9	1.6	–	26	0.0	–	11	0.0	–	26	0.0	–	12	1.10
–	10	1.1	–	27	1.21	–	12	3.19	–	27	1.1	–	13	0.0
–	11	2.5	–	28	1.7	–	13	2.15	–	28	1.1	–	14	0.0
–	12	1.4	–	29	0.0	–	14	2.9	–	29	1.7	–	15	0.0

1889		1889		1889		1889		1889	
X	16 1.13	X	29 0.0	XI	13 0.0	XI	27 0.0	XII	19 2.10
–	17 1.9	–	30 0.0	–	14 0.0	–	28 1.3	–	20 2.19
–	18 1.1	XI	1 0.0	–	15 0.0	–	30 0.0	–	21 2.14
–	19 0.0	–	2 0.0	–	16 0.0	XII	1 0.0	–	22 2.20
–	20 0.0	–	3 0.0	–	17 0.0	–	2 0.0	–	23 0.0
–	21 0.0	–	4 0.0	–	18 0.0	–	5 0.0	–	25 1.18
–	22 0.0	–	5 0.0	–	19 0.0	–	7 0.0	–	27 2.15
–	23 0.0	–	6 0.0	–	20 0.0	–	8 0.0	–	28 2.12
–	24 0.0	–	8 0.0	–	21 0.0	–	9 0.0	–	29 2.17
–	25 0.0	–	9 0.0	–	22 0.0	–	10 0.0	–	30 2.5
–	26 0.0	–	10 0.0	–	23 0.0	–	11 0.0		
–	27 0.0	–	11 0.0	–	24 0.0 m	–	14 0.0		
–	28 0.0	–	12 0.0	–	26 0.0	–	18 1.7		

613) Aus einer Mittheilung von Herrn Prof. Fearnley, datirt: Christiania den 15. Januar 1890. (Forts. zu 591.)

„Als Ergebniss der zweitäglichen magnetischen Beobachtungen in 1889 hat Herr Observator Geelmuyden folgende Monatsmittel in üblicher Weise ermittelt, nämlich Tagesmittel nach zwei Hypothesen (I und II), die tägliche Variation aber (2^h—21^h) frei von jeder Hypothese:

1889	Westliche Declination		Variationen 2^h—21^h	
	I	II	1889	Zuwachs gegen 1888
Januar	12° 38′,1	12° 38′,7	1′,55	–0′,66
Februar	38 ,2	38 ,1	3 ,79	0 ,27
März	38 ,6	39 ,0	5 ,50	–1 ,19
April	37 ,8	38 ,1	7 ,12	–0 ,39
Mai	37 ,7	38 ,1	6 ,93	0 ,12
Juni	38 ,5	38 ,6	7 ,75	–1 ,15
Juli	37 ,6	37 ,8	7 ,91	–0 ,57
August	36 ,8	36 ,3	7 ,60	–0 ,07
September	35 ,6	35 ,8	5 ,16	0 ,20
October	34 ,9	34 ,4	4 ,93	–0 ,44
November	35 ,0	35 ,8	1 ,39	0 ,13
December	34 ,2	34 ,7	1 ,36	–0 ,59
Jahr	12° 36′,9	12° 37′,1	5′,08	–0′,36

„Herr Geelmuyden bemerkt, dass die Ihnen im vorigen Jahre mitgetheilte Variation für 1888, weil das Februarmittel um ein Scalentheil = 0′,36 zu hoch gerechnet war, um —0′029

(—0',030) zu verbessern, also 5',425 (5',414) statt 5',454 (5',444) zu lesen ist. — Eine geringe Zunahme 0',100 (0',108) zwischen 1887 und 1888 besteht also noch, tritt aber jetzt, dem Jahresmittel für 1889 gegenüber, als eine zufällige Irregularität hervor, während ich bei meiner vorjährigen Mittheilnng glaubte daraus den Schluss ziehen zu dürfen, dass schon in 1888 das Fleckenminimum eingetreten sei, besonders auch weil das mit einer Notiz „The Sun-spot Cycle" von Rev. S. J. Perry, Stonyhurst Observatory, in der Wochenschrift „Nature (No. 1001, Vol. 39, page 223)" recht gut zu stimmen schien. — Indem wir mit dem neuen Jahr wohl definitiv in die letzte Sonnenfleckenperiode unseres Jahrhunderts eingetreten sind, grüsse ich Sie mit dem herzlichen Wunsche, dass es Ihnen vergönnt sein mag auch deren Verlauf mit ungestörter Gesundheit zu verfolgen."

Der Vollständigkeit wegen mag noch erwähnt werden, dass ich auch diess Jahr wieder der von Prof. Herrn Fearnley gegebenen Variationscolumne den Zuwachs der Zahlen gegen die entsprechenden Zahlen des Vorjahres beifügte.

614) P. A. Müller, Ueber Variationen des Erdmagnetismus in St. Petersburg-Pawlowsk. 1873—1885 (Repert. für Meteorol. XII 8).

Ich entnehme den unter dem Titel „Täglicher Gang nach den Normaltagen" gegebenen Tafeln I—XII, welche für jeden Monat der Jahre 1870 und 1873—1885 den jeder Tagesstunde entsprechenden mittlern Werth der Declination geben, die folgenden in den obern Theil der beifolgenden Tafel eingetragenen Differenzen zwischen den extremen Werthen der letzten Vormittags- und der ersten Nachmittagsstunden. — Die Jahresmittel dieser Zahlen habe ich als mittlere Variationen v in den untern Theil der Tafel eingetragen und ihnen die den betreffenden Jahren zukommenden Relativzahlen r beigefügt. Vergleicht man nun, wie es in den zwei folgenden Columnen geschehen ist, die Mittel $m = {}^1/_{14}\,\Sigma v = 8{,}32$ und $\mu = {}^1/_{14}\,\Sigma r = 46{,}1$ mit den einzelnen Werthen der v und r, so tritt der parallele Gang der Variationen und der Fleckenhäufigkeit sofort deutlich hervor, und zugleich ergibt sich, dass

$$\beta = 1{,}53 : 36{,}0 = 0{,}043$$

Jahr	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
1870	3,5	6,2	12,2	17,3	17,7	14,6	17,5	16,5	13,4	11,1	10,7	4,7
1873	5,1	7,0	12,0	14,2	14,2	11,2	14,1	13,4	8,7	6,0	3,2	3,0
74	3,5	5,6	11,6	11,6	11,3	11,5	11,6	10,0	9,6	5,3	3,5	1,9
75	0,8	2,0	8,5	11,2	11,8	11,2	11,3	10,4	7,5	4,8	2,7	1,5
76	1,9	3,2	7,9	10,0	9,3	11,5	11,8	11,6	6,5	6,1	2,9	1,8
1877	2,8	3,1	5,3	10,8	9,3	10,6	10,2	10,0	8,3	5,4	2,3	1,3
78	2,2	2,8	5,7	10,1	9,5	11,6	9,4	10,4	7,4	3,4	2,7	1,1
79	2,2	2,5	6,4	9,5	10,3	11,5	11,1	10,3	7,3	5,0	3,5	2,1
80	2,7	4,3	8,7	10,4	11,0	12,3	12,4	12,8	9,8	8,1	3,6	2,0
1881	3,5	5,7	9,7	11,4	12,1	14,9	13,8	12,5	10,5	7,0	3,3	2,3
82	2,1	7,8	8,4	12,5	15,0	13,4	12,6	10,6	10,1	6,7	3,3	2,5
83	2,9	4,6	9,0	11,6	11,2	12,7	14,9	10,2	10,8	8,3	4,2	2,4
84	3,1	9,9	12,8	15,2	13,0	14,3	16,1	10,6	11,8	8,4	5,2	3,5
1885	3,9	5,0	9,1	12,5	13,8	12,8	13,8	12,1	6,6	6,1	3,1	2,2

Jahr	v	r	$v-m$	$r-\mu$	Δv	$v-\Delta v$	v'	v''	$v-v'$	$v-v''$
1870	12,12	139,1	3,80	93,0	4,00	8,12	12,33	12,10	−0,21	0,02
1873	9,34	66,3	1.02	20,2	0,87	8,47	9,20	9,14	0,14	0,20
74	8,08	64,6	−0,24	15,5	0,80	7,28	9,13	9,07	−1,05	−0,99
75	6,98	17,1	−1,34	−29,0	−1,25	8,23	7,08	7,14	−0,10	−0,16
76	7,04	11,3	−1,28	−34,8	−1,50	8,54	6,83	7,01	0,21	0,03
1877	6,62	12,3	−1,70	−33,5	−1,45	8,07	6,88	6,95	−0,26	−0,33
78	6,36	3,4	−1,96	−42,7	−1,84	8,20	6,49	6,59	−0,13	−0,23
79	6,81	6,0	−1,51	−40,1	−1,72	8,53	6,61	6,69	0,20	0,12
80	8,18	32,3	−0,14	−13,8	−0,59	8,77	7,74	7,76	0,44	0,32
1881	8,89	54,2	0,57	8,1	0,35	8,64	8,68	8,65	0,21	0,24
82	8,75	59,6	0,43	13,5	0,58	8,17	8,91	8,87	−0,16	−0,12
83	8,57	63,7	0,25	17,6	0,76	7,81	9,09	9,04	−0,52	−0,47
84	10,33	63,4	2,01	17,3	0,74	7,59	9,07	9,02	1,26	1,31
1885	8,42	52,2	0,10	6,1	0,26	8,16	8,59	8,57	−0,17	−0,15
Mittel	8,32	46,1	±1,53	±36,0	±1,50	8,33	8,33	8.33	±0,50	±0,49

das Verhältniss der bei den beiden Erscheinungen vorkommenden mittleren Excursionen ist. Berechnet man sodann, wie es in vorstehender Tafel geschehen ist, successive $\Delta v = \beta\,(r-p)$, $v-\Delta v$ und $\alpha = {}^1/_{14}\,(v-\Delta v) = 8{,}33$, so ergibt sich

$$v' = \alpha + \beta\,(r-\mu) = 8{,}33 + 0{,}043\,(r-\mu) = 6',35 + 0{,}043 \cdot r \quad (1)$$

Setzt man dagegen nach früherer Uebung $v = a + b \cdot r$ und schreibt diese Gleichung für alle 14 Paare der v und r auf, so ergibt sich nach den Regeln der Methode der kleinsten Quadrate $a = 6{,}45$ und $b = 0{,}041$, und somit

$$v'' = 6',45 + 0{,}041 \cdot r \qquad (2)$$

Die nach diesen beiden Formeln berechneten Werthe der v' und v'', sowie deren Vergleichungen mit den beobachteten Werthen v, sind ebenfalls in die vorstehende Tafel eingetragen, und es geht daraus hervor, dass die 1 und 2, welche übrigens auch von der früher von mir (vgl. Mitth. 19 von 1865) für Petersburg abgeleiteten Formel

$$v''' = 6',18 + 0{,}040 \cdot r \qquad (3)$$

nicht beträchtlich abweichen, nahe gleich gute Resultate ergeben, und einen neuen Beweis für den innigen Connex der beiden Erscheinungen geben. Schliesslich erwähne ich, dass, wenn die beiden Jahrgänge 1874 und 1884 ausgeschlossen werden, die mittlern Differenzen sofort von $\pm 0{,}50$ und $\pm 0{,}49$ auf ± 0.26 und $\pm 0{,}23$ heruntergehen; ich will jedoch, obschon ich aus Analogie anderer Reihen die betreffenden beiden v als durch lokale Störungen beeinflusst halte, einen solchen Ausschluss um so weniger empfehlen, als es mir vorkommen will, es sei bei der durch Herrn Müller für Erstellung der Petersburger-Reihe angewandten Methode ohnehin schon etwas viel ausgeschlossen worden.

615) Beobachtungen der Sonnenflecken in Madrid. (Forts. zu 590.)

Herr Director Migh. Merino hat mir folgende grösstentheils in bisheriger Weise durch Herrn Adjunkt Ventosa und nur bei Verhinderung desselben (V14—VI5) durch Herrn R. Escandon an einem Steinheil'schen Equatoreal von 110mm Oeffnung erhaltene Beobachtungen mitgetheilt:

1889			1889			1889			1889			1889		
I	2	0.0	I	14	0.0	I	22	0.0	I	28	0.0	II	4	1.12
–	3	0.0	–	15	0.0	–	23	0.0	–	29	0.0	–	5	1.7
–	4	0.0	–	17	1.3	–	24	0.0	–	30	0.0	–	6	2.5
–	9	1.1	–	18	0.0	–	25	0.0	–	31	0.0	–	7	1.2
–	10	3.5	–	19	0.0	–	26	0.0	II	1	1.8	–	8	0.0
–	13	0.0	–	21	0.0	–	27	0.0	–	3	1.12	–	9	0.0

1889			1889			1889			1889			1889		
II	10	0.0	IV	11	2.3	VI	26	1.3	VIII	12	2.12	IX	30	1.7
–	12	0.0	–	12	1.3	–	28	1.1	–	13	2.29	X	1	1.10
–	14	0.0	–	13	0.0	–	29	0.0	–	14	2.17	–	2	1.11
–	15	0.0	–	15	0.0	–	30	1.2	–	15	2.14	–	3	1.4
–	16	0.0	–	17	0.0	VII	1	2.3	–	16	2.16	–	4	1.1
–	17	0.0	–	18	1.1	–	2	0.0	–	18	1.1	–	6	0.0
–	18	0.0	–	19	0.0	–	3	0.0	–	19	2.2	–	7	0.0
–	19	0.0	–	20	0.0	–	4	1.2	–	20	1.1	–	8	1.1
–	20	0.0	–	21	0.0	–	5	0.0	–	21	0.0	–	10	1.5
–	21	0.0	–	22	0.0	–	6	1.1	–	22	0.0	–	11	1.2
–	22	1.3	–	23	0.0	–	7	0.0	–	23	0.0	–	12	1.1
–	23	1.10	–	24	0.0	–	8	0.0	–	24	0.0	–	14	0.0
–	24	2.11	–	25	0.0	–	9	0.0	–	25	0.0	–	15	0.0
III	1	1.12	–	26	0.0	–	10	0.0	–	26	1.1	–	17	1.5
–	2	1.8	–	27	0.0	–	11	0.0	–	27	1.1	–	19	0 0
–	4	0.0	–	28	1.1	–	12	2.10	–	28	1.1	–	23	0.0
–	5	1.1	–	29	0.0	–	13	2.7	–	29	1.1	–	24	0.0
–	6	1.2	V	2	0.0	–	14	2.4	–	30	1.2	–	27	0.0
–	9	1.7	–	3	0.0	–	15	2.18	IX	1	1.3	–	28	0.0
–	12	3.10	–	4	0.0	–	16	2.17	–	2	2.2	–	29	0.0
–	13	2.11	–	14	0.0	–	17	2.16	–	3	2.2	–	30	0.0
–	14	2.8	–	16	0.0	–	18	2.15	–	4	2.2	–	31	0.0
–	15	2.6	–	17	0.0	–	19	2.17	–	5	2.2	XI	1	0.0
–	16	1.5	–	18	0.0	–	20	2.19	–	6	1.1	–	5	0.0
–	17	1.2	–	19	0.0	–	21	1 15	–	7	1.9	–	6	0.0
–	18	0.0	–	21	0.0	–	22	1.5	–	8	1.8	–	7	0.0
–	19	0.0	–	22	0.0	–	23	1.1	–	9	1.1	–	8	1.5
–	20	0.0	–	28	0.0	–	24	1.1	–	10	0.0	–	9	0.0
–	22	0.0	–	29	0.0	–	25	1.3	–	11	0.0	–	10	0.0
–	23	0.0	–	30	0.0	–	26	2.12	–	12	0.0	–	11	0.0
–	24	0.0	VI	3	0.0	–	27	1.7	–	13	0.0	–	12	0.0
–	25	0.0	–	4	0.0	–	28	3.21	–	14	0.0	–	13	0.0
–	26	0.0	–	5	0.0	–	29	2.30	–	15	1.2	–	14	0.0
–	27	0.0	–	11	0.0	–	30	2.16	–	16	1.1	–	15	0.0
–	28	0.0	–	12	0.0	–	31	2.32	–	17	0.0	–	16	0.0
–	29	0.0	–	13	0.0	VIII	1	1.28	–	18	1.1	–	17	0 0
–	30	0.0	–	14	0.0	–	2	2.23	–	19	1.2	–	18	0.0
–	31	0.0	–	15	0.0	–	3	2.30	–	20	0.0	–	21	0.0
IV	1	1.1	–	16	1.2	–	4	2.43	–	21	0.0	–	23	0.0
–	2	1.1	–	17	1.10	–	5	2 23	–	22	0.0	–	24	0.0
–	3	1.3	–	18	1.15	–	6	1.27	–	23	1.1	–	25	0.0
–	4	2.2	–	20	1.14	–	7	1.36	–	25	1.9	–	27	0.0
–	5	1.1	–	21	1.15	–	8	1.22	–	26	1.12	–	28	2.4
–	6	1.2	–	22	1.24	–	9	3.33	–	27	1.12	–	30	0.0
–	7	1.1	–	23	1.31	–	10	3.27	–	28	1.9	XII	1	0.0
–	10	1.2	–	24	1.16	–	11	3.16	–	29	1.8	–	2	0.0

1889		1889		1889		1889		1889	
XII	3 0.0	XII	12 1.1	XII	17 0.0	XII	22 3.8	XII	27 2.21
–	5 0.0	–	13 0.0	–	18 2.7	–	23 1.1	–	28 2.16
–	6 0.0	–	14 0.0	–	19 2.12	–	24 1.5	–	29 2.13
–	9 0.0	–	15 0.0	–	20 2.14	–	25 1.12	–	30 2.5
–	11 1.1	–	16 0.0	–	21 2.17	–	26 1.17		

616) Memorie della Società degli Spettroscopisti italiani raccolte e pubblicate per cura del Prof. P. Tacchini. (Forts. zu 597.)

Herr Professor Tacchini theilt folgende in Rom erhaltene Zählungen der Sonnenflecken mit:

1889		1889		1889		1889		1889	
I	1 0.0	II	22 1.4	III	31 0.0	V	19 0.0	VI	22 1.8
–	4 0.0	–	23 1.5	IV	1 1.2	–	20 0.0	–	23 1.7
–	5 0.0	–	24 1.5	–	2 1.2	–	21 0.0	–	24 1.4
–	6 0.0	–	25 1.8	–	3 1.2	–	22 0.0	–	25 1.3
–	7 0.0	–	27 1.8	–	4 1.2	–	23 0.0	–	26 1.2
–	8 0.0	–	28 1.8	–	5 1.2	–	24 0.0	–	27 1.3
–	9 0.0	III	1 1.6	–	6 1.2	–	25 0.0	–	28 0.0
–	11 0.0	–	2 1.5	–	7 1.2	–	26 0.0	–	29 0.0
–	12 0.0	–	3 0.0	–	10 1.3	–	27 0.0	–	30 0.0
–	14 0.0	–	4 0.0	–	13 0.0	–	28 0.0	VII	1 0.0
–	15 0.0	–	5 0.0	–	14 0.0	–	29 0.0	–	2 0.0
–	18 0.0	–	6 1.2	–	17 0.0	–	30 0.0	–	3 0.0
–	19 0.0	–	7 1.3	–	19 0.0	–	31 0.0	–	4 0.0
–	22 0.0	–	10 1.2	–	20 0.0	VI	1 0.0	–	5 0.0
–	23 0.0	–	12 1.4	–	21 0.0	–	2 0.0	–	6 0.0
–	24 0.0	–	13 2.8	–	22 0.0	–	4 0.0	–	7 0.0
–	25 0.0	–	14 2.8	–	23 0.0	–	5 0.0	–	8 0.0
–	26 0.0	–	15 2.8	–	24 0.0	–	6 0.0	–	9 0.0
–	27 0.0	–	17 1.2	–	27 0.0	–	7 0.0	–	10 0.0
–	28 0.0	–	18 0.0	–	28 0.0	–	8 0.0	–	11 0.0
–	29 0.0	–	19 0.0	–	29 0.0	–	9 0.0	–	12 1.2
II	3 1.9	–	20 0.0	V	1 0.0	–	11 0.0	–	13 1.2
–	6 2.5	–	22 0.0	–	4 0.0	–	13 0.0	–	14 1.2
–	8 0.0	–	23 0.0	–	6 1.2	–	14 0.0	–	15 2.6
–	10 0.0	–	24 0.0	–	10 0.0	–	15 0.0	–	16 2.7
–	12 0.0	–	25 0.0	–	11 0.0	–	16 1.2	–	17 2.9
–	14 0.0	–	26 0.0	–	12 0.0	–	17 1.3	–	18 2.6
–	16 0.0	–	27 0.0	–	13 0.0	–	18 1.5	–	19 2.7
–	17 0.0	–	28 0 0	–	14 0.0	–	19 1.6	–	20 1.10
–	18 0.0	–	29 0.0	–	17 0.0	–	20 1.5	–	21 1.5
–	19 0.0	–	30 0.0	–	18 0.0	–	21 1.8	–	22 1.2

1888		1888		1888		1888		1888	
VII 23	1.2	VIII 19	1.2	IX 16	0.0	X 26	0.0	XI 30	0.0
- 24	1.2	- 20	1.2	- 17	0.0	- 27	0.0	XII 1	0.0
- 25	0.0	- 21	0.0	- 18	0.0	- 28	0.0	- 2	0.0
- 26	1.4	- 22	0.0	- 19	0.0	- 29	0.0	- 3	0.0
- 27	1.2	- 23	0.0	- 22	0.0	XI 1	0.0	- 4	0.0
- 28	2.7	- 24	0.0	- 25	1.3	- 2	0.0	- 7	0.0
- 29	2.7	- 25	0.0	- 26	1.3	- 3	0.0	- 8	0.0
- 30	2.6	- 26	0.0	- 27	1.4	- 4	0.0	- 9	0.0
- 31	1.7	- 27	1.2	- 28	1.3	- 5	0.0	- 10	0.0
VIII 1	1.11	- 28	1.2	X 2	1.3	- 9	0.0	- 12	1.2
- 2	2.14	- 29	1.2	- 3	1.2	- 10	0.0	- 13	0.0
- 3	2.11	- 30	1.2	- 4	1.2	- 11	0.0	- 14	0.0
- 4	1.16	- 31	1.2	- 7	0.0	- 12	0.0	- 15	0.0
- 5	1.13	IX 1	1.2	- 8	0.0	- 13	0 0	- 16	0.0
- 6	1.15	- 2	1.2	- 9	1.2	- 14	0.0	- 17	0.0
- 7	1.14	- 3	1.2	- 10	1.4	- 15	0.0	- 18	1.5
- 8	1.7	- 4	1.2	- 12	0.0	- 16	0.0	- 19	2.5
- 9	3.19	- 5	1.2	- 15	0.0	- 17	0.0	- 20	2.8
- 10	3.17	- 6	1.2	- 16	1.3	- 18	0.0	- 21	3.14
- 11	3.13	- 7	2.7	- 18	0.0	- 19	0.0	- 22	2.7
- 12	2.8	- 8	2.2	- 19	0.0	- 20	0.0	- 23	0.0
- 13	2.20	- 9	0.0	- 20	0.0	- 21	0.0	- 24	1.6
- 14	2.13	- 10	0.0	- 21	0.0	- 22	0.0	- 27	1.—
- 15	2.13	- 11	0.0	- 22	0.0	- 23	0.0	- 29	2.8
- 16	2.7	- 12	0.0	- 23	0.0	- 24	0.0		
- 17	2.4	- 13	0.0	- 24	0.0	- 25	0.0		
- 18	1.2	- 14	0.0	- 25	0.0	- 29	0.0		

617) Magnetische Variationsbeobachtungen in Wien. Aus dem Anzeiger der k. k. Academie ausgezogen. (Forts. zu 596).

Auf der Hohen Warte bei Wien wurden folgende mittlere monatliche Stände der Declinationsnadel über 9° erhalten. Aus denselben wurden die in der ersten Variations-Columne enthaltenen Werthe von mir nach der seit Jahren dafür angewandten, wenn auch vielleicht nicht ganz stichhaltigen Formel

$$v = 2^h - \frac{7^h + \text{Min.}}{2}$$

berechnet, — die in der zweiten geben die Zunahme gegen die entsprechenden Werthe von 1888.

1889	7^h	2^h	9^h	Variationen 1889	Zuwachs
I	10',72	12',26	9',18	2',31	—1',07
II	10,88	14,25	11,44	3,09	—0,77
III	10,82	15,59	10,33	5,02	—0,93
IV	8,10	16,24	9,86	8,14	0,14
V	8,24	16,80	10,98	8,56	—0,46
VI	7,76	17,05	11,00	9,29	—0,18
VII	8,13	16,30	10,83	8,17	—1,42
VIII	7,63	16,04	10,13	8,41	—0,64
IX	7,82	14,18	8,25	6,66	0,15
X	8,23	12,77	7,86	4,73	—0,40
XI	8,88	10,66	6,85	2,79	0,02
XII	8,28	9,91	7,12	2,21	0,14
Mittel	9° 10',83			5',78	—0',45

618) Aus Mittheilung der k. k. Sternwarte zu Prag. (Forts. zu 595.)

Nach dieser Mittheilung wurden 1889 in Prag folgende Werthe für die mittlere tägliche Variation der magnetischen Declination erhalten:

1889	Variation	Zuwachs gegen 1888
Januar	2',50	–1',45
Februar	3,60	–1,10
März	5,80	–0,32
April	7,15	–0,21
Mai	7,92	–0,41
Juni	8,82*	–0,66
Juli	8,33*	–1,00
August	8,51	0,19
September	6,11	0,13
October	5,23	–0,70
November	4,58	0,23
December	3,26	–0,38
Mittel	5,99	–0,47

wobei zwei die mit * bezeichneten Monate, in welchen wegen baulichen Veränderungen die Beobachtungen ausfielen, durch mich

in entsprechender Weise ausgefüllt wurden, wie solches in No. 555 in einem ähnlichen Falle geschehen war. — Nach früherer Uebung, wegen der seit 1870 fehlenden Beobachtungsstunde 20^h, das Jahresmittel um 0',18 vermehrend, hätte somit in Prag die mittlere Variation im Jahre 1889

6',17

betragen.

619) Beobachtungen der Sonnenflecken in Moncalieri. Nach schriftlicher Mittheilung von Hrn. Director P. Denza. (Forts. zu 594.)

Es wurden folgende Zählungen erhalten:

1889		1889		1889		1889		1889	
I	3 0.0	II	22 0.0	IV	28 0.0	VII	5 0.0	VIII	7 1.8
–	4 0.0	–	24 0.0	V	5 0.0	–	6 0.0	–	8 2.16
–	7 0.0	–	25 0.0	–	12 0.0	–	7 0.0	–	9 2.15
–	8 0.0	–	28 0.0	–	17 0.0	–	8 1.4	–	10 2.10
–	14 0.0	III	1 0.0	–	18 0.0	–	9 1.5	–	11 2.7
–	16 0.0	–	6 0.0	–	19 0.0	–	10 1.4	–	12 2.10
–	18 0.0	–	12 2 8	–	20 0.0	–	11 1.5	–	13 2.10
–	19 0.0	–	13 2.8	–	22 0.0	–	12 1.6	–	14 2.8
–	22 0.0	–	14 2.6	–	29 0.0	–	13 2.8	–	15 1.7
–	25 0.0	–	15 2.8	–	30 0.0	–	14 2.6	–	16 2.8
–	26 0.0	–	16 2.3	–	31 0.0	–	15 2.7	–	17 2.4
–	27 0.0	–	17 0.0	VI	1 0.0	–	16 2.5	–	18 1.1
–	28 0.0	–	18 0.0	–	4 0.0	–	17 2.9	–	19 1.1
–	31 0.0	–	21 0.0	–	5 0.0	–	18 2.8	–	20 1.2
II	1 1.5	–	24 0.0	–	6 0.0	–	19 1.5	–	21 0.0
–	2 1.5	–	25 0.0	–	7 0.0	–	20 1.4	–	22 0.0
–	3 1.4	–	28 0.0	–	8 0.0	–	21 1.4	–	24 0.0
–	4 1.4	–	29 0.0	–	9 0.9	–	22 1.5	–	25 0.0
–	5 1.4	–	31 0.0	–	15 1.3	–	24 1.4	–	26 0.0
–	6 1.3	IV	2 1.1	–	16 1.8	–	25 1.2	–	27 1.3
–	7 0.0	–	7 1.1	–	17 1.6	–	27 1.5	–	28 1.2
–	8 0.0	–	10 1.2	–	18 1.5	–	28 1.4	–	29 1.2
–	9 0.0	–	12 0.0	–	19 1.5	–	29 1.4	–	30 1.2
–	10 0.0	–	13 0.0	–	20 1.6	–	30 1.4	–	31 1.1
–	11 0.0	–	14 0.0	–	21 1.6	–	31 1.5	IX	1 1.1
–	12 0.0	–	18 0.0	–	24 1.3	VIII	1 0.0	–	2 1.1
–	16 0.0	–	19 0.0	–	26 0.0	–	2 1.11	–	3 1.2
–	17 0.0	–	20 0.0	–	28 0.0	–	3 1.9	–	6 1.1
–	18 0.0	–	21 0.0	VII	1 0.0	–	4 2.9	–	7 0.0
–	20 0.0	–	26 0.0	–	2 0.0	–	5 1.10	–	8 0.0
–	21 0.0	–	27 0.0	–	4 0.0	–	6 1.10	–	9 0.0

1889		1889		1889		1889		1889	
IX	10 0.0	IX	27 0.0	XI	7 0.0	XI	21 0.0	XII	14 0.0
–	11 0.0	X	2 0.0	–	8 0.0	–	22 0.0	–	15 0.0
–	12 0.0	–	3 0.0	–	9 0.0	–	29 0.0	–	16 0.0
–	13 0.0	–	12 0.0	–	10 0.0	–	30 0.0	–	17 0.0
–	14 0.0	–	13 0.0	–	13 0.0	XII	1 0.0	–	18 0.0
–	15 0.0	–	14 0.0	–	14 0.0	–	2 0.0	–	19 0.0
–	18 0.0	–	15 0.0	–	15 0.0	–	3 0.0	–	20 0.0
–	19 0.0	–	16 0.0	–	16 0.0	–	4 0.0	–	21 0.0
–	20 0.0	–	23 0.0	–	17 0.0	–	8 0.0	–	22 0.0
–	21 0.0	XI	1 0.0	–	18 0.0	–	9 0.0	–	23 0.0
–	22 0.0	–	3 0.0	–	19 0.0	–	10 0.0	–	24 0.0
–	26 0.0	–	4 0.0	–	20 0.0	–	12 0.0	–	26 0.0

620) Mittlere magnetische Declinations-Variationen zu Paris in den Jahren 1888 und 1889. — Aus dem Märzhefte 1890 der von Camille Flammarion publicirten Revue „l'Astronomie".

Herr Moureaux „Directeur de l'observatoire météorologique du Parc Saint-Maur" theilt für 1888 und 1889 folgende Monatmittel der „Amplitude de la variation diurne de la déclinaison" mit:

Monat	1888	1889	Zuwachs in 1889
I	5',1	3',1	–2',00
II	5,7	4,7	–1,00
III	8,4	7,4	–1.00
IV	9,4	9,1	–0.30
V	10,2	9,4	–0,80
VI	10,0	9,6	–0,40
VII	10,2	9,2	–1,00
VIII	10,2	10,0	–0,20
IX	8,6	8,4	–0,20
X	7,7	7,5	–0,20
XI	4,5	4,7	0,20
XII	3,1	3,6	0,50
Mittel	7,76	7,23	–0,53

welchen ich eine Differenz-Columne und die Jahresmittel beigefügt habe. — Die in 518 aus den 10 Jahrgängen 1874—1883 für Montsouris berechnete Ortsconstante 6',28 ist zur Darstellung dieser Beobachtungen um nahe 1' zu klein, so dass ich anzunehmen habe, es unterscheide sich die neue Reihe nach Art der Beobachtung oder Berechnung wesentlich von der frühern.

621) Sonnenflecken-Beobachtungen von Herrn Paul S. Yendell in Boston und Dorchester (Mass.) Forts. zu 598.)

Ich entnehme den Nummern 188, 205 und 217 der von Freund Gould herausgegebenen Zeitschrift „The astronomical Journal" folgende von Herrn Yendell ausgeführte Zählungen:

1889			1889			1889			1889			1889		
I	3	0.0	III	22	0.0	V	13	0.0	VII	21	1.1	IX	27	1.3
–	7	0.0	–	24	0.0	–	15	0.0	–	22	1.1	–	30	1.2
–	9	0.0	–	25	0.0	–	16	0.0	–	23	1.1	X	1	1.3
–	10	0.0	–	26	0.0	–	17	0.0	–	24	0.0	–	2	1.1
–	14	0.0	–	28	0.0	–	21	0.0	–	25	1.3	–	3	1.1
–	17	0.0	–	29	0.0	–	22	0.0	–	28	3.9	–	7	0.0
–	20	0.0	IV	2	0.0	–	23	0.0	–	30	1.14	–	8	0.0
–	22	0.0	–	5	1.1	–	24	0.0	VIII	5	1.19	–	10	0.0
–	24	0.0	–	7	1.1	–	26	0.0	–	6	1.22	–	11	0.0
–	27	0.0	–	9	0.0	–	28	0.0	–	7	1.11	–	14	0.0
–	28	0.0	–	10	0.0	VI	5	0.0	–	9	3.19	–	15	0.0
–	30	0.0	–	11	0.0	–	6	0.0	–	11	2.7	–	16	0.0
–	31	0.0	–	12	0.0	–	10	0.0	–	15	2.5	–	17	0.0
II	3	0.0	–	13	0.0	–	11	0.0	–	16	1.1	–	21	0.0
–	5	0.0	–	14	0.0	–	12	0.0	–	18	1.1	–	22	0.0
–	6	0.0	–	15	0.0	–	13	0.0	–	19	0.0	–	25	0.0
–	10	0.0	–	18	0.0	–	17	1.4	–	20	0.0	XI	1	0.0
–	12	0.0	–	19	0.0	–	18	1.11	–	21	0.0	–	3	0.0
–	13	0.0	–	22	0.0	–	19	1.6	–	25	0.0	–	5	0.0
–	14	0.0	–	23	0.0	–	20	1.5	–	26	1.1	–	7	0.0
–	15	0.0	–	24	0.0	–	23	1.4	–	27	1.1	–	10	0.0
–	18	0.0	–	26	0.0	–	24	1.1	–	28	1.1	–	11	0.0
–	19	0.0	–	28	0.0	–	26	1.1	IX	1	1.1	–	13	0.0
–	20	0.0	–	29	0.0	–	27	0.0	–	2	1.1	–	14	0.0
–	22	0.0	–	30	0.0	–	28	0.0	–	3	1.1	–	15	0.0
–	25	0.0	V	1	0.0	VII	4	0.0	–	4	1.1	–	20	0.0
–	28	0.0	–	3	0.0	–	5	0.0	–	5	1.1	–	25	0.0
III	1	0.0	–	5	1.1	–	8	0.0	–	15	0.0	XII	1	0.0
–	6	0.0	–	6	1.3	–	11	2.2	–	19	0.0	–	4	0.0
–	8	0.0	–	7	1.4	–	12	1.1	–	20	0.0	–	12	0.0
–	10	0.0	–	8	1.4	–	15	2.10	–	22	0.0	–	15	0.0
–	13	0.0	–	9	1.5	–	17	2.8	–	23	1.5	–	20	0.0
–	21	0.0	–	12	0.0	–	18	1.7	–	26	1.3			

Zur Configuration der Wendepunkte der allgemeinen ebenen Curve dritter Ordnung.

(Mit 1 lithographirten Tafel.)

Von

Dr. **M. Disteli.**

Um die vollständige Figur der Wendepunkte der allgemeinen ebenen Curve dritter Ordnung C_3 auf constructivem Wege zu untersuchen und ihre Darstellung zu erhalten, betrachten wir vorläufig die C_3 als Projection der Raumcurve vierter Ordnung erster Art R_4 aus einem ihrer Punkte, d. h. als Bild der Grundcurve eines Flächenbüschels zweiter Ordnung. Wir setzen zunächst ein solches mit vollständig reellem gemeinsamem Tetraeder harmonischer Pole und Polarebenen $M_1 \ldots M_4$ und $P_1 \ldots P_4$, also mit vier reellen doppelt projicirenden Kegelflächen $K_1 \ldots K_4$ durch die Curve voraus.

Sämmtliche Constructionen werden bis zu dem Grade der Vollständigkeit durchgeführt, dass sie später mit Weglassung der räumlichen Anschauung als planare Constructionen direct zu weiterer constructiver Untersuchung in der Ebene verwendet werden können.

Der Verfasser ist bereits früher nach einer von ihm aufgestellten Methode auf darstellend geometrischem Wege bei Anlass der Aufstellung des Steiner'schen Sechsschlusses zu einer räumlichen Bestimmung der Wendepunkte des Curvenbildes gelangt.*) Die Vervollständigung

*) Teubner, Leipzig 1888: „Die Steiner'schen Schliessungsprobleme nach darstellend geometrischer Methode".

in der Herleitung der hauptsächlichsten Eigenschaften und die zeichnerische Darlegung dieser ihrer Natur nach zu den Steiner'schen Schliessungsproblemen gehörenden merkwürdigen Punktengruppe ist der Zweck vorliegender Zeilen; um aber die gegenwärtige Entwicklung in einheitlicher und vollständiger Form zu geben, wird eine kurze Wiederholung der verwendeten Methode am Platze sein.

I. Bestimmung durch räumliche Construction.

A. Disposition.

1. Seien Figur 1 M_1' L_1 und M_2' L_2 die darstellend geometrischen Daten einer Durchdringung für einen beiden Kegelflächen K_1 und K_2 gemeinsamen Punkt, und sei der Durchstosspunkt S_{12} der Geraden M_1 M_2 derart gewählt, dass seine Tangentenpaare an L_1 und L_2 sich nicht trennen. Dann wird speciell das Bild der Spitze M_1 Wendepunkt des Curvenbildes, wenn das Centrum der Projection in der Gegenebene P_1 des Tetraeders harmonischer Polarebenen, oder in einem Punkte $\mathbf{S}_1$ der Durchdringung mit stationärer Schmiegungsebene liegt. Die Durchstosspunkte S_{12}, S_{13} und S_{14} der drei Tetraederkanten durch M_1 bilden ein Tripel harmonischer Pole bezüglich L_1, so dass die Bilder jener drei Kanten der Spur L_ι zum zweiten Male in drei Punkten S_2, S_3 und S_4 begegnen, die M_1' zu einem Kreisviereck ergänzen, welches das Dreieck der Punkte S_{ik} zum Diagonaldreieck hat. Die drei Seitenpaare dieses Vierecks sind die Tangentenpaare an die Spuren L_2, L_3, L_4 der drei Kegelflächen K_2, K_3 und K_4 aus den Punkten S_{12}, S_{13} und S_{14}, resp., deren Berührungspunkte alle in der gemeinsamen Polaren s^{P_1} oder in der Spur der projicirenden Ebene P_1 liegen, welche somit drei jener Berührungs-

punkte auf den Projectionen der Kanten durch M_1 als Bilder der drei Kegelspitzen M_2, M_3 und M_4 enthält.

Aus Gründen der Einfachheit und ohne die Allgemeinheit der Untersuchung zu beschränken, wurde S_{12} unendlich fern, L_1 und L_2, also auch L_3 und L_4 als Kreise, somit s^{P_1} normal zur Richtung S_{12} angenommen.

2. Jede Fläche eines Büschels von Flächen zweiter Ordnung enthält acht reelle oder nicht reelle Tangenten der Grundcurve R_4; wir wollen die acht Berührungspunkte P auf den Tangenten kurz das Berührungsoctupel der Fläche nennen. Seine Punkte liegen vier Mal paarweise auf Strahlen durch die vier Tetraederecken M_i und sechs Mal zu vieren in Ebenenpaaren durch die Tetraederkanten, welche von den entsprechenden Tetraederebenen harmonisch getrennt werden.

Jede der doppelt projicirenden Kegelflächen des Büschels, speciell die Fläche K_1, enthält vier in Paaren zusammengetretener Tangenten, ihre Berührungspunkte sind die vier Scheitel S_1 in der Gegenebene P_1, von denen wir einen zum Centrum der Projection gemacht haben. Bezeichnet man die projicirende Tangente mit t_1, diejenigen in den projicirenden Ebenen nach M_2, M_3 und M_4, resp. mit t_2, t_3 und t_4, so bestimmt jede Erzeugende e des Kegels K_1 mit diesen Tangenten vier Ebenen und durch diese als Tangentialebenen eine Vierergruppe von Flächen $F_1 \ldots F_4$, welche paarweise eine unendliche Folge Steiner'scher Vierseite enthalten.

Die vier Berührungsoctupel dieser Flächen stehen unter einander in der Beziehung, dass die Tangentialebenenpaare durch die drei Tetraederkanten aus M_1 an jede Fläche F_i die Berührungsoctupel der drei andern Flächen aus-

schneiden. Jedes Berührungsoctupel wird also drei Mal erhalten, speciell dasjenige der Fläche F_1 durch das Tangentialebenenpaar aus $M_1 M_2$, $M_1 M_3$ und $M_1 M_4$ an die Flächen F_2, F_3 und F_4, resp.

3. So oft nun ein Punktepaar des Berührungsoctupels der Fläche F_1 auf der Erzeugenden e liegt, haben wir ein Punktepaar der Raumcurve, dessen Schmiegungsebenen durchs Centrum gehen, d. h. zwei Punkte, welche als Wendepunkt im Curvenbild erscheinen.

Da die drei Tangentialebenen durch die Tangenten t_i ($i = 2, 3, 4$) die Erzeugende e sämmtlich enthalten, bringen wir sie mit dem Paar von Tangentialebenen der entsprechenden Tetraederkante $M_1 M_i$ an die durch sie bestimmte Fläche F_i zum Schnitt, und bestimmen diejenigen dieser Schnittlinien, welche dem Kegel K_1 angehören. Die drei Ebenenbüschel an den Tangenten t_i werden demnach durch die Flächen F_i, welche sie bestimmen mit den Involutionen an den ihnen entsprechenden Tetraederkanten $M_1 M_i$ in projectivische Verbindung gebracht. Das Erzeugniss ist jedesmal ein Kegel K^* von der Spitze M_1; seine Beziehung zum Kegel K_1 erläutern wir näher durch Construction.

Da es sich um Ebenenbüschel handelt, ersetzen wir diese durch ihre Spurenbüschel. Den Geraden der drei Büschel an den Durchstosspunkten S_i auf L_1 entsprechen die Paare der Involutionen an den Durchstosspunkten S_{1i}. Die Projectivität wird am einfachsten vermittelt durch die drei Kegelflächen K_2, K_3, K_4; es entsprechen dann beispielsweise den Strahlen von S_2 nach den Punkten S_{12}, S_{13}, S_{14} das Tangentenpaar aus S_{12} an L_1 und die Doppelstrahlen der Involution nach S_{13} und S_{14}. Der Strahl $S_2 S_{12}$ ist gemeinsam und entsprechend, das

Erzeugniss somit ein Kegelschnitt K^*, der das Dreiseit der drei Punkte S_i in den Punkten S_{1i} berührt, also mit dem Punkte M_1' als Brianchonpunkt. Der Kegelschnitt K^* ist durch diese Daten vollständig bestimmt, somit erscheint er auch als Erzeugniss der beiden anderen projectivischen Verbindungen. Er begegnet der Spur L_1 in vier Punkten $U_1 \ldots U_4$, welche die Durchstosspunkte der gesuchten Erzeugenden e sind. Die Geraden durch M_1' nach den Punkten U_i sind ihre Bilder; jede dieser vier Geraden begegnet daher dem Curvenbild in zwei Wendepunkten.

4. Aus den Bestimmungselementen des Kegelschnittes K^* folgt, dass jeder der beiden Kegelschnitte K^* und L_1 unendlich viele Tripel harmonischer Pole des andern enthält. Für zwei solche Kegelschnitte gehen die Tangenten in einem gemeinsamen Punkte X nach den Berührungspunkten Y und Z einer gemeinsamen Tangente. Ist X_1 ein weiterer reeller Schnittpunkt beider Curven, so erkennt man leicht, dass die Verbindungslinie s der beiden anderen gemeinsamen Schnittpunkte X_2 und X_3 die harmonische Polare des Punktes X_1 bezüglich des Dreieckes $X\ Y\ Z$ ist. Die Seiten dieses Dreieckes und die Verbindungslinien des Punktes X_1 mit der Gegenecke begegnen der Geraden s in drei Paaren XX', YY' und ZZ' der gemeinsamen Polinvolution beider Kegelschnitte, wobei die Punkte X', Y', Z' die vierten harmonischen der drei Punkte X, Y, Z bezüglich der beiden anderen sind. Demnach bilden je zwei Punkte mit verschiedenen Buchstaben mit und ohne Index mit dem Paar der Doppelpunkte $X_2\ X_3$ eine äquianharmonische Gruppe:

Die beiden Kegelschnitte L_1 und K^* begegnen sich also in zwei reellen und zwei nothwendig

nicht reellen Punkten U_i, welche von jedem ihrer Punkte aus als äquianharmonische Gruppe projicirt werden.

Jeder dieser Punkte U_i führt zu einem Octupel von Punkten der Raumcurve, deren Bilder wir mittelst eines Paares von Hilfsebenen erhalten, deren Spuren dasjenige Paar in jeder der Involutionen an einem Punkte S_{ik} (in der Figur am Punkte S_{12}) bilden, welches den Punkt U_i enthält. Der Punkt U_1 allein führt zu einem reellen Octupel, die übrigen Punkte U_i zu nicht reellen. Die erste Gruppe enthält demnach zwei weitere reelle, die drei anderen enthalten je zwei nicht reelle Wendepunkte. Von den neun Wendepunkten sind also drei reell und sechs imaginär.

B. System der Wendepunkte und harmonischen Polaren.

5. Wir bezeichnen im Folgenden zur leichteren Uebersicht die Wendepunkte als Punkte J_k ($k = 1..9$); die drei reellen speciell als J_1, J_2, J_3.

Ausser den Punkten J_2 und J_3 gehören zu ihrem reellen Octupel noch sechs weitere Punkte J, welche nothwendig im Bilde als Berührungspunkte der Tangenten aus J_2 und J_3 an die Curve dritter Ordnung erscheinen. Sie liegen daher zu dreien in zwei Geraden i_2 und i_3 resp.; für den Punkt J_1 sind M_2', M_3', M_4' diese Punkte J und ist s^{P_1} die Gerade i_1. Jede der drei reellen Geraden i ist in Verbindung mit der Curventangente im entsprechenden Wendepunkt J Polarkegelschnitt dieses Punktes bezüglich der Curve C_3. Die drei Linien i schneiden sich somit im nämlichen Punkte. Man nennt sie die harmonischen Polaren*) der Punkte J;

*) Wir schreiben in der Folge zur Unterscheidung mit anderen harmonischen Polaren bezüglich Curven zweiter Ordnung für diese Geraden h. Polaren.

auf jedem Strahl durch einen von diesen ist die Curve durch ihn und die h. Polare harmonisch getrennt.

Wir wissen bereits, dass die Wendepunkte paarweise auf zwei reellen Strahlen, von denen aber nur der eine reell schneidet, und auf einem nicht reellen Strahlenpaar durch den Wendepunkt J_1 liegen, sowie dass diese beiden Geradenpaare ein äquianharmonisches Doppelverhältniss besitzen.

6. Jede Linie, welche drei Wendepunkte verbindet, bezeichnen wir fortan als Linie h; diejenige speciell durch die drei reellen Punkte J_1, J_2, J_3 mit h_0. Wir bezeichnen im Weitern den Schnittpunkt zweier Linien h, der nicht Wendepunkt ist, mit H; speciell den Schnittpunkt der drei reellen h. Polaren i_1, i_2, i_3 aus bald hervortretenden Gründen mit H_0 und zeigen jetzt an Hand der Construction, dass zunächst für die beiden anderen Wendepunkte J_2 und J_3 dieselben Verhältnisse bestehen, wie sie sich für den Punkt J_1 ergeben haben.

Es ist bekannt, dass die neun Wendepunkte für sich eine Gruppe von Fundamentalpunkten für den Steinerschen Sechsschluss bilden. Die sechs Ecken jedes derartigen Polygons für zwei reelle Wendepunkte als fundamental liegen in Paaren auf drei Strahlen durch den dritten reellen Wendepunkt, und die Seiten des Polygons durch die beiden ersten schneiden sich paarweise in drei Punkten der h. Polaren des dritten Wendepunktes. Die h. Polaren sind demnach als Theil des Erzeugnisses die Perspectivaxen der drei erzeugenden cubischen Strahleninvolutionen an den Wendepunkten.

Die sechs Ecken jedes Polygons sind folglich auch sechs Punkte eines Kegelschnittes K_0, für den H_0 der Pol der Geraden h_0 ist. Die Verbindungslinien von H_0

mit einem Wendepunkt und die zugehörige h. Polare sind jedesmal ein Paar seiner Polareninvolution, und da diese drei Paare für alle Kegelschnitte K_o dieselben bleiben, so sind diese alle unter sich in doppelter Berührung für zwei Punkte der Geraden h_o.

Gehen wir jetzt speciell von einer Linie h durch den Wendepunkt J_1 aus, so besteht das ganze Polygon aus Linien h, weil jede Gerade, welche zwei Wendepunkte verbindet, nothwendig einen dritten enthalten muss. Somit gehen auch durch die Punkte J_2 und J_3 noch je eine reelle und zwei nicht reelle Linien h, welche sich mit den bereits construirten auf der h. Polaren des jedesmal anderen Wendepunktes begegnen. Der Kegelschnitt K_o durch die Ecken des Polygons oder durch die sechs nicht reellen Wendepunkte muss nothwendig der einzig zerfallende Kegelschnitt des Büschels sein, und somit aus einem weiteren Paar von Linien h bestehen. Es ist das Paar der Doppelstrahlen der Polareninvolution am Punkte H_o.

Durch die 9 Wendepunkte gehen demnach 12 Linien h, von denen 4 reell und 8 in Paaren conjugirt imaginär sind. Sie zählen für 36 Verbindungslinien zwischen den 9 Wendepunkten und schneiden sich ausser zu vieren in diesen noch zu zweien in 12 weiteren Punkten H.

7. Mittelst des zuletzt construirten Paares von Linien h gelangen wir nun zu einer höchst einfachen Darstellung sämmtlicher Linien h. Angenommen, das Dreieck der reellen, aber nicht reell schneidenden Linien h_1, h_2, h_3 durch die reellen Punkte J_1, J_2, J_3 sei gefunden, so ist H_o der h. Pol von h_o bezüglich dieses Dreiecks, dessen Ecken wir mit H_1, H_2, H_3 bezeichnen, weil

die h. Polare jedes reellen Wendepunktes durch den vierten harmonischen bezüglich der beiden anderen geht. Die Verbindungslinien des Poles H_o mit den reellen Wendepunkten J_1, J_2, J_3 seien bezeichnet mit i_1'' , i_2'' , i_3'' resp.; dann sind $i_1\, i_1''$, $i_2\, i_2''$, $i_3\, i_3''$ drei Paare der quadratischen Strahleninvolution, welche das nicht reelle Linienpaar h am Punkte H_o definiren. Es begegnet den drei Geraden h_1, h_2, h_3 in den sechs nicht reellen Wendepunkten, welche die Doppelpunkte der drei quadratischen Punktinvolutionen

$$\begin{array}{lll} J_{11}\, J_{11}' , & J_{12}\, J_{12}' , & J_{13}\, J_{13}' \\ J_{21}\, J_{21}' , & J_{22}\, J_{22}' , & J_{23}\, J_{23}' \\ J_{31}\, J_{31}' , & J_{32}\, J_{32}' , & J_{33}\, J_{33}' \end{array}$$

sind. Weil ferner H_o auf allen Seiten und an allen Ecken des Dreiseits $h_1\, h_2\, h_3$ von h_o harmonisch getrennt ist, so sind diese Involutionen auf $h_1\, h_2$, $h_2\, h_3$ und $h_3\, h_1$ perspectivisch resp. für die Wendepunkte J_3, J_2, J_1.

Damit ist das ganze System der 12 Linien h zur Darstellung gebracht; dabei tritt zugleich in Folge der Bildung der Involution am Punkte H_o die Existenz äquianharmonischer Gruppen aufs Neue hervor. Die 12 Linien h lassen sich auf bestimmte Weise in vier syzygetische Dreiseite zusammenfassen, von denen jedes alle 9 Wendepunkte zugleich enthält. Das erste besteht aus der Linie h_o und den Geraden h durch H_o; das zweite aus den reellen Geraden h_1, h_2, h_3; das dritte und vierte bestehen aus den nicht reellen Linien h; ihre Seiten werden durch den Sinn leicht aus einander gehalten.

8. In Folge der harmonischen Beziehung zwischen H_o und h_o bezüglich des Dreieckes $H_1\, H_2\, H_3$ sind aber

nicht nur je zwei Involutionen imaginärer Wendepunkte auf den Seiten h_1, h_2, h_3 perspectivisch für einen reellen Wendepunkt, sondern ihre projicirenden Strahleninvolutionen aus zwei solchen sind zugleich perspectivisch für die h. Polare des dritten reellen Wendepunktes. Die dadurch entstehenden Punktinvolutionen bestimmen auf den Linien i_1, i_2, i_3 je ein Paar nicht reeller Punkte H, so dass auf jeder dieser Geraden vier Punkte H liegen. Die Verbindungslinie zweier Punkte H ist demnach entweder eine Linie h, wenn sie durch einen Wendepunkt geht, oder eine h. Polare i_k.

Die 66 Verbindungslinien zwischen den 12 Punkten H sind also die 12 Linien h und die 9 harmonischen Polaren, von denen jede 6 Mal zählt. Auf den reellen Linien i_1, i_2, i_3 liegen 10 Punkte H; ein weiteres nicht reelles Paar ist dasjenige, welches durch die beiden Linien h am Punkte H_0 auf h_0 ausgeschnitten wird; also die Doppelpunkte der Involution $J_1 J_1'$, $J_2 J_2'$, $J_3 J_3'$ auf h_0. Die Verbindungslinien dieses Paares mit den drei Punkten H_1, H_2, H_3 sind also die noch fehlenden sechs nicht reellen h. Polaren, welche somit als Doppelstrahlen von drei quadratischen Involutionen

$$\begin{array}{lll} i_{11}\, i_{11}'' , & i_{12}\, i_{12}'' , & i_{13}\, i_{13}'' \\ i_{21}\, i_{21}'' , & i_{22}\, i_{22}'' , & i_{23}\, i_{23}'' \\ i_{31}\, i_{31}'' , & i_{32}\, i_{32}'' , & i_{33}\, i_{33}'' \end{array}$$

erscheinen. Die Involutionen an den Punkten H_1 und H_2 begegnen sich in den Punkten H auf i_3, diejenigen an H_2, H_3 und H_3, H_1 in den Paaren H auf i_1 und i_2 resp., so dass die schon vorher aufgetretenen Involutionen dieser Paare aufs Neue und mit denselben Elementen erscheinen.

Die neun harmonischen Polaren i_k befolgen also den Punkten H gegenüber genau den reciproken Zusammenhang, wie die Wendepunkte gegenüber den Linien h, d. h. sie gehen 12 Mal zu dreien durch die Punkte H. Wir werden später zeigen, dass dieser Zusammenhang Reciprocität bezüglich gewisser Polarsysteme ist.

9. Der Geraden h_o als Ort der Pole entspricht bezüglich des Dreieckes H_1 H_2 H_3 ein diesem eingeschriebener Kegelschnitt; dem Büschel von Geraden um H_o als Büschel von Polaren entspricht ein dem Dreieck umschriebener Kegelschnitt. Beide Kegelschnitte berühren sich in dem auf h_o gelegenen Punktepaar H und weil die h.Polare niemals durch den Pol geht, so ist jeder der Punkte H der Pol der Verbindungsgeraden des anderen mit H_o. Da ferner die Involution der nicht reellen Paare H auf jeder reellen Linie i_k conjugirt ist zur Involution der Linienpaare h durch den Wendepunkt J_k und zudem der Sinn entgegengesetzt, wie es sein muss, so besteht der reciproke Zusammenhang auch für jedes der nicht reellen Dreiecke.

Von den vier syzygetischen Dreiecken sind somit je drei sich selbst conjugirt bezüglich des vierten.

Betrachtet man die beiden ersten Dreiecke, von denen also jedes sich selbst conjugirt bezüglich des anderen, so sind die 9 Verbindungslinien zwischen ihren Ecken die 9 h. Polaren i; somit sind die beiden ersten zugleich perspectivisch mit den beiden anderen syzygetischen Dreiecken. Es begegnen sich somit die Verbindungsgeraden der Ecken irgend zweier syzygetischer Dreiecke zu dreien in den Ecken der beiden anderen. Weil ebenso die Schnittpunkte

ihrer Seiten oder die 9 Wendepunkte zu dreien in 12 Geraden liegen, so sind die Seiten irgend zweier Dreiecke zugleich die Perspectivaxen der Seiten der beiden anderen.

Offenbar können zwei reelle Dreiecke nie in eine solche Lage gebracht werden, dass jedes sich selbst conjugirt bezüglich des anderen, weil das Paar der Ecken auf der Linie h_0 niemals reell sein kann. Zwei reelle Dreiecke können daher wohl für die Ecken eines dritten Dreieckes perspectivisch gemacht werden, dagegen können die 9 übrigen Schnittpunkte auf den Verbindungsgeraden nicht in ein zweites Dreieck vereinigt werden.

10. Die 9 Wendetangenten schneiden sich ferner in 36 Punkten T, welche zu vieren auf den 9 h.Polaren liegen. Ausser den Schnittpunkten T_1, T_2, T_3 der reellen Tangenten sind noch drei Punkte T_4, T_5, T_6 der Figur reell, entsprechend den Paaren der Wendepunkte auf dem reellen syzygetischen Dreieck. Sie entstehen als Scheitel perspectivischer Involutionen; der Punkt T_5 auf i_2 beispielsweise, indem man die reelle Wendetangente in J_2 schneidet mit den nicht reellen h.Polaren am Punkte H_1 und diese Involution mit derjenigen der Wendepunkte auf h_1 verbindet.

C. System der Punkte J und Tangenten i.

11. Die h.Polaren begegnen im Weitern der Curve C_3 in 27 Punkten J, welche sich durch 351 Gerade verbinden lassen; unter diesen gehen 108 Linien k durch einen Wendepunkt, 81 andere Linien l enthalten einen weiteren Punkt J und zählen somit dreifach. Von den 27 Punkten J, in welchen die C_3 von einem Kegelschnitt sechspunktig osculirt werden kann, sind im vorliegenden Falle der

zweitheiligen Curve 9 reell; man findet aber auch leicht die 18 nicht reellen. Verbindet man einen reellen Punkt J, z. B. wie in der Figur, denjenigen des unendlichen Astes auf i_3, mit dem Paar nicht reeller Wendepunkte auf h_3, so begegnen diese Geraden dem Paare h. Polaren am Punkte H_3 in zwei Punkten J, auf einer reellen Geraden k durch den Wendepunkt J_3, der Perspectivaxe der elliptischen Involutionen, welche die genannten Geradenpaare definiren.

Auf diese Weise treten durch Verbindung der reellen Punkte J mit den Wendepunkten auf den Linien h durch den Tangentialpunkt von J an jedem reellen Wendepunkt zu den vorhandenen drei Linien noch 9 neue Linien k hinzu, von denen je drei reell und sechs imaginär sind.

Von den 108 Geraden k sind demnach 18 reell, 9 unter ihnen enthalten die reellen J, 9 andere die 18 nicht reellen, so dass durch jeden Punkt J eine reelle Gerade geht. Je zwei Involutionen auf Geraden k, die aus derselben Linie h und zwei Punkten J derselben h. Polaren abgeleitet sind, liegen perspectivisch für den dritten Punkt J der h. Polaren.

Von den 81 Verbindungslinien l der Punkte J zu zu dreien sind demnach nur sechs und die 3 h. Polaren reell.

Die Tangenten i in den Paaren von Punkten J auf einer Linie k begegnen sich auf der entsprechenden h. Polaren. Wird also in der Figur die Tangente im betrachteten Punkte J des unpaaren Astes mit der Involution der h. Polaren am Punkte H_3 geschnitten, so ist diese Involution perspectivisch mit der Involution auf h_3 und ergibt als Schnittpunkt der Tangenten in den Punkten

J auf k je ein Perspectiv-Centrum K (und ein solches K', welche letzteren für die Figur nicht von Bedeutung sind). Von den 108 Punkten K sind also 18 reell.

12. Werfen wir einen Blick zurück auf die bis jetzt ausgeführten Constructionen, so enthält die Darstellung:

a) Die 9 Wendepunkte; die drei reellen auf der Linie h_0, die 6 nicht reellen, dargestellt in Paaren durch reelle elliptische Punktinvolutionen auf reellen Trägern h_1, h_2, h_3.

b) Die 9 h.Polaren; die 3 reellen am Punkte H_0; die 6 nicht reellen, dargestellt in Paaren durch reelle elliptische Strahleninvolutionen an reellen Scheiteln H_1, H_2, H_3.

c) Das System der 12 Linien h; die 4 reellen h_0, h_1, h_2, h_3; die 8 nicht reellen dargestellt in Paaren durch reelle Strahleninvolutionen an den reellen Scheiteln J_1, J_2, J_3, H_0.

d) Das System ihrer 12 Schnittpunkte H; die reellen H_0, H_1, H_2, H_3 und die 8 nicht reellen, dargestellt durch reelle Punktinvolutionen auf den reellen Geraden i_1, i_2, i_3, h_0.

e) Die neun Wendetangenten; nebst den 3 reellen Seiten des Dreieckes $T_1\ T_2\ T_3$ die 6 nicht reellen in Paaren dargestellt durch reelle Strahleninvolutionen an reellen Scheiteln T_4, T_5, T_6.

f) Die 27 Punkte J; nebst den 9 reellen die 18 nicht reellen, dargestellt in Paaren durch reelle Punktinvolutionen auf 9 reellen Trägern k durch die reellen Wendepunkte.

g) Ihre 27 Tangenten i; nebst den 9 reellen die 18 nicht reellen, dargestellt in Paaren durch reelle Strahleninvolutionen an 9 reellen Scheiteln K auf den reellen h.Polaren.

Die Constructionen *a)* und *b)*, *c)* und *d)*, *f)* und *g)* stehen sich dual gegenüber, weil alle auftretenden Involutionen, welche die imaginären Elemente vertreten, schliesslich durch Schnitt- und Scheinbildung aus den fundamentalen Involutionen am Punkte H_o und auf der Geraden h_o hervorgehen, so dass der vielfach verschlungene Zusammenhang der Gesammtfigur doch in einfacher Weise durch die Construction beherrscht und auseinander gehalten wird.

II. Planare Construction.

Die bis jetzt abgeleiteten Beziehungen gestatten nun auch eine rein planimetrische Darstellung dieser Verhältnisse, ohne auf die Raumcurve zurückzugreifen, welche wir für einige metrisch specialisirte Fälle durchführen. Die Angabe von drei reellen Wendepunkten J_1, J_2, J_3 auf der Geraden h_o setzt fünf Bedingungen für die Curve dritter Ordnung, die Angabe des Punktes H_o zwei weitere Bedingungen fest. Fügt man endlich noch die Linie h_1 beliebig durch den Punkt J_1 dazu, so ist damit das ganze System der 12 Linien h, ihrer Schnittpunkte H, der 9 Wendepunkte und ihrer 9 h.Polaren, d. h. ein bestimmtes syzygetisches Curvenbüschel dritter Ordnung bestimmt.

D. Metrische Specialfälle.

13. Nimmt man Fig. 2, speciell J_1 auf h_o unendlich fern und den Punkt H_o so an, dass die Involution harmo-

nischer Polaren an ihm eine Rechtwinkelinvolution wird, sowie h_1 als die unendlich ferne Gerade der Ebene, so hat man dadurch ein Büschel syzygetischer Curven mit den Kreispunkten als Paar von Wendepunkten festgesetzt. In Folge des äquianharmonischen Doppelverhältnisses bilden die Linien h_2 und h_3 mit h_0 Winkel von 30°; und ebenso wie die drei reellen h. Polaren unter sich Winkel von 60°. Jeder Punkt der Ebene bestimmt ein Individuum des Büschels und zugleich ein sofort angebbares Sechseck von Punkten der C_3 auf dem Kegelschnitt K_0, in einem Büschel von solchen mit gemeinsamem Brennpunkt und gemeinschaftlicher Directrix. Liegt der bestimmende Punkt auf einer h. Polaren, so fallen jene 6 Punkte paarweise zusammen; man kennt also dann ein Dreieck von Punkten J nebst ihren Tangenten.

Auch die weiteren sechs reellen Punkte J sind leicht zu finden. Das Curvenbüschel dritter Ordnung begegnet der Geraden i_1 in einer cubischen Involution, welche durch die vier syzygetischen Dreiecke vollständig bestimmt ist. Der Punkt H_0 bildet als Doppelelement mit dem Schnitt von h_0 die eine Gruppe, H_1 als Doppelelement mit dem Schnitt auf h_1 eine zweite Gruppe. Projicirt man diese beiden Gruppen aus J_3 auf einen durch J_2, J_3, H_0 gehenden Hülfskreis, so geht durch die Schnittpunkte desselben mit den Doppelstrahlen ein zweiter Kreis von gleichem Radius, der mit dem Hülfskreis in der Beziehung steht, dass jeder unendlich viele Trippel harmonischer Pole des anderen enthält.

Die auf dem Hülfskreis liegende Serie von solchen ist die verlangte cubische Involution, mit Hülfe derer man (Tripel X_1 X_2 X_3 der Figur) die beiden anderen Punkte J auf i_1 und damit auch auf i_2 und i_3

findet. Jeder Wendepunkt ist mit einem der drei Punkte J auf seiner h. Polaren Fundamentalpunkt für den Vierschluss; in der quadratischen Involution am Wendepunkt findet man somit als entsprechenden zum gemeinsamen Strahl nach J die Wendetangente t; inbesondere die reelle Asymptote der Curve. Der auf i_1 liegende Punkt T ist zugleich der eine reelle Brennpunkt der Curve C_3, während i_1 den reellen degenerirten Brennkreis darstellt. Seine drei weiteren reellen Brennpunkte sind drei Punkte K, oder die symmetrischen zu den Punkten K, bezüglich der verticalen Tangenten i, weil die sich in ihnen begegnenden Curventangenten i durch die Wendepunkte auf der unendlich fernen Geraden h_1 gehen müssen. Die Figur enthält zwei derselben, sowie die zu dem im Innern des Ovals liegenden Brennpunkte K gehörende Linie k, welche man als Verbindungsgerade der Berührungspunkte J seiner Tangente seine Directrix bezüglich der Curve dritter Ordnung nennen könnte.

Wir kommen aber bei anderer Gelegenheit noch auf die Construction der Brennpunkte einer circularen Curve C_3 zurück, und ziehen hier keine weiteren Consequenzen.

Durch das reelle Dreiseit $h_1 h_2 h_3$ werden die zweitheiligen Curven des Büschels von den eintheiligen getrennt. Die für die zweitheilige Curve C_3 abgeleiteten Wendepunktseigenschaften bleiben somit im Wesentlichen auch für die eintheiligen bestehen.

14. Das Dreieck der reellen Linien h_1, h_2, h_3 in Fig. 3 sei ferner ein gleichseitiges; der Punkt H_o der Mittelpunkt desselben, somit h_o die unendlich ferne Gerade; die Involution an H_o ist rechtwinklig, die Kreispunkte bilden ein Paar von Punkten H, demnach sind auch die Involutionen der h. Polaren an H_1, H_2, H_3 Rechtwinkelinvolu-

tionen. Das Büschel der Kegelschnitte K_0 ist ein Büschel concentrischer Kreise; die auf ihnen liegenden Sechsecke der Curve bestehen aus zwei regulären Dreiecken von Fundamentalpunkten des Sechsschlusses. Durch eines dieser Sechsecke oder ein Dreieck von Punkten J nebst Tangenten ist die Curve bestimmt; ist sie zweitheilig, so werden die sechs weiteren reellen Punkte J wie vorher mittelst des dem Dreieck $H_1\ H_2\ H_3$ umschriebenen Hülfskreises bestimmt.

Auch das Asymptotendreiseit bestimmt sich analog wie früher. Von den Punkten K ist in der Figur ein reelles Dreieck, von den Linien k das entsprechende Dreiseit angegeben.

15. Gibt man bloss (Figur 4) die Richtungen der drei reellen Wendepunkte auf h_0, sowie den Punkt H_0, dagegen nicht das reelle Dreiseit $h_1\ h_2\ h_3$, so gehören zweifach unendlich viele Curven zum System; man kann demnach zwei Dreiecke von Punkten J auf den h. Polaren willkürlich festsetzen, und erhält durch ihre Verbindungslinien das dritte reelle Dreieck dieser Punkte. Statt dieser Dreiecke kann man auch je ein Sechseck auf zwei beliebigen Kreisen K_0 geben; ihre Verbindungsgeraden begegnen sich dann in zwei neuen Sechsecken der Curve, durch deren Verbindung wieder ein neues Paar von solchen entsteht. Ebenso führt die Combination irgend zweier dieser neuen Sechsecke zu einer fortlaufenden Reihe von solchen Paaren, so dass man auf diese Weise beliebig viele Punkte der Curve mit dem Lineal erzeugen kann.

16. Fallen die beiden ersten Dreiecke zusammen, d. h. gibt man die sechs Tangenten des ersten Sechseckes, so schneiden sie die Gegenseiten in einem zweiten, deren Tangenten die zugehörigen Seiten in einem dritten

Sechseck u. s. f. Man erhält eine fortlaufende Reihe von Sechsecken, so dass jedes das Tangentialsechseck des vorhergehenden ist. Wir wollen die Frage, wann diese Reihe von Sechsecken sich schliesst, nur für den einfachsten Fall durch Construction erledigen, d. h. für zwei Sechsecke, von denen jedes das Tangentialsechseck des anderen ist.

Beide Sechsecke bestehen aus zwei regulären Dreiecken, von der Eigenschaft, dass die Tangente in jeder Ecke der Gegenseite in ihrem dritten Schnittpunkt mit der Curve C_3 begegnen. Setzt man das erste Sechseck, welches aus den Dreiecken $A_1\ B_1\ C_1$ und $A_1'\ B_1'\ C_1'$ besteht, als reguläres voraus, so ist das Dreieck $A_2 B_2 C_2$ der zweiten Gruppe so auf den Seiten $B_1 C_1$, $C_1 A_1$, $A_1 B_1$ des ersten anzunehmen, dass seine Seiten resp. durch die Ecken $A_1' B_1' C_1'$ gehen. Dies ist der Fall, wenn die Seite $A_2 B_2$ durch den Schnitt der h. Polaren i_2 mit dem Kreise K_0 des regulären Sechseckes geht. Von den vier Dreiecken $A_1 B_1 C_1$, $A_2 B_2 C_2$, $A_1' B_1' C_1'$, $A_2' B_2' C_2'$ ist jedes das Tangentialdreieck des vorhergehenden; es entstehen dadurch vier geschlossene Tangentenpolygone $A_1 A_2 A_1' A_2'$, $B_1 B_2 B_1' B_2'$, $C_1 C_2 C_1' C_2'$, welche mit den Wendepunkten J_3, J_2, J_1, resp. zusammen die reellen Punkte einer Gruppe von Fundamentalpunkten für den Steiner'schen Zehnschluss und je mit jedem der beiden anderen Wendepunkte für den Dreissigschluss bilden. Die Verbindungslinie zweier bekannten Punkte der Curve enthält stets einen dritten bekannten Punkt derselben.

17. Von zahlreichen anderen Specialfällen sei nur noch erwähnt, dass wenn die h. Polare i_1 zur unendlich fernen Geraden gemacht wird, also J_1 in der Mitte von

J_2 und J_3, sowie H_o unendlich fern ist, jede Curve C_3 des Systems den Punkt J_1 zum Mittelpunkt hat. In diesem Falle sind also zwei h. Polaren, sowie zwei reelle Linien h parallel.

E. Curvenbüschel und Curvenschaar.

18. Die besprochene Configuration in der Ebene bestimmt aber nicht nur ein Büschel von Curven dritter Ordnung, deren Basispunkte die Wendepunkte sind, sondern auch eine Schaar von Curven dritter Classe mit den neun h. Polaren als gemeinschaftlichen Rückkehrtangenten. Der Uebergang vom Curvenbüschel zur Curvenschaar und damit die dualen Uebersetzungen der Eigenschaften des Systems, die schon hervorgetreten sind, wird vermittelt durch sechs Gruppen von Polarsystemen, welche durch die Linien h und ihre Schnittpunkte H bestimmt sind. Lässt man nämlich in Figur 3 den Ecken des ganz reellen syzygetischen Dreieckes die Gegenseiten desselben, dem Punkte H_o die unendlich ferne Gerade h_o als zusammengehörige Elemente entsprechen, so bestimmen sie ein circulares Polarsystem mit nicht reeller Directrix, welche sich durch einen leicht angebbaren Symmetriekreis ersetzen lässt.

In diesem Polarsystem entsprechen den Ecken der beiden betrachteten syzygetischen Dreiecke ihre Seiten; dagegen den Ecken jedes der beiden nicht reellen Dreiecke aus Linien h die Seiten des anderen; den drei reellen Wendepunkten entsprechen ferner die drei reellen h. Polaren; den nicht reellen Wendepunkten auf den drei reellen Linien h die Paare nicht reeller h. Polaren an den reellen Ecken H_1 H_2 H_3; also jeder Curve dritter Ordnung des Büschels eine bestimmte Curve dritter Classe

der genannten Schaar. Aus jedem Paar syzygetischer Dreiecke entspringen auf diese Weise zwei Gruppen von je drei Directrixkegelschnitten K_1 und K_2 eben so vieler Polarsysteme. Die Kegelschnitte K_1 der ersten Gruppe sind in Figur 3 ein nicht reeller Kreis und ein Paar conjugirt imaginärer Parabeln; diejenigen K_2 der zweiten Gruppe drei gleichseitige Hyperbeln. Jeder Kegelschnitt geht durch ein Paar von Punkten H und besitzt in diesen eine Linie h als Tangente. Die Eigenschaften dieser 6 Kegelschnitte lassen sich kurz so aussprechen:

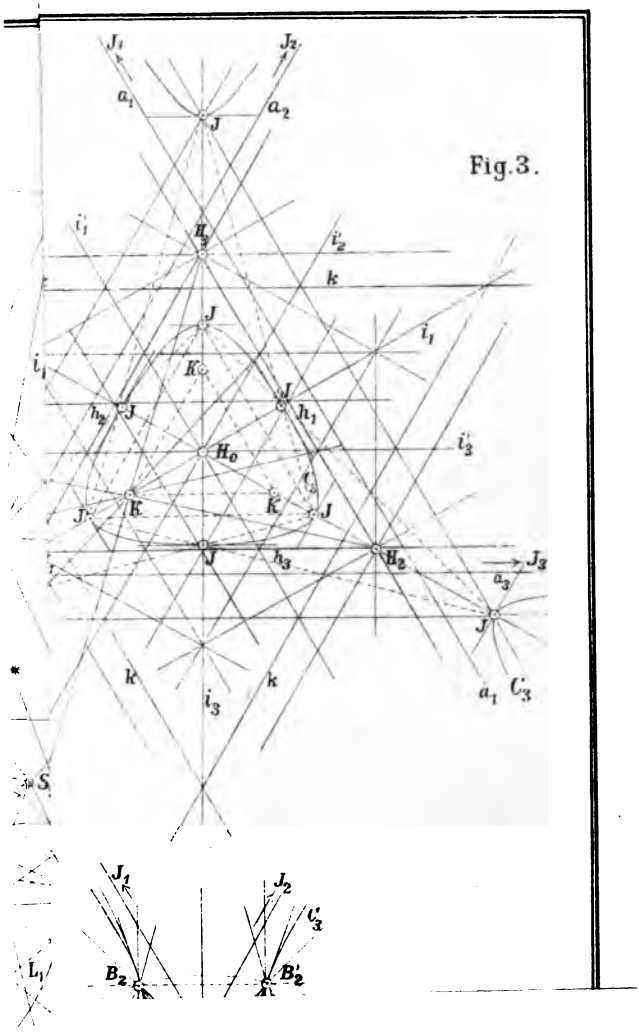
a) Jeder der drei Kegelschnitte einer Gruppe enthält unendlich viele Tripel harmonischer Pole der beiden anderen; je zwei von ihnen begegnen sich daher in vier Punkten einer äquianharmonischen Gruppe; der eine Schnittpunkt ist je ein Punkt H, die drei anderen enthalten die durch ihn gehenden h. Polaren.

b) Jeder Kegelschnitt K_1 ist sich selbst polarreciprok (also in doppelter Berührung) bezüglich jedes der drei Kegelschnitte K_2 und umgekehrt; die h. Polaren sind die 9 gemeinsamen Berührungssehnen, die Wendepunkte die gemeinsamen Pole.

Oder in Zusammenfassung beider Eigenschaften: Jedem Kegelschnitt sind bezüglich der beiden anderen seiner Gruppe unendlich viele Dreiecke harmonischer Pole aufgeschrieben und unendlich viele Dreiseite harmonischer Polaren umgeschrieben. Weil je zwei Polarsysteme auf einer h. Polaren dieselbe Polinvolution haben und durch einen einzigen Punkt J auf einer solchen Geraden eine Curve dritter Ordnung bestimmt ist, so folgt sofort, dass jeder

Curve dritter Ordnung des syzygetischen Büschels dieselbe Curve dritter Classe der Schaar entspricht in allen sechs Polarsystemen.

Aus den sechs Paaren syzygetischer Dreiecke entstehen sechs Gruppen von Polarsystemen, durch welche man den Uebergang vom Büschel zur Schaar gewinnt; wir begnügen uns aber an dieser Stelle bloss auf diesen Zusammenhang hinzuweisen und erinnern nur noch, dass die genannten Directrixkegelschnitte je ein bestimmtes Steiner'sches Sechseck aus jeder Curve dritter Ordnung schneiden. Bezüglich des Dreieckes $H_1 H_2 H_3$ als fundamental, für H_0 als Einheitspunkt und h_0 als Einheitslinie sind aber die sechs Ecken jedes Steiner'schen Sechseckes für ein Paar reeller Wendepunkte als Fundamentalpunkte sechs Punkte permutirter Coordinaten. Es liegt darin ein natürlicher Anknüpfungspunkt der analytischen an die geometrische Methode, um die Resultate der Construction auch auf dem Wege der Rechnung zu bestätigen.



J_1
J_2
a_1
a_2
J
i'_1
H_3
i'_2
k
i_1
K
h_2
h_1
H_0
i'_3
C_3
h_3
H_2
J_3
a_3
i_3
a_1
C'_3
S
L_1
B_2
B'_2

Fig. 3.

pétri de l'Huitre-Gryphée que j'ai nommée Ostrea Escheri. Ces deux dépôts inséparables forment un arc le long du pied ouest et nord du Faehnern, aumoins depuis le ravin de Brüllbach près du Weissbad jusqu'à la vallée du Rhin, à Eichberg, arc limité, à ses extrémités, par la mollasse aquitanienne, tandis qu'en son milieu, assez haut dans le ravin d'Eggerstanden, mais après une lacune provenant de forts éboulis, les bancs inférieurs du dépôt s'enrichissent rapidement de veines de calcaire spathique, deviennent plus schisteux, plus tourmentés et pourraient bien alors constituer l'étage éocène le plus inférieur, recouvert à son tour par la mollasse.

C'est qu'en effet, Messieurs, comme nous le montrent les cartes géologiques de la contrée, le petit massif éocène du Faehnern a pour base, au sud-est, le calcaire et les schistes blancs dits de Séwen, prolongement de la chaîne du Kamor, tandis qu'à l'ouest ce massif est traversé par un éperon des mêmes roches, prolongement de la chaîne du Sentis comparable, soit dit en passant, à l'éperon du Laegern par lequel se termine la chaîne du Hauenstein. Or, Messieurs, il est aujourd'hui facile à prouver que les calcaires et schistes de Séwen ne représentent que les sous-étages campanien et mastrichtien, soit la craie la plus supérieure; il suffit pour cela de rappeler que ces calcaires offrent, en outre d'Echinocorys ovata assez fréquents, ainsi que de nombreux et, notons bien, quelquefois énormes Inoceramus Cripsi, le Belemnitella mucronata peu douteux, provenant du Kamor, que je mets ici sous vos yeux — tandis que, d'un bout à l'autre des Alpes suisses, ils ne contiennent, tant que je sache, pas trace des faunes des sous-étages coniacien et santonien, ou du Sénonien proprement dit, pourtant si bien

développées dans les Alpes voisines de Gosau et de Berchtesgaden, de même qu'en Provence, dans le Dauphiné et jusque dans la Savoie[1]). Et bien! Messieurs, la superposition naturelle des marnes noires du pied du Faehnern à ces calcaires et schistes blancs de Séwen étant parfaitement visible, notamment dans le ravin du Brüllbach et dans celui du Wybach, un peu plus au nord, il est évident qu'elles appartiennent à l'éocène inférieur.

Quant à la place exacte de ces marnes et marno-calcaires noirs dans la série éocène, il est encore bien facile de s'assurer qu'elle est dans l'étage qui j'ai nommé Londinien, attendu que la plupart des blocs de calcaire éboulés que l'on rencontre surtout dans la partie inférieure du ravin d'Eggerstanden offrent à leur partie supérieure, le passage au Nummulitique parisien inférieur, tant sous le rapport pétrographique, par le mélange de parties glauconieuses et verdâtres à la pâte marneuse et noirâtre, que sous celui des fossiles, par l'apparition de nombreux Nummulina granulosa et le passage d'assez nombreux Ostrea Escheri dans la roche complètement transformée en grès vert parisien inférieur, roche où viennent bientôt s'installer, à côté d'autres espèces persistantes, telles que le Crassatella sinuosa et les Cytherea ambigua et Parisiensis, le Nummulina Biarritzensis[2]), le Rotularia Bognorensis et les

[1]) Voyez, à ce propos, dans le Bulletin de la Société géologique de France, les mémoires de MM. Toucas (1881), Arnaud (1887), Péron (1888), de Grossouvre, Ficheur et Niklès (1889) et Collot (1890).

[2]) Il est assez intéressant de voir que les deux premières Nummulines de taille moyenne qui apparaissent dans le Parisien inférieur d'Appenzell sont celles qui se trouvent dans le Londinien supérieur du pied nord-est des Pyrénées.

Huitres, les Spondyles et les Peignes ordinaires du calcaire grossier inférieur. Il me suffira, Messieurs, de mettre sous vos yeux les quelques échantillons de roches inscrits dans les catalogues des collections géologiques de Zurich sous les numéros T. 76 et T. 101, 102 et 104 pour vous convaincre de la réalité des faits que je viens d'énoncer.

Maintenant, Messieurs, que nous sommes d'accord sur l'âge londinien des marnes noires supérieures et du calcaire noir à Ostrea Escheri d'Appenzell [1]), je vais avec vous passer en revue les principales espèces éocènes ou tout au moins neutres de notre Londinien, renforçant ainsi, par superfluité, votre conviction que sa place est bien assurée, pour vous étonner ensuite d'autant plus, en vous montrant en leur compagnie un si grand nombre de types considérés jusqu'ici comme caractéristiques des terrains crétacés supérieurs.

Ces espèces éocènes ou neutres sont, dans les marnes (I) et dans le calcaire (II):

II. Cliona megastoma, Fisch. (4) Londinien du Nord, Parisien du Nord et des Alpes.
II. — Parisiensis, Orb. (4) Mêmes gisements.
II. Ostrea (Gryphaea) Brongniarti, Bronn (2) Londinien d'Egypte — Tongrien du Vincentin.
II. — — Escheri, May.-Eym. (5) Londinien de Londres, Parisien des Alpes etc.
II. — — Gümbeli, May.-Eym. (2) Londinien d'Egypte, Parisien d'Egypte etc.
II. — — Mayeri, Frausch. (2) Londinien de Londres, Parisien d'Egypte etc.

[1]) Notons, en passant, que ce banc de calcaire noir pétri d'Ostrea Escheri se retrouve à la base du Parisien inférieur, à Hirzenegg près d'Einsiedeln.

II. Pecten (Neithea) goniopleura, May.-Eym. (2) Type tertiaire et récent.
II. — (Cornelia) corneus ? Sow. (2) Londinien — Tongrien.
II. — Gallensis, May.-Eym. (4) Type tertiaire et récent.
II. Avicula papyracea, Sow. (3) Londinien de Londres.
II. Mytilus (Modiola) subcarinatus, Lam. (2) Londinien — Tongrien.
II. — — sulcatus, Lam. (2) Parisien, Bartonien.
I. Stalagmium tenuistriatum, May-Eym. (2) Type tertiaire.
I. Nucula Bowerbanki, Sow. (2) Londinien de Londres.
II. Cardita Brongniarti ? Mant. (2) Londinien de Londres.
I. — multicostata ? Lam. (Vener.) (3) Soissonien I — Parisien II.
II. Crassatella plicatilis, Dsh. (4) Parisien I de Paris et des Alpes.
II. — sinuosa, Dsh. (3) Mêmes gisements.
II. Lucina subalpina ? May.-Eym. (2) Londinien du Vicentin.
II. Corbis Brongniarti, May.-Eym. (2) Type tertiaire.
I. — Davidsoni, Dsh. (2) Soissonien de Paris, Londinien de l'Aude.
II. — latilamella, May.-Eym. (2) Type tertiaire.
I. — Prestwichi, May.-Eym. (2) Type neutre.
II. Cardium (Protocardium) difficile ? Dsh. (2) Londinien de Paris, Parisien des Alpes.
I. — densicostatum ? Frausch. (3) Type neutre.
II. Cytherea ambigua, Dsh. (4) Londinien de Paris, Parisien des Alpes.

II. Cytherea Dixoni, Dsh. (3) Londinien de Paris, Parisien ? des Alpes.
II. — nitidula, Dsh. (2) Londinien de Paris (Vrégny) — Bartonien.
II. — obliqua, Dsh. (4) Soissonien — Bartonien ?
II. — Parisiensis, Dsh. (2) Londinien ! — Bartonien.
II. — polita ? Lam. (2) De même.
I, II. Venus plicata ? Gmel. (3) Type tertiaire[1]).
II. Turritella hybrida ? Dsh. (2) Soissonien et Londinien du Nord.
I. Nautilus centralis, Sow. (2) Londinien de Londres, Parisien des Alpes.
II. Serpula Gundavaensis, Arch. (3) Londinien ? de l'Inde, Parisien des Alpes.

Comme vous le voyez, Messieurs, ces espèces confirment, comme il fallait s'y attendre, les données stratigraphiques relatives à leur gisement. Il est même assez surprenant, vu l'isolement du Londinien d'Appenzell, qu'une si forte part d'entr'elles (vingt sur trente-cinq, ou tout au moins la moitié des espèces certaines) se retrouve dans le Londinien du Nord; et cette forte part, jointe à l'analogie de la roche avec l'argile de Londres et des Flandres, invite même à présumer, qu'à l'époque londinienne inférieure, la mer du Nord communiquait directement avec la mer subalpine. Par où ? c'est ce qu'il est difficile de dire. Cependant, en présence de la grande différence de faune du Londinien du pied nord-est des Pyrénées et du nôtre, comme du fait que celui-là s'est enrichi d'espèces venues du Nord par un bras de mer

[1]) Je viens bien de trouver une grande Mitre scrobiculée certaine dans le Bartonien inférieur du Schimberg.

contournant l'Auvergne et les Cévennes par l'Est[1]), l'on est tenté de supposer que la dite communication a eu lieu à travers l'Allemagne, plutôt que par l'est de la France et le Jura. Et cela est d'autant plus loisible, que nous connaissons aujourd'hui le Soissonien (supérieur?) de l'ancien bassin de l'ouest de la Baltique[2]), où il présente, lui aussi, encore quelques types crétacés, tels que Scalaria Johnstrupi, Actaeonina elata et Avellana ultima. En effet, qui nous dit dès-lors que cette ancienne mer baltique ne se soit pas étendue, durant l'époque londinienne inférieure, dans les plaines au sud de Danzig (où les restes de ses dépôts seraient recouverts par les formations d'eau douce et marines plus récentes), pour s'épancher de là, au début de l'époque, jusqu'au pied des Alpes centrales? Remarquez, Messieurs, que cette supposition nous expliquerait aussi, mieux qu'une autre, le passage dans notre Londinien de certains types campaniens et mastrichtiens, inconnus à ces niveaux sur toute la longueur de nos Alpes.

A la fin de ces appréciations que j'ai cru devoir vous soumettre, j'en viens, Messieurs, au but principal de ma communication, celui de mettre sous vos yeux les espèces de type crétacé rencontrées jusqu'à ce jour dans le Londinien d'Appenzell.

Voici d'abord la grande Huitre-crête-de-coq que j'ai nommée Ostrea Studeri. Cette espèce, non rare dans le banc à O. Escheri, appartient évidemment au groupe

---

[1]) Voyez Bullet. Soc. géol. France. 1882, p. 642, et Matér. carte géol. Suisse. Livr. 24, 2, p. XXV. 1887.

[2]) Von Könen. Paleocäne Fauna Kopenhagens. (Abh. Gesellsch. Wissensch. Göttingen.) 1885.

crétacé de l'O. Deshayesi, mais se distingue ici par sa forme presque subitement élargie vers le bas.

Mais voici une trouvaille bien plus curieuse: c'est mon Ostrea Deickei, Huitre-Exogyre tout-à-fait semblable aux O. plicifera et Matheroni, du Santonien et du Campanien et les imitant même en cela qu'elle aussi forme un banc. Je la distingue à grand' peine de la dernière espèce à sa taille plus petite et à son côté postérieur plus abrupt.

Voici maintenant, Messieurs, trois espèces du type tout nouveau pour les terrains tertiaires des Peignes-Neithées à côtes alternantes, si caractéristiques des terrains crétacés[1]). L'une, mon Pecten Edwardsi, assez commune dans le banc à O. Escheri, rare dans les marnes, se distingue des espèces de la craie blanche, P. Mortoni, P. quadricostatus, P. tricostatus etc., d'abord par la taille majeure qu'elle atteint, puis, par sa plus forte courbure, mais surtout en cela, qu'à l'instar du P. alpinus, du Cénomanien inférieur, elle n'a que deux côtes intermédiaires aux côtes principales de la grande valve. Elle diffère naturellement de ce P. alpinus par plusieurs caractères importants. L'autre espèce, que j'ai dédiée à Dixon, du banc calcaire elle aussi, serait tout à fait un P. striatocostatus ou substriatocostatus, si ses côtes principales n'étaient pas nettement bifides. La troisième enfin, du même niveau, ressemble à s'y méprendre au P. aequicostatus, du Cénomanien inférieur, mais en y regardant de plus près, l'on s'aperçoit qu'elle a des côtes principales moins distinctes. J'ai donc pu lui donner un nom, celui de P. subaequicostatus.

[1]) L'on en cite du reste maintenant une espèce caractéristique du Lias des Andes.

A ces Peignes du sous-genre Neithea viennent encore se joindre: le Pecten (Cornelia) Munieri, May-Eym., trouvé en deux exemplaires dans les marnes (I), espèce du grand groupe jurassique et crétacé des P. striato-punctatus, Arzierensis, virgatus, subvirgatus etc., distinguée de ses derniers devanciers par ses côtes divergentes plus fortes et moins nombreuses; et le P. Espaillaci, Orb., assez commun dans le calcaire, Peigne du Campanien et du Mastrichtien dont j'ai cru jadis pouvoir distinguer, sous le nom de P. eocænicus, les trois premiers exemplaires éocènes, mais dont de plus nombreux matériaux démontrent aujourd'hui l'unité spécifique.

Vous savez, Messieurs, que l'on cite depuis longtemps des Irocérames des couches dites de Wang, considérées comme infra-nummulitiques et qui correspondent même, vraisemblablement, du moins en majeure partie, au Londinien d'Appenzell. Vous ne vous étonnerez donc point de voir, de notre Londinien inférieur, des fragments caractéristiques d'une espèce de ce genre[1]). Ces fragments ne sont malheureusement pas déterminables; il est seulement certain, vu leurs petits plis, qu'ils n'appartiennent pas à l'espèce ordinaire de la craie supérieure, l'I. Cripsi[2]).

Voici encore une Arche-Cucullée assez commune dans le calcaire. Elle rappelle par sa taille et sa forme

---

[1]) Je rappellerai, à ce propos, que j'ai décrit dans le Journal de Conchyliologie, 1887, sous le nom d'I. Isseli, un Inocérame très voisin de l'I. labiatus, du Turonien inférieur, mais trouvé par moi dans le Ligurien inférieur, à Gênes même.

[2]) Je me décide à donner un nom, celui d'I. Kaufmanni, à cette espèce, qui paraît encore avoir été de taille médiocre, voûtée et fortement rostrée.

l'A. Royanenis du Danien, mais elle est plus oblique et un peu moins renflée. Je l'ai vouée à mon pauvre ami, le géologue autrichien Théobald Zollikofer.

Que vous dire maintenant de cette grosse Rhynchonelle, mon Rh. Rechsteineri, sinon qu'elle se distingue fort des deux espèces du Garumnien de Spilecco près de Vicence par sa taille et par sa forme globuleuse, tandis qu'elle se rapproche du Rh. Eudesi, du Campanien, tout en étant plus ramassée.

Me voici, Messieurs, arrivé à la dernière de mes présentations et je puis dire en quelque sorte au bouquet du feu-d'artifice, car l'espèce que j'ai encore à vous soumettre n'est rien moins qu'une **Ammonée** tertiaire, un **Baculites** du groupe du B. anceps! Quoique ne consistant qu'en un grand fragment du gros bout, le présent exemplaire, recouvert en partie de la gangue caractéristique, la marne noire (I), se reconnaît à première vue pour un Baculites certain. Or, ses caractères visibles, soit, sa taille un peu faible et ses plis étroits et rapprochés, suffisent pour le distinguer de son devancier du Danien, le B. anceps, comme les fragments de celui-ci que je mets en même temps sous vos yeux en sont la preuve convaincante. La première Scaphite tertiaire, Baculites Heberti, May.-Eym., mérite bien, n'est-ce pas? de porter le nom du géologue qui a le plus contribué à la classification en détail des terrains crétacés supérieurs et nummulitiques inférieurs du nord de notre continent.

Je termine, Messieurs, en invitant quelques-uns de vous à venir après-demain avec moi chercher une Ammonée enroulée dans le Londinien d'Appenzell.

Aliae Ostreae novae quatuor,

a cl. Schweinfurth in agris Aegyptiae nummuliticis inventae,

auctore

C. Mayer-Eymar, Prof.

September 1890.

E serie Ostreae (Alectryoniae) Ioannae*).

Ostrea (Alectryonia) pterygota, May.-Eym.

O. (A.) testa irregulariter triangulari, longiuscula, lubrecta, applanata, crassula, aequivalvi, valde inaequisaterali; latere antico longo, truncato, fere recto, postico obliquo-declivi, leviter concavo, inferne angulato, inferiore oblique dilatato, leviter flexuoso; costis circiter 30, crassulis, subaequalibus, fornicato-triangularibus, ad margines plerumque irregulariter dichotomis, ad umbonem minoribus, densioribus, obliquis crenatisque; umbonibus acutiusculis; cardine triangulari, canali lato, profundo, areis latiusculis, planis; cicatricula musculi magna, semicirculari, leviter obliqua, marginibus antico et inferiori approximata. — Long. 96, lat. 68 millim.

Suessonianum I?: Chani et Naga el Schech, inter Edfu et Esneh. (4) Mus. Berol.

E serie Ostreae (Alectryoniae) Janus.

Ostrea (Alectryonia) janigena, May.-Eym.

O. (A.) testa mediocri, polymorpha, plerumque angusta et leviter arcuata, raro superne latiuscula et inferne dilatata, raro geniculata, tenui; valva inferiore convexa, umbone anguste affixa, costis principalibus circiter 12,

*) Choffat, 1886, Faune crétac. Portugal., p. 34, t. I.

crassulis, triangularibus, subaequalibus, saepe dichotomis, irregulariter nodoso-asperulis; intersticiis latiusculis; costulis postico-medianis circiter 10, persaepe aequalibus, approximatis et transversis; umbone acutulo, plerumque leviter obliquo, raro recurvo; cardine triangulo, canali lato, humili, areis planis; cicatricula musculi superficiali, angusta, valde laterali; valva superiore plana, costis principalibus paulo depressioribus quam in valva inferiore; umbone parvo, interdum recurvo. — Long. 44, lat. 28; in aliis: long. 38, lat. 34 millim.

Suessonianum I?: Chani et Naga el Schech. (5) Mus. Berol.

E serie Ostreae Suessoniensis.

Ostrea Junkeri, May.-Eym.

O. testa subquadrata, recta, subtenui; valva inferiore dorso late affixa, ad umbonem angustata, costis numerosis, ad latera minutis densisque, ad marginem inferiorem crassulis, fornicato-tubulosis, irregularibus, plerumque dichotomis; latere antico longo, paulum arcuato, postico brevi, valde concavo, inferne angulato, inferiore late arcuato; umbone brevissimo, acutulo; cardine latissimo, canali lato, humili, areis latis, planis; cicatricula musculi magna, transversa, marginibus postico et inferiori approximata; marginibus internis superne denticulatis, inferne costato-plicatis; (valva superiore plana, laevigata). — Long. 66, lat. 58 millim.

Suessonianum I?: Chani prope Edfu. (3) Mus. Berol.

Annotationes. 1) Haec Ostrea, magnitudine ac forma O. Caillaudi, e stratis Aegyptiae parisianis, affinis et, opinor, huius matrix, ab ea differt: testa non in-

crassata, ad umbonem non dilatata; costis multo numerosioribus, ad utrumque latus minutis et densis; cardine breviore et latiore; cicatricula musculi transversiore, magis infra collocata, et marginibus intus superne denticulatis, inferne costato-plicatis; quae omnia ad speciem distinguendam interim sufficere mihi videntur.

2) Illam O. Caillaudi, proxime citatam et nuper in hac ephemeride descriptam, ad seriem O. bellovacina loco Suessoniensis pertinere lapsu editum est.

E serie Ostreae Boucheroni.

Ostrea velum, May.-Eym.

O. testa subparva, ovato-triangulari, subrecta, compressa, laevigata, tenuissima, inaequilaterali, antice dilatata, valde arcuata, postice truncata, fere recta; valva inferiore convexiuscula, concentrice irregulariter sulculato-rugulosa; umbone parvo, obliquo, obtuso; cardine lato, canali lato, humili, areis latiusculis, planis; marginibus superne scrobiculatis; valva superiore plana, irregulariter rugulosa; umbone obtuso. — Long. 30, lat. 23 millim.

Suessonianum I?: Chani prope Edfu. (1) Mus. Berol.

Diagnoses specierum novarum

ex agris Helvetiae nummuliticis,

auctore

C. Mayer-Eymar, Prof.

September 1890.

E serie Ostreae (Grypheae) plicifera.

Ostrea (Gryphaea) Deickei, May.-Eym.

O. (Gr.) testa parva, obliqua, valde arcuata, angusta, solidula, plerumque sublaevi; valva inferiore valde convexa,

obtuse carinata, rugis incrementi irregularibus, interdum dorso subnodosis vel spinulosis et, raro antice costis paucis, obscuris vel obtusis, obliquis, notata; umbone valde recurvo, interdum geniculato; latere postico abrupto; valva superiore convexa, obtuse carinata, interdum antice costis obscuris vel obtusis notata; umbone parvo, recurvo. — Long. 25, lat. 11 millim.

Londinianum I.: Regio submontana septemtrionalis montis Faehnern, pagus Abbatiscellensis. (5—4) Mus. Tur.

E serie Ostreae cymbula.

Ostrea clathrata, May.-Eym.

O. testa parva, subovata, obliqua, antice angustata, postice arcuata, tenui; valva inferiore umbone affixa, compressiuscula, costis 12—14, crassulis, distantibus, fornicatis, subaequalibus, plerumque dichotomis, irregulariter sulcato-nodulosis; intersticiis planis, a rugis incrementi plus minusve distantibus et crassis irregulariter decussatis. — Long. 25, lat. 20 millim.

Parisianum I.: Regio submontana occidentalis montis Faehnern. (1) Mus. Tur.

E serie Pectinis (Neitheae) jacobaeus.

Pecten (Neithea) Frühi, May.-Eym.

P. (N.) testa subrotunda, valde inaequivalvi, aequilaterali; valva superiore plano-convexa, costis circiter 12, validis, planis, obtuse angulatis, plerumque leviter flexuosis, versus margines dilatatis depressisque, longitudinaliter inaequiradiatis; intersticiis costis dimidio angustioribus, plano-concavis, longitudinaliter obscure striatis, sicut costae striis incrementi crassulis decussatis. — Long. et lat. circiter 70 millim.

Parisianum I.: Regio ad orientem fori Wildhaus spectans. Pagus S. Gallensis. (1) Mus. Tur.

Annotationes. 1) Praesentia huius Neithearum typi in stratis parisianis non admiranda est, quod meus P. (N.) goniopleura (Frauscher, Das Untereocaen der Nordalpen I, p. 75, t. 5, f. 12), e stratis londinianis superioribus montis Faehnern, adhuc initium ipsum seriei constituendus esse videtur.

2) Hanc speciem delectantem, a cl. Früh, professore scolae superioris pagi Abbatiscellensis, rhodi exteriores, eodemque geologo excellenti, inventam, donatori benevolo dedico.

E serie Baculitis anceps.

Baculites Heberti, May.-Eym.

B. testa minore, recta, elongata, sensim increscente, diametro subovata, id est dorso subacuta, ventre crassiore, obtusa; rugis ad ventrum acutulis, rectis, satis approximatis, dorsum versus attenuatis, valde obliquis. — Long. circ. 120, alt. 10 millim.

Londinianum I: Regio submontana septemtrionalis montis Faehnern (1) Mus. Tur.

Annotatio. Hic Baculites, mirabile visu, eocaenicus, atque adeo e stratis nullo modo infimis, a speciebus ejusdem typi paucis differt testa minore et, certe, rugis minoribus ac densioribus.

Das Phosphoritlager von Steinbach
und
allgemeine Gesichtspunkte über Phosphorite.

Von
Theodor Delmar.

Lagerungsverhältnisse und Vorkommen.

Das Gebiet Steinbach, Euthal und Umgebung (Canton Schwyz), auf welches ich, um den Phosphorit in seiner ganzen Verbreitung constatiren zu können, meine Untersuchungen ausdehnte, gehört ganz der Eocänformation an.

Von Norden durch das Sihlthal kommend überschreitet man die Grenze zwischen der untern Süsswassermolasse und den Eocänbildungen bei Kalch; man gewahrt hier sofort die verschiedenen geologischen Formationen auch im landschaftlichen Bilde ausgeprägt: dort sanft wellenförmige Conturen, hier hingegen fast senkrechte, hohe Wände, Abstürze quer zur Streichungsrichtung.

Den grössten Theil der Wände bilden Nummulitenkalkriffe von bedeutender Mächtigkeit, sie stehen auf einem flach geböschten Terrain, das wohl zumeist aus den abgelagerten Verwitterungsproducten besteht; auch jetzt ist die Oberfläche dicht mit Gesteinstrümmern besäet.

Für eine eingehende Untersuchung der Lagerungsverhältnisse sind die Aufschlüsse zu mangelhaft, gut aufgeschlossen ist überhaupt nur der Nummulitenkalk, während die andern hier vorkommenden Gesteine, wie Flyschsandstein, Mergel, »Wuhrstein«, Foraminiferen-

schiefer, nur an wenigen Orten als bestimmt anstehendes Gestein constatirt und untersucht werden können.

Das ist auch der Grund dafür, warum bis jetzt die Frage, ob die verschiedenen hier gefundenen, sonst nirgends ähnlich stark ausgebildeten Schichten des Parisian wirklich eine ungestörte Lagerung oder aber nur eine durch Biegung verursachte Wiederholung einer Schichtfolge seien, nicht definitiv beantwortet werden kann. Nach Professor Mayer-Eymar's Untersuchungen[1]) scheint es am wahrscheinlichsten, dass es eine vielmalige Wiederholung der Schichten ist, also eine doppelte Falte darstellt, deren Scheitel abgewittert, so dass nur mehr die 4 Schenkel vorhanden sind. Ich unterlasse es, auf die Frage der allgemeinen Structur des Profils hier näher einzutreten; mit absoluter Sicherheit lässt sich hierüber wegen mangelhafter Aufschlüsse nichts sagen, und die verschiedenen Möglichkeiten zu erörtern, fällt ausserhalb des Rahmens dieser Arbeit.

Ich gehe nun zur Besprechung des Phosphoritvorkommens selbst über; dasselbe gehört nach den Untersuchungen Mayer-Eymar's[2]) dem mittleren Grobkalk (Parisian I^d) an. Die zwei am weitesten von einander entfernten Punkte, an welchen ich das Phosphoritflötz zu Tage gehen sah, bei Fluhrain und bei Hirzenegg, liegen in einem Abstande von ungefähr 4 km Luftlinie; auch die Höhendifferenz dieser beiden Fundorte ist eine ziemlich bedeutende, indem Fluhrain 890 m ü. M., Hirzenegg 1430 m ü. M. liegt. An zwischenliegenden Punkten

---

[1]) Verhandlungen der schweizerischen naturforschenden Gesellschaft in Einsiedeln in 1868, p. 68.

[2]) Beiträge zur geolog. Karte der Schweiz.

gelang es mir das Flötz noch zu constatiren, rechts von der Sihl bei der Ruhstell 910 m ü. M. und am Sattel 1280 m ü. M. an zwei Stellen. Das Streichen des Flötzes ist Ost-West, mit allgemeinem Einfallen nach Süden, jedoch variirt der Winkel zwischen 10° und 30°, und zwar verflacht sich die Schicht auf der rechten Seite der Sihl gegen die höheren Punkte zu.

Alle die Orte, an denen das Phosphoritflötz zu Tage liegt, befinden sich ungefähr in der Geraden, die Fluhrain mit Hirzenegg verbindet. Dieser verhältnissmässig grossen Ausdehnung in der Streichrichtung gegenüber kann über die Ausdehnung im Fallen wegen mangelhafter Aufschlüsse nichts gesagt werden. Nach dem, was constatirt werden konnte, bildet das Flötz einen Streifen von unbekannter Breite, dessen Continuität durch Erosion auf längere Strecken gestört ist; so z. B. zwischen Fluhrain und Ruhstell durch die Sihl. Ich habe an verschiedenen Orten, die zum Theil ziemlich entfernt vom Flötz, Phosphoritbruchstücke gefunden, so z. B. besonders im Bette eines Wildbachs neben Bruschenegg; in den meisten Fällen gelang es mir jedoch nicht, die Schicht, aus welcher die Stücke stammen können, zu finden; diese Thatsache sprach wohl dafür, dass das Phosphoritflötz stark durch Verwitterung und Erosion gelitten, so dass an vielen Stellen wahrscheinlich nur mehr unbedeutende Reste desselben vorhanden sind. An der Ruhstell lässt es sich ganz genau constatiren, dass der Phosphorit nur noch einen Lappen von sehr begrenzter Ausdehnung bildet, doch kann man die Frage, ob die jetzt noch vorhandenen wenigen Centimeter die ursprüngliche Mächtigkeit der Schicht seien, weder an der Ruhstell, noch an den andern Punkten rechts von der Sihl

mit vollständiger Bestimmtheit beantworten, da hier der Phosphorit entweder unmittelbar die Oberfläche bildet, oder aber nur durch eine dünne Verwitterungs- und Humusschicht bedeckt ist.

In Folge dieses Umstandes kann natürlich auch von der Untersuchung des hangenden Gesteins des Phosphorits rechts von der Sihl nicht die Rede sein. Das Liegende bildet überall Nummulitenkalk (auf Hirzenegg, Sattel, Ruhstell, Fluhrain), den ich, da er überall ganz genau gleich ist, bei der speciellen Besprechung des Fluhrainer Fundortes behandeln werde.

Für meine weitern Untersuchungen war in Folge der vorhin angegebenen Umstände besonders der Fundort Fluhrain von Wichtigkeit. Hier erreicht nämlich das Flötz eine Mächtigkeit von ½ Meter, welche an dieser Stelle unbedingt die ursprüngliche ist.

Am Fluhrain bildet das Hangende des Phosphoritflötzes und zugleich die Oberfläche ein sehr harter mit grünen, in den tiefern Theilen auch mit weissen Körnern durchsäeter, graugrüner, eisenhaltiger Kalkstein, auch »Wuhrstein« genannt; derselbe streicht Ost-West und fällt gegen Süden unter 24° ein. Der Wuhrstein ist durch Verwitterung röthlich gefärbt und prismatisch zerklüftet; er enthält gar keine Fossilien, mit Ausnahme etwa der untersten 10 cm, wo vereinzelte Pecten-Schalen vorkommen. Dieses Gestein eignet sich sehr gut für Bauten und wird namentlich jetzt zu Bauten einer Wildbach-Correction ausgebeutet; hiedurch liegt hier an mehreren Stellen das die Sohle des Kalksteins bildende Phosphoritlager, das auch Steine zu Bauten liefert, bloss.[1])

[1]) Kaufmann, Beiträge zur geol. Karte der Schweiz.

Das Phosphoritflötz, das wie gesagt ½ m Mächtigkeit hat, ist ein dunkel gefärbtes Conglomerat von Petrefacten, welche durch kieseliges und kalkiges Zwischengestein als Bindemittel mit einander verkittet sind; selbst in kleinen Bruchstücken kann man die Petrefacten von dem Zwischengestein unterscheiden, denn diese sind in Folge ihres Gehaltes an organischen Substanzen braunschwarz, während das Zwischengestein weisslich-grau ist. Weitere Unterschiede bestehen darin, dass die Petrefacten härter und spröder sind, ferner höheres specifisches Gewicht haben als das Zwischengestein. Dieses letztere ist oft ganz dicht durchsäet mit weissen Körnchen; mit der Structur derselben werde ich mich noch eingehender befassen, hier sei nur erwähnt, dass es kleine Concretionen, Apatit, Chlorit von einer kalkigen Rinde umgeben, sind.

Das Phosphoritflötz enthält eine ungemein grosse Menge von Versteinerungen; die am häufigsten vorkommenden sind[1]): Ceratocyathus cornutus, Haime; Pecten Parisiensis, Orb.; Natica Hantoniensis, Pilk.; Fusus rugosus, Lam.; Triton subspinosum, May-Eym.; Cassidaria diadema, Desh., und gegen die Sohle zu zeigen sich auch Foraminiferen in grosser Zahl.

Das Liegende des Phosphoritflötzes bildet Nummulitenkalk, doch ist die Grenze zwischen beiden keine scharfe, indem z. B. viele Nummuliten theilweise in der Phosphoritschicht, theilweise im Nummulitenkalk liegen.[2]) Der Nummulitenkalk ist ganz voll von kleinen und mittelgrossen Orbitoiden und Nummuliten, welche an der Oberfläche des Gesteins sehr schön ausgewittert sind. Die

---

[1]) Mayer-Eymar, Beiträge zur geol. Karte der Schweiz.
[2]) Kaufmann, Beiträge zur geol. Karte der Schweiz.

Schicht ist am Fluhrain bis auf den Thalboden herab durch die Sihl quer durchschnitten, sie hat hier eine Mächtigkeit von etwa 7 m; man kann dieselbe von der Seite nicht verfolgen, weil sie als sehr steile Wand gegen das Sihlthal abstürzt; doch ist sie hier, sowie in der Umgebung leicht von weitem von den andern hier vorkommenden Gesteinen zu unterscheiden durch ihre helle, gelblich weisse Färbung.

Ich will noch einige Worte über die technische Verwendbarkeit dieses Vorkommens, verglichen mit andern Phosphoriten, sagen.

Das Flötz von Steinbach hat eine maximale Mächtigkeit von 50 cm; der Gehalt an Phosphorsäure schwankt ziemlich stark, indem, wie die Bauschanalyse ergab, der obere Theil 8,9 % P_2O_5, der untere 5,8 % P_2O_5 enthält. In den Ardennen werden bei Grandprés und Saulces-Monclin Phosphoritknollenschichten ausgebeutet, die sogar nur 10 cm Mächtigkeit haben, aber die Knollen enthalten hier 14—20 % P_2O_5 [1]); trotzdem würde dieses Lager auch nicht ausgebeutet werden, wenn nicht günstige Nebenumstände, wie geringer Abraum, leichte Förderung, Nähe von grossen Lagern, vorhanden wären. In Steinbach sind die Nebenumstände sehr ungünstig, der Transport des gewonnenen Materials wäre zwar leicht, indem die Strasse unmittelbar neben dem mächtigsten Theil des Flötzes, an dem Fluhrain, vorbeigeht; aber die 1 m mächtige sehr harte Wuhrsteinschicht, welche entfernt werden müsste, ferner die ungemein hohe Härte und Consistenz des Phosphorits, in deren Folge nur eine Gewinnung durch Sprengarbeit möglich wäre; dies im Verein

[1]) P. Orly, Phosphates de chaux.

mit dem niedrigen Phosphorsäuregehalt und geringer Mächtigkeit des Flötzes sind Factoren, welche eine rentable technische Ausbeutung unmöglich machen.

Mikroskopische Untersuchung der Structur.

Ich gehe nun über zu einer kurzen Schilderung der Rolle, die die verschiedenen Gemengtheile im Aufbau des Gesteines haben. Als Gemengtheile fand ich durch die mikroskopische und mikrochemische Untersuchung organische Substanz, Apatit, Chlorit, Limonit, Magnetit und kohlensauren Kalk.

In allen Dünnschliffen zeigte sich sehr schön die Mörtelstructur, mit den Erscheinungen der sphärischen Aggregatpolarisation. Die Grundmasse bildet überall der kohlensaure Kalk; sehr häufig kommen eingelagert vor kleine Concretionen von max. 1 mm Durchmesser, die schon bei oberflächlicher makroskopischer Betrachtung des Gesteinstückes als weisse Körner auffallen. Dieselben haben alle ovale bis elliptische Form und bestehen aus einem Kern und einer calcitischen Rinde. Den Kern bilden meistens Chlorit oder Apatitkörner; dieselben haben alle eine unregelmässige Begrenzung, die concentrische Kalkschale schmiegt sich ganz genau an den Kern an. Die Schale besteht immer aus vielen kleinen Theilchen, deren Trennungslinien ziemlich radial verlaufen.

Wenn wir hier Concretionen und Grundmasse unterschieden haben, können wir andererseits die zum grossen Theil mit organischer Substanz gefüllten Petrefacten von der ganz anorganischen Grundmasse, zu der wir nun die

vorher als Grundmasse und Einlagerung unterschiedenen Theile zählen, unterscheiden.

Die organische Masse ist immer auf die Reste der früheren Organismen beschränkt; sie kommt nie in der Grundmasse vor, dies ist ein Umstand, der von Bedeutung für die Erklärung der Bildung ist, und den ich desshalb hier besonders hervorheben will. Doch nicht allein organische Substanz füllt den ganzen Raum innerhalb der Petrefacten aus, es sind sehr zahlreich eingelagert: mikroskopische Apatitkörnchen, verschiedene Eisenverbindungen, speciell Chlorit; besonders die Nummulitenschalen des untersten Horizontes sind zum Theil ganz mit chloritischer Masse ausgefüllt. Die Structur der Fossilien ist in den meisten Fällen sehr deutlich erkennbar, auffallend ist jedoch die Thatsache, dass überall nur Calcit, nirgends Aragonit zu finden war.

Ich habe die Dünnschliffe des Steinbachphosphorit mit denjenigen eines Phosphorits von Oberried (Rheinthal) stammend, aus dem Gault, verglichen; dieselben haben ganz verschiedene Structur. Bei dem Phosphorit von Oberried ist keine Unterscheidung von Grundmasse und Einlagerungen möglich, das Ganze ist ein Aggregat von unregelmässigen Apatit-, Calcit-, Glaukonit-, Magnetitkörnern.

Nachdem ich nun die allgemeinen Structurverhältnisse geschildert habe, gehe ich zur Untersuchung der Frage über: ändert sich dieselbe, und wie ändert sie sich an den verschiedenen Punkten?

Um diese Frage eingehend untersuchen zu können, wurden die Gesteinstücke für die Dünnschliffe verschiedenen Orten sowohl nach Tiefe als horizontaler Verbreitung entnommen.

Das Resultat war, dass sich die Structur nicht ändert, wenn man Stücke von verschiedenen Fundstellen aber aus demselben Niveau untersucht; die Structur ist in demselben Horizont überall gleich.

Anders verhält es sich, wenn man Schliffe des Gesteins von ein und demselben Fundort, aber aus verschiedenen Tiefen vergleicht. Die Gemengtheile sind auch hier qualitativ überall dieselben, aber das Mengenverhältniss, in welchem sie auftreten, ändert, und hiedurch ändert sich das ganze structurelle Bild; es zeigt sich ganz deutlich, dass die Phosphorsäure von oben im Gestein vordrang und die Kohlensäure theilweise verdrängt hat.

Wenn wir einen Schliff aus dem untersten Niveau untersuchen, so sehen wir, dass hier der weitaus vorherrschende Gemengtheil kohlensaurer Kalk ist, wenn wir hingegen einen Schliff aus dem obersten Horizont betrachten, bemerken wir, dass hier der kohlensaure Kalk stark durch phosphorsauren Kalk zurückgedrängt ist, obzwar noch immer eine ziemlich bedeutende Menge des ersteren vorhanden bleibt. In Schliffen aus Stücken, die zwischen diesen zwei äussersten Theilen, dem obersten und untersten Niveau liegen, sieht man sehr schön die Uebergangsstadien.

Chemische Untersuchung.

Um über die chemische Zusammensetzung des Phosphorits von Steinbach ein allgemeines Bild zu erhalten, kam es vor allen Dingen auf eine gute Durchschnittsprobe an; diese konnte ich nun in ausgezeichneter Weise bekommen, indem ich zu den Bauschanalysen das Pulver der verchiedenen Sprengbohrlöcher, die nothwendig ge-

wesen, um das Flötz zu durchqueren und aus verschiedenen Horizonten Handstücke zu erhalten, verwenden konnte.

Das Pulver der verschiedenen Bohrlöcher wurde fein zerkleinert, gut durcheinander gemischt und je etwa 1 Gr. Substanz zu den Aufschliessungen verwandt. Das Resultat der qualitativen Analyse war, dass das Gestein folgende Gemengtheile enthält:

CaO, Al_2O_3, FeO, Fe_2O_3, MgO, Na_2O, K_2O, lösliche und unlösliche Kieselsäure, Phosphorsäure, Kohlensäure, Chlor, Fluor und organische Substanz.

Die qualitativen Analysen aus Handstücken der verschiedenen Fundorte ergaben alle dieselben Gemengtheile, die schon durch die Analyse des Materials der Bohrlöcher nachgewiesen waren.

Den wichtigsten Theil der quantitativen Untersuchung bildete mit Rücksicht auf die technische Verwendbarkeit und die später zu erörternde Frage der Bildung des Phosphoritflötzes die Art des Vorkommens der Phosphorsäure; um hiefür Anhaltspunkte zu erhalten, war es nothwendig, eine grössere Anzahl von Bestimmungen auszuführen.

Der Gehalt an Phosphorsäure wurde folgendermassen ermittelt: 10 Gramm der feingepulverten Substanz wurden durch halbstündiges Kochen mit Salpetersäure aufgeschlossen, nach dem Erkalten filtrirt, auf 500 cm^3 aufgefüllt, 50 cm^3 Lösung (50 cm^3 entspricht 1 Gr. Substanz, wodurch die Rechnung der Analyse sehr einfach wird) abpipettirt, durch Ammoniak mit Methylorange als Indicator neutralisirt und die mit Ammonnitrat und Leim versetzte Lösung nach Dr. Grethe's Ammonmolybdatmethode titrirt. Diese Methode gestattet ein rasches und sehr genaues Arbeiten, wie ich dies durch jeweilige

Vergleichung mit den Resultaten der durch Fällung mit Magnesiamixtur erhaltenen Controlbestimmungen constatiren konnte.

Von grossem Interesse war es, über das Vorkommen der Phosphorsäure nicht nur im Phosphoritflötz, sondern auch in dessen Liegendem, dem Nummulitenkalk, und im Hangenden, dem Wuhrstein, orientirt zu sein: zu diesem Behufe ausgeführte Bestimmungen ergaben, dass das Liegende nur Spuren, das Hangende hingegen 2—3,3 % P_2O_5 enthält; und zwar ist hier ihr Vorkommen ein allgemeines, nicht nur auf die untere Schichtgrenze beschränktes; ich will ferner noch besonders das Untersuchungsresultat hervorheben, dass im Wuhrstein die gesammte Phosphorsäure in Form von in Wasser unlöslichen Phosphaten vorhanden ist, während, wie wir später sehen werden, der Phosphorit noch wasserlösliche Phosphate enthält.

Ich gehe nun zur speciellen quantitativen Untersuchung des Phosphorits über. Um zuerst den Durchschnittsgehalt an Phosphorsäure zu bekommen, benutzte ich zu den Bestimmungen das Pulver aus Bohrlöchern, die, wie bereits erwähnt, zur Sprengung der Handstücke nothwendig gewesen. Am Fluhrain waren 2 Bohrlöcher zur Durchquerung des Flötzes nothwendig. Bohrloch I ging von der Oberfläche bis 25 cm Tiefe, Bohrloch II von 25 cm Tiefe bis zur Sohle (50 cm).

Die Analysen ergaben:

Bohrloch I 8,9 % P_2O_5
Bohrloch II 5,8 % P_2O_5

Die auffallende Abnahme des Phosphorsäuregehaltes gegen die Tiefe zu veranlasste mich, diese Frage eingehend in den einzelnen Handstücken aus dem obern,

mittlern und untern Horizont des Flötzes zu studiren; es wurden jeweilen dreierlei Bestimmungen ausgeführt:
1. der Phosphorsäuregehalt des Gesteins im Ganzen,
2. » » » » der Petrefacten für sich,
3. » » » » des Zwischengesteins für sich.

Die Resultate der Analysen der Handstücke vom Fluhrain waren folgende:

P_2O_5-Gehalt in %.

Niveau	Gestein		Petrefacten		Zwischengestein	
Oberer Theil	9,23	9,81	18,68	17,35	3,89	3,49
Mittlerer Theil	7,85	7,04	12,95	13,30	2,87	2,87
Unterer Theil	4,15	4,82	7,53	7,90	1,52	1,38

Aus diesen Zahlen ist ersichtlich:

1. dass der Phosphorsäuregehalt gegen die Tiefe zu abnimmt,

2. dass die Petrefacten durchschnittlich 4,9 mal so reich sind an Phosphorsäure als das Zwischengestein; dies sind zwei Thatsachen, die von grosser Bedeutung für die Frage der Entstehung des Phosphorits sind.

Ob die Abnahme gegen die Tiefe zu auch an den andern Fundstellen stattfindet, war wegen der dort zu geringen Mächtigkeit des Flötzes nicht möglich zu untersuchen, hingegen den bedeutend grösseren Reichthum der Petrefacten an Phosphorsäure, gegenüber dem Zwischengestein, fand ich überall.

P_2O_5-Gehalt in %.

Fundort	Gestein		Petrefacten		Zwischengestein	
Ruhstell	7,39	8,05	12,65	12,91	2,54	2,57
Sattel	8,34	8,17	11,92	11,78	3,27	2,96
Hirzenegg	8,15	8,01	12,20	12,43	3,08	3,21

Aus denselben Handstücken, aus denen ich den Phosphorsäuregehalt bestimmte, bestimmte ich jeweilen auch die Kohlensäure gewichtsanalystisch nach der Bunsen'schen Methode.

CO_2-Gehalt in %.

Fundort		Gestein		Petrefacten		Zwischengestein	
Fluhrain	Oberer Theil	14,66	13,43	4,32	4,20	19,92	21,43
	Mittl. Theil	14,88	16,71	9,24	9,55	18,59	20,92
	Unterer Theil	17,10	16,64	14,68	15,03	20,84	20,13
Ruhstell	Oberfläche	16,38	15,52	10,51	10,44	21,26	20,56
Sattel	Oberfläche	13,94	14,47	10,79	10,35	18,84	19,79
Hirzenegg	Oberfläche	14,50	14,42	10,25	10,83	19,85	20,46

Wenn man aus den verschiedenen Tabellen die entsprechenden Gehalte an Phosphorsäure und Kohlensäure vergleicht, dann sieht man, dass immer, je mehr von einer Säure vorhanden, um so weniger von der andern da ist; dies bekräftigte meine per analogiam gemachte Folgerung, dass das Phosphoritflötz keine primäre Bildung, sondern ein Umwandlungsproduct sei, in welchem die Phosphorsäure als stärkere Säure die Kohlensäure verdrängt hat; den Beweis dafür, dass dieser Process wirklich stattgefunden hat, und wie wir uns die Umwandlung vorzustellen haben, das werde ich in dem Abschnitt über die Entstehung des Phosphorits behandeln. Hier will ich nur noch auf das Resultat hinweisen, dass aus beiliegender auf Grund meiner Untersuchungen zusammengestellten Tabellen ersichtlich ist, dass die Summe des Gehalts von an Kohlensäure gebundenem RO + der an Phosphorsäure gebundenen RO constant bleibt.

Fundort		Material	P_2C_5 in %	CO_2 in %	An P_2O_5 als $(CaO)_3P_2O_5$ gebund. CaO in %	An CO_2 als Ca O. CO_2 gebund. Ca O in %	Σ Ca O in %
Fluhrain	Oberer Theil	Gestein	9,23 9,81	14,66 13,43	10,89 11,58	18,62 17,06	29,51 28,64
		Petrefacten	18,68 17,35	4,32 4,20	22,04 20,47	5,49 5,33	27,53 28,80
		Zwischengestein	3,89 3,49	19,92 21,43	4,59 4,12	25,30 27,23	29,89 31,35
	Mittlerer Theil	Gestein	7,85 7,04	14,88 16,71	9,25 8,31	18,90 21,22	28,15 29,53
		Petrefacten	12,95 13,30	9,24 9,55	15,28 15,69	11,73 12,13	27,01 27,82
		Zwischengestein	2,87 2,35	18,59 20,92	3,39 2,77	23,61 26,57	27,00 29,34
	Unterer Theil	Gestein	4,15 4,82	17,10 16,64	4,90 5,69	21,72 21,15	26,62 26,84
		Petrefacten	7,53 7,90	14,68 15,03	8,88 9,32	18,64 19,09	27,52 28,41
		Zwischengestein	1,52 1,38	20,84 20,13	1,79 1,63	26,47 25,56	28,26 27,19
Ruhstell	Oberfläche	Gestein	7,39 8,05	16,38 15,52	8,72 8,32	20,80 19,71	29,52 28,03
		Petrefacten	12,68 12,91	10,51 10,44	14,96 15,24	13,35 13,26	28,31 28,50
		Zwischengestein	2,54 2,57	21,26 20,56	3,00 3,03	27,00 26,11	30,00 29,14
Sattel	Oberfläche	Gestein	8,34 8,17	13,94 14,47	9,84 9,64	17,70 18,38	27,54 28,02
		Petrefacten	11,92 11,78	10,79 10,35	14,07 13,98	13,70 13,15	27,77 27,13
		Zwischengestein	3,27 2,96	18,84 19,79	3,86 3,49	23,93 25,13	27,79 28,62
Hirzenegg	Oberfläche	Gestein	8,15 8,01	14,50 14,42	9,62 9,45	18,42 18,31	28,04 27,76
		Petrefacten	12,20 12,43	10,25 10,83	14,40 14,67	13,01 13,75	27,41 28,42
		Zwischengestein	3,08 3,21	19,85 20,46	3,63 3,79	25,21 25,98	28,84 29,77

Zur Uebersichtlichkeit sind hier einige Phosphorsäure- und Kohlensäuregehalte und die an dieselben gebundenen Basenmengen neben einander gestellt. Die Tabelle ist so gerechnet, als ob die ganzen Säuren nur an CaO gebunden wären; dies glaubte ich thun zu dürfen, weil, wie die quantitative Bauschanalyse ergab, die andern Basen im Verhältniss zu CaO nur in geringen Mengen vorhanden sind, und überdies kann bei einem Gestein wie dieser Phosphorit, bei dem das quantitative Vorkommen der Gemengtheile so wechselnd ist, ohnedies nur von angenäherten Vergleichungsresultaten die Rede sein.

Eine ungemein grosse Schwierigkeit bot bei den Analysen der Petrefacten und des Zwischengesteins die Isolirung derselben aus dem Gestein; trotz der angewandten Sorgfalt gelang dies manchmal nicht vollständig, die Abweichungen mögen zum Theil hiedurch erklärt werden, zum Theil auch durch die vielen die Umsetzung begleitenden störenden Umstände.

Aus der Tabelle geht wie bereits erwähnt hervor, dass der Calciumgehalt des Gesteins überall unverändert geblieben ist, also

Σ (CaO an CO_2 gebunden + CaO an P_2O_5 gebunden) = constant = 28,08.

Es schien mir von Interesse und Wichtigkeit für die Untersuchung, einerseits die Wirkung von gleichen Phosphatlösungen auf verschiedene Carbonate, anderseits die Wirkung von Phosphatlösungen verschiedener Concentration auf dasselbe Carbonat experimentell zu studiren.

Ich ging bei der Auswahl der Carbonate für die Untersuchung darauf aus, möglichst wichtige Typen zu wählen, d. h. solche, dass aus den Resultaten der Versuche auf die allgemeinen, in der Natur vorkommenden

Verhältnisse gefolgert werden könne. Ich wählte faserigen Aragonit, körnigen Dolomit, geschlemmte Kreide; dieselben wurden mit zweipercentiger Dinatriumphosphatlösung während 2 Monaten bei Zimmertemperatur in Berührung gelassen, die Substanzen alsdann fein gepulvert und so lange gewaschen, bis sie keine Phosphorsäurereaction mehr im Waschwasser ergaben, dann in Salpetersäure gelöst, und der Phosphorsäuregehalt bestimmt. Das Resultat der Analysen war:

im Aragonit (2 Monate in 2 percentiger Lösung gelegen)
0,15 % P_2O_5
dem entspricht 0,17 $(CaO)_3$ P_2O_5
in Dolomit (2 Monate in 2 percentiger Lösung gelegen)
Spuren P_2O_5
in Kreide (2 Monate in 2 percentiger Lösung gelegen)
0,65 % P_2O_5
dem entspricht 0,77 % $(CaO)_3$ P_2O_5
in Kreide (2 Monate in 12 percentiger Lösung gelegen)
1,92 % P_2O_5
dem entspricht 2,26 % $(CaO)_3$ P_2O_5

Wir sehen, dass die Einwirkung der Lösung selbstverständlich nicht genau proportional der Concentration ist, indem die zwölfpercentige Lösung, die sechsmal concentrirter war, nur eine ungefähr dreimal so starke umsetzende Wirkung hatte als die zweipercentige, allein dass eben doch die Einwirkung mit der Concentration sehr wesentlich zunimmt. In der Natur wird wohl die Concentration der einwirkenden Lösung durch die Dauer der Einwirkung ersetzt werden können.

An dieser Stelle will ich noch hinweisen auf die verschieden starke Umsetzung, die bei den verschiedenen Materialien des Versuchs eintrat; ich hebe diese That-

sache besonders hervor, weil sie Anhaltspunkte für die Erklärung gewisser Erscheinungen der Phosphorbildung giebt.

Die Dinatriumphosphatlösungen, die auf die Carbonate eingewirkt hatten, untersuchte ich und gelangte hiebei ungefähr zu denselben Resultaten wie Schwackhöfer[1]). Die Lösung trübt sich nach kurzem Erwärmen und es entsteht alsbald ein weisser Niederschlag. Nachdem sich derselbe gut abgesetzt, pipettirte ich die Lösung ab und untersuchte Niederschlag und Lösung getrennt.

Die klare Lösung kochte ich andauernd, um mich davon zu überzeugen, ob die Ausfällung beendet, und als keine Trübung mehr eintrat, versetzte ich sie mit etwas Salzsäure, worauf sich eine Entwickelung von Kohlensäurebläschen zeigte. Welche Carbonate konnten da in Lösung sein? Calciumcarbonat konnte es nicht mehr sein, denn solches hätte beim Kochen sich zersetzen und als einfaches Carbonat ausfallen müssen; thatsächlich ergab auch eine minutiöse qualitative Prüfung mit Ammonoxalat auf Kalk ein negatives Resultat. Es konnte also nur Natriumcarbonat gelöst gewesen sein; wie sich dasselbe gebildet hat, werden wir später sehen.

Den beim Kochen ausgeschiedenen Rückstand untersuchte ich ebenfalls. Ich wusch denselben durch Umschütteln so lang, bis das Waschwasser keine Reaction auf Phosphorsäure mehr gab, alsdann löste ich den Niederschlag in Salpetersäure, worauf eine schwache Entwickelung von Kohlensäurebläschen eintrat, herrührend von Calciumcarbonat, das aus Zersetzung durch Kochen des in der Lösung vorhandenen Bicarbonats sich gebildet

[1]) Schwackhöfer, Jahrbuch der k. k. geol. Reichsanstalt Bd. XXI, p. 211.

hat. Die Salpetersäurelösung gab eine ziemlich starke Reaction auf Phosphorsäure; dieselbe war in dem als in Wasser unlöslich ausgefallenen dreibasischen Phosphat, das in der Lösung ursprünglich als saueres Phosphat vorhanden gewesen und sich beim Kochen, unter Einwirkung auf das Calciumcarbonat, in unlösliches Phosphat verwandelt hat und ausgefallen ist.

Die bei dem beschriebenen Process stattfindende Umsetzung geschieht, wie aus dem beschriebenen Versuch hervorgeht, wahrscheinlich nach folgenden Gleichungen:

$$HNa_2PO_4 + CaCO_3 = CaHPO_4 + Na_2CO_3$$

$$2\,CaHPO_4 + CaCO_3 = (CaO)_3\,P_2O_5 + CO_2 + H_2O.$$

Das Endergebniss dieser Untersuchungen kann folgendermassen zusammengefasst werden:

Bei Einwirkung von Natriumphosphat auf Calciumcarbonate findet indirecte Umsetzung statt, wobei sich als Zwischenproduct saueres Calciumphosphat, als Endproducte dreibasisches Calciumphosphat, Calciumbicarbonat und Natriumcarbonat bilden.

Entstehung des Phosphorits und allgemeine Gesichtspunkte.

Die fossil erhaltene Fauna des Phosphorits zeigt, dass hier eine ungemein grosse Menge von Gastropoden und Korallen gelebt haben. Die hauptsächlich verbreiteten Korallen sind die Ceratocyathen, die nach den Angaben von Moseley[1]) in einer Tiefe von 50 Faden leben. Die Ceratocyathen sind Tiefseekorallen und treten im eigentlichen Sinne des Wortes nicht Riffe bauend auf, doch haben wir im Phosphoritflötz von Steinbach eine so massen-

[1]) Challenger Expedition, Zoology, Bd. II, S. 133.

hafte Anhäufung derselben, dass ich in diesem Sinne glaube von einer Gastroproden- und Korallenbank reden zu dürfen.

Auf die Bildungsweise solcher Bänke will ich hier nicht eintreten, ich möchte nur Eines, als für die Erklärung gewisser Bildungsvorgänge wichtig, hervorheben. Unter der Einwirkung des Meeres wird der aus den Schalen abgestorbener Thiere bestehende Theil der Bank allmählich umgewandelt. Durch die Brandung werden, besonders in den äussersten Partien der Bank, die Schalen abgebrochen, theils mechanisch, theils chemisch zerstört, zerrieben, gelöst. Ein Theil wird vom Meer nebst andern Bestandtheilen wieder theils mechanisch, theils chemisch abgelagert, doch wird jetzt der gelöste Aragonit der Schalen, wie jedes im Meer gelöste Calciumcarbonat als Calcit ausgeschieden und bildet nebst andern Gemengtheilen das Zwischengestein; so sind auch die weissen Körner im Zwischengestein entstanden, sie sind Concretionen, indem an vorher durch das Meer abgelagerten Stoffen sich eine concentrische Schale von Calcit ansetzte.

Eine solche Bank wie z. B. die von Steinbach enthält auf diese Art beide Calciumcarbonate, den Aragonit in den Schalen gewisser Thiere und den Calcit durch Wiederabsatz von Gelöstem im Zwischengestein. So muss auch das jetzige Phosphoritflötz einst Calcit und Aragonit enthalten haben; bei der mikroskopischen Untersuchung konnte ich jedoch keinen Aragonit finden, derselbe muss sich also, da er doch unbedingt z. B. in den Korallen vorhanden gewesen, umgesetzt haben.

Der Gedanke lag nahe die Bildung des Phosphorits entsprechend denjenigen Vorkommen zu deuten, deren Entstehung wir jetzt noch direct, z. B. im stillen Ocean

auf Baker's, Howland's, Jarri's Island beobachten können. Durch relative Niveauschwankungen, sei es durch Senkung des Meeresniveaus, sei es durch Hebung des Untergrundes, tauchen Korallenbänke über den Meeresspiegel empor; dieselben werden oft durch grosse Mengen von Vögeln bewohnt, so dass die ganze Oberfläche mit Excrementen und Leichen der Thiere bedeckt ist. Oder man kann an den Fall denken, dass, wie es an den Küsten von Aden und Perim im October und November geschieht, das Meer ungeheure Massen todter Fische ans Ufer wirft[1]), durch deren Verwesung phosphorsaure Salze frei werden, welche, durch das Regenwasser gelöst, in die darunter befindlichen Schichten infiltriren und den kohlensaueren Kalk derselben in phosphorsaueren verwandeln. So plausibel diese Erklärung auch für den vorliegenden Fall des Steinbacher Phosphorits erscheint, haben doch meine Untersuchungen gezeigt, dass hier die Phosphorsäure nicht direct aus einer organischen Schicht stammt.

Welches ist der Ursprung der Phosphorsäure? Sie ist hier nicht auf primärer Lagerstätte, d. h. konnte nicht aus den Organismen, die hier gelebt haben, stammen, denn dieselben enthalten davon in lebendem Zustand nur minimale Mengen, z. B. nach C. Schmidt die Anodonta 0,55 %, nach C. v. Vait die Flussperlmuschel 0,2 % phosphorsaueren Kalk. Ueberdies beweist die Thatsache, dass der Phosphorsäuregehalt gegen die Tiefe zu abnimmt (die Analyse ergab als Durchschnitt:

für den obern Theil 8,9 % P_2O_5

für den untern Theil 5,4 % P_2O_5),

dass die Phosphorsäure von oben infiltrirt sein muss.

---

[1]) Gosselet, Phosphates de chaux.

Die Abnahme des Phosphorsäuregehaltes mit zunehmender Tiefe würde auch dann vorhanden sein, wenn dieselbe aus einem unmittelbar über der Schicht liegenden Guanolager herkäme; dass dies aber in Steinbach nicht der Fall war, geht mit voller Bestimmtheit daraus hervor, dass das Hangende des Phosphorits, der Wuhrstein bis 3,3 % Phosphorsäure enthält, während derselbe, wenn die Guanoschicht unmittelbar über der Korallen- und Gastropodenbank gelegen hätte, schon wenige Centimeter über der Phosphoritschicht keine Phosphorsäure mehr enthalten würde.

Ein weiterer Beweis dafür, dass die Phosphorsäure des Phosphorits nicht in einer unmittelbar denselben überlagernden Schicht ihren Ursprung hat, könnte leicht bei einer oberflächlichen Betrachtung als Beweis für das Gegentheil angesehen werden; es ist dies das verhältnissmässig starke Auftreten organischer Substanzen. Das eingehendere mikroskopische Studium der Art und Weise des Vorkommens derselben zeigt aber, dass mit dem Phosphorit keine organische Schicht in Berührung gestanden haben kann; in den Dünnschliffen sieht man nämlich, wie ich dies schon im Abschnitt über die mikroskopische Untersuchung beschrieben habe, dass die organische Substanz ausschliesslich auf die Petrefacten beschränkt ist, was doch, wenigstens an der Berührungsfläche, nicht der Fall sein würde, denn wenn irgendwohin, so müssten unbedingt hieher mit dem Sickerwasser auch organische Stoffe infiltrirt sein, und da dieselben den gleichen Conservirungsbedingungen unterworfen wären wie die organische Substanz, die in den Fossilien noch erhalten ist, so müsste man unbedingt auch im Zwischengestein organische Reste finden; dass

dieselben gänzlich fehlen, betrachte ich wohl mit Recht auch als Beweis dafür, dass das Phosphoritlager nie mit einer organischen Abfallschicht direct in Berührung gewesen ist.

Da nun die Phosphorsäure, wie wir gesehen, von oben kommend im Phosphorit vordrang, dieselbe aber nicht aus einer unmittelbar darüber liegenden organischen Schicht gekommen sein konnte; da ferner der das Hangende bildende Wuhrstein auch jetzt noch Phosphorsäure enthält, so ist der Beweis dafür geliefert, dass der Phosphorit durch Auslaugung der löslichen Phosphate des Wuhrsteins durch das Sickerwasser und Infiltration derselben in die unmittelbar darunter liegende Bank entstanden ist.

Wenn wir die Frage nach dem Ursprung der Phosphorsäure verfolgen, taucht nothwendigerweise das Problem auf, woher die im Wuhrstein enthalten gewesene Phosphorsäure stamme. Dieselbe ist direct oder indirect organischen Ursprungs; das ist aber das Einzige, was mit Bestimmtheit angegeben werden kann; für nähere Umstände fehlen die Anhaltspunkte. Der Wuhrstein ist in dieser Beziehung schon ganz umgewandelt; er ist nicht mehr, wie er ursprünglich gewesen, und man kann über die ursprüngliche Art und Weise des Vorkommens der Phosphorsäure nichts wissen; hiedurch geht einer der wichtigsten Factoren, die Aufklärung geben könnten, verloren.

Eine wichtige Frage bleibt noch zu beantworten; es ist dies die Frage nach der Ursache der grossen Verschiedenheit im Phosphorsäuregehalt zwischen den Petrefacten und dem Zwischengestein.

Zur Beantwortung dieser Frage geben meine in dem Abschnitt über die chemische Untersuchung beschriebenen

Experimente über die Wirkung von wasserlöslichen Phosphaten auf Carbonate, einige Anhaltspunkte. Das Resultat dieser Versuche war, wenn man die angegebenen Zahlen vergleicht, dass Aragonit viel leichter durch Phosphate eine Umsetzung erleidet als Calcit; eine Thatsache, die man auch bei andern chemischen Einwirkungen constatiren kann.

Ich habe im Anfang dieses Abschnitts gezeigt, dass die Bank, aus der das Phosphoritflötz von Steinbach entstanden, beide Calciumcarbonate enthielt, und zwar den Aragonit in den meisten dort vorkommenden Thierschalen, den Calcit aber im Zwischengestein. Aus dem Vorhergeschickten ergiebt sich die Erklärung der beobachteten Thatsachen folgendermassen; die Schalen, die aus Aragonit bestehen, haben sich unter Einwirkung der Phosphate viel leichter, also auch schneller umgesetzt als das calcitische Zwischengestein, daher ihr grösserer Reichthum an Phosphorsäure.

Gümbel hat Versuche angestellt [1]), um die bei allen chemischen Umsetzungen constatirte Verschiedenheit von Calcit und Aragonit zu untersuchen; er gelangte hiebei zu dem Resultat, dass nicht der Umstand massgebend sei, ob die Masse aus Calcit oder Aragonit besteht, sondern die Structur. Nach Gümbels Resultaten wäre der Grund der Verschiedenheit im Phosphorsäure- resp. Phosphatgehalte zwischen Petrefacten und Zwischengestein in der Structurverschiedenheit beider Theile zu suchen.

Ich will nun den Bildungsgang des Phosphorits von Steinbach, wie sich derselbe aus meinen Untersuchungsresultaten zeigt, mit einigen Worten zusammenfassen.

[1]) Gümbel, Zeitschrift der deutschen geol. Gesellschaft, 1874, p. 386.

In eine Anhäufung von Korallen- und Gastropodenschalen, die durch mechanische und chemische Sedimentation, hauptsächlich durch Calcit mit einander verkittet werden, infiltriren von oben mit dem Sickerwasser aus der darüber liegenden Wuhrsteinschicht Phosphate. Die Folge davon ist eine Anhäufung der Phosphorsäure in den untern, aus verkitteten Schalen bestehenden Bank und schliesslich eine Umsetzung der Carbonate in Phosphate, die allmählich nach unten fortschreitet. Diese Art der Bildung ist der Grund für den höheren Phosphorsäuregehalt in höheren Horizonten gegenüber dem der tiefer gelegenen, wo nicht so viel Phosphorsäure hinkam; der Unterschied im Phosphorsäuregehalt zwischen Petrefacten und Zwischengestein ist durch die leichtere Umsetzbarkeit des Schalen-Aragonits, die schwierigere hingegen des Zwischengestein-Calcites gegeben.

Im Folgenden werde ich versuchen, aus meinen bei den Untersuchungen gewonnenen Resultaten einige allgemeine Gesichtspunkte für Phosphorite abzuleiten.

Man hat die Phosphorite als krystallinische (apatitische) und unkrystallinische unterschieden. Schwackhöfer hat an einem podolischen Knollenphosphoritvorkommen[1]) gezeigt, dass dies nur verschiedene Bildungsstadien sind, wie es durch verschieden stark infiltrirte Phosphoritkugeln desselben Fundortes bewiesen wird. Schwackhöfer sagt hierüber Folgendes: »10 Gewichtstheile kohlensaurer Kalk geben 1 Gewichtstheil Phosphorit (resp. Apatit):

$$10\ CaCO_3 : 3\ (Ca_3 P_2 O_8)\ CaFl_2.$$

Das Atomgewicht des kohlensauren Kalkes ist = 100, folglich 10 Gewichtstheile = 1000; das des Apatits ist

[1]) Schwackhöfer, Jahrbuch der k. k. geol. Reichsanstalt, Bd. XXI, S. 211.

= 1008. Die mittlere Dichte des in der Natur vorkommenden kohlensauren Kalkes ist 2,65, die des Apatits 3,15. Berechnet man aus dem Atomgewicht und der Dichte die Volumina, so gelangt man zu folgenden Zahlen:

$$\frac{1000}{2{,}65} = 377{,}4 \text{ und } \frac{1008}{3{,}15} = 320{,}0.$$

Es verhält sich also das Volumen des kohlensauren Kalkes zu dem des Apatits wie 377,4 : 320,0 oder wie 100 : 84,8, und die nothwendige Folge davon ist eine Contraction. Diese Contraction schreitet mit der Umsetzung gleichmässig fort und wird daher um so grösser sein, je vollständiger die Umsetzung erfolgt ist.« Schwackhöfer führt dann weiter aus, dass mit der Contraction auch nothwendigerweise eine Aenderung im Gefüge verbunden sein muss. Der Verlauf der Bildung ist darnach folgender: Ursprünglich waren homogene Calcitkugeln vorhanden, dieselben werden durch die infiltrirende Phosphorsäure nach und nach umgewandelt, indem sich dementsprechend, von aussen nach innen, concentrische Phosphorsäure enthaltende Kugelschalen bilden; der unveränderte Calcitkern wird immer kleiner, bis er schliesslich, wenn die Kugel vollständig infiltrirt ist, ganz verschwindet.

Parallel mit dieser Umsetzung schreitet nach dem vorher Gesagten nothwendigerweise auch die Contraction und hiedurch die Aenderung im Gefüge gleichmässig fort.

Mit diesen Betrachtungen stimmten die Erscheinungen bei den infiltrirten Kugeln vollständig überein. Bei 20% Phosphorsäuregehalt erschien die ganze Masse fast dicht, mit wachsendem Phosphorsäuregehalt war die Contraction zuerst an dem strahligen Gefüge der äusseren Zonen erkennbar, dieselbe schreitet allmählich in das Innere vor, bis schliesslich die ganze Kugel strahlige Structur an-

genommen. Doch nicht allein durch Auftreten der strahligen Structur offenbart sich die stattgefundene Contraction; bei vollkommen infiltrirten Kugeln entstehen immer auch Risse und Sprünge, welche im Centrum am weitesten sind und gegen den Rand zu allmählich verschwinden. Schwackhöfer hat die Contraction auch experimentell bestimmt und fand bei einer vollkommen infiltrirten Kugel eine Contraction gleich 100 : 86, in Uebereinstimmung mit der theoretisch gerechneten von 100 : 84,8. So lässt sich auf Grund des Beschriebenen das faserige Gefüge des Apatits von Estramadura, des Lahnphosphorits, des Staffelits erklären.

Besonders sind die von Schwackhöfer beschriebenen Erscheinungen vorhanden in den verschiedenen Stadien im Amberger Phosphorit; Voith hat dieselben, jedoch ohne Deutung, beschrieben.[1]) Hier fanden sich faserige phäroidische Concretionen, die auch viel Spaltrisse haben und in Folge ihrer Structur von selbst zerfallen; über denselben, also in Horizonten, wo noch mehr Phosphorsäure hingelangt, in Folge dessen die Umsetzung noch vollständiger, die Contraction und hiemit die Structuränderung noch weiter gegangen ist, sind die Concretionen schon krystallinisch; sie bestehen hier aus mikroskopisch kleinen glänzenden, durchsichtigen, übereinander gehäuften Krystallen.

Die in diesen beiden angegebenen Fällen so schön beobachtbaren Structuränderungen müssen unbedingt bei jeder ähnlichen Umsetzung stattfinden, nur sind sie meistens nicht so prägnant ausgebildet. Wenn statt des Calcits bei Aragonit die Umwandlung stattfindet, wie dies z. B. zum Theil in dem Phosphorit von Steinbach oder

[1]) Voith, Jahrbuch für Mineralogie, 1836, p. 158.

überhaupt in Korallen- etc. Schalen enthaltenden Schichten der Fall ist, dann wird die Contraction a priori schon geringer sein müssen, da der Aragonit selbst schon dichter ist als Calcit, indem das specifische Gewicht des Aragonits im Mittel = 2,9 gegenüber dem des Calcits = 2,65.

Ich glaube aus dem Angegebenen geht unzweideutig hervor, dass eigentlich keine wesentlichen Unterschiede zwischen dem amorphen Phosphorit und dem krystallinischen, dem Apatit (dem Apatit der sedimentären Schichten), bestehen; vielmehr sind es bloss verschiedene Stadien der Entwickelung, indem die stattgefundene Umsetzung ungleich ist.

Ich gehe nun dazu über zu zeigen, dass ebenso die als vereinzelte Knollen und die als Gestein vorkommenden Phosphorite auch denselben Bildungsgang und dieselbe Bildungsursache haben, jedoch verschiedenen Bildungsbedingungen, die die Abweichungen zur Folge haben, unterworfen gewesen sind. Ein sehr interessantes Beispiel ist in dieser Beziehung durch seine Mittelstellung zwischen den andern Vorkommen der Phosphorit von Steinbach.

Dieses Phosphoritlager kann man auch auffassen als Einlagerung phosphorsäurereicherer Körper in phosphorsäureärmerem Gestein; sieht man davon ab, dass diese phosphorsäurereichern Körper Fossilien sind, und betrachtet man sie nur als Einlagerung im Gestein, so hat man, wenn der Phosphorsäuregehalt des Gesteins variirt wird, die beiden extremen Arten des Vorkommens der Phosphorite.

Enthält das Gestein gar keine Phosphorsäure, so haben wir Einlagerung von phosphorsäurehaltigen Körpern in taubem Gestein; das ist die häufigste Art der Phosphoritvorkommen; hierher gehören die Phosphorite von grossen Knollen angefangen bis zum feinen im Gestein vertheilten Staub.

Wenn dagegen das Gestein ebenso viel Phosphorsäure enthalten würde wie die Einlagerung (dies ist nur eine theoretische Betrachtung, denn in diesem Falle würde man natürlich nicht von Einlagerungen und Gestein sprechen), dann haben wir den Phosphorit als gleichmässiges Gestein.

Zwischen diesen beiden extremen Fällen giebt es alle Uebergangsstadien; in der Mitte steht ungefähr das Phosphoritlager von Steinbach; hier enthält das Gestein auch Phosphorsäure, jedoch bedeutend weniger als die Einlagerungen resp. die Petrefacten.

Welches sind nun aber die Bedingungen, unter denen die eine oder die andere Art des Phosphorits sich bildet? Hiefür haben wir Anhaltspunkte im Phosphoritvorkommen von Steinbach. Der verschiedene Phosphorsäuregehalt der Fossilien und des Zwischengesteins hat hier seine Ursache in der verschiedenen Umsetzbarkeit der beiden.

Wenn wir uns nun wieder ein anderes Gestein denken und zwar dem früheren analog ein Gestein, das durch Phosphate gar nicht angegriffen wird, dann haben wir die Phosphoritknollenbildung, natürlich vorausgesetzt, dass zur Zeit, wo die Phosphorsäure infiltrirt, der Umsetzung fähige Kohlensaurekalk-Knollen im Gestein vorhanden sind.

Wenn im Gegensatz hiezu das ganze Gestein als solches gleichmässig in Phosphate verwandelt werden kann, dann entsteht bei Einwirkung von Phosphorsäureverbindungen der Phosphorit als Gestein. Zwischen diesen beiden extremen Fällen steht wieder der Phosphorit von Steinbach in der Mitte, indem hier sowohl das Zwischengestein als die Einlagerungen umsetzbar sind, doch sind sie es in verschiedenem Grade, die Fossilien leichter als das Zwischengestein.

Endlich woher stammt die Phosphorsäure der Phosphorite? Die Phosphorsäure kommt in Form von mikroskopischen Apatitkörperchen in den meisten Gesteinen vor; sie ist in den Massengesteinen sowohl als in den sedimentären Schichten vorhanden; in den sedimentären Gesteinen ist sie, von dem seltenen Falle einer Ueberführung durch Auslaugung aus einem Massengestein abgesehen, organischen Ursprungs, und zwar sowohl zoogen als phytogen.

Durch Auslaugung löslicher Phosphate, Ueberführung derselben und Anhäufung in einem umsetzbaren umgebenden oder unterliegenden Gestein, entstehen die Phosphoritlager; manchmal kann der Ursprung der Phosphorsäure direct nachgewiesen werden, so z. B. ist sie im Sombrerit [1]) zoogen (Guano), im Phosphorit von Pilgramsgreuth [2]) phytogen (Braunkohle).

Die Phosphorite enthalten also die Phosphorsäure nicht auf primärer Lagerstätte, sie sind demzufolge selbst auch nicht primäre Bildungen, sondern Umwandlungsproducte, die sich nach der früher beschriebenen Art und Weise gebildet haben; alle Phosphoritvorkommen vom krystallinischen (apatitischen) bis zum amorphen, vom als vereinzelte Knollen auftretenden bis zum Phosphoritgestein, alle haben dieselben Bildungsursachen und denselben Bildungsgang und sind in Wirklichkeit nichts Anderes als das Product einer und derselben Ursache, aber in verschiedenen Stadien und unter verschiedenen Bedingungen der Bildung.

[1]) Zirkel, Petrographie.

[2]) Voith, Phosphorit von Pilgramsgreuth, Jahrbuch für Mineralogie 1836.

Notizen.

Bibliographische Notizen. — Den früheren drei Serien lasse ich folgende weitere Notizen in gleicher Anordnung folgen:

25. Léon Lecointe, Cours d'algèbre élémentaire. Namur et Bruxelles 1857 in 8. (Polyt.). — „à Monsieur Kappeler, Président de l'ecole polytechnique de Zurich. Hommage. Lecointe. — Cédé à Prof. Stocker.“

Dieses Buch ist nunmehr aus der Bibliothek des sel. Professor Stocker in diejenige des Polytechnikums übergegangen. — Léon Lecointe war zur Zeit, wo er dieses Lehrbuch der Algebra herausgab, „Professeur de mathématiques supérieures à l'Athénée royal de Namur“. Sein Buch trägt das Motto: „Toutes les sciences ont le même principe: L'intelligence.“

26. Chr. Huygens, Traité de la lumière, avec un discours de la cause de la pesanteur. Leide 1690 in 4. (Polyt.) — „Pour Monsieur Fatio de Duillers.“

Da dieses Exemplar bereits in meiner Notiz 311 erwähnt ist, so beschränke ich mich darauf auf jene Notiz zu verweisen.

27. Ozonam (Ozanam), Neue Uebung der Feldmesskunst. Sowol auff dem Papier, als auff dem Feld. In einer neuen Ordnung und besonderen Manier aufgesetzt. Oder: Nouvelle pratique de la géométrie, sur le papier et sur le terrain. Avec un nouvel ordre et une méthode particulière. Bern 1699 in 8. (Polyt.) — „SumAdami Ruttgery 1713. — Heinrich Escher im Steinhof 1887.“

Dieses früher im Besitze von Herrn Stadtgerichtspräsident Heinrich Escher (vgl. Notiz 386) befindliche und von mir bereits vor längerer Zeit (vgl. Notiz 371) besprochene Buch ging nach seinem Tode, auf den von mir ausgesprochenen Wunsch hin, an die Bibliothek des Polytechnikums über, da ich die Inscription von Adam Riediger (Rüdiger) zu erhalten wünschte. Für das Buch selbst ist neben der bereits erwähnten Notiz 371 auch die Notiz 412 zu vergleichen.

28. Ozanam, La géométrie pratique. Paris 1684 in 8. (Polyt.) — „Bataille. — D. Jeklini ab A. R. Junioris. — achepté à Paris Le 12 fevrier 1690 pour 30 β.“

Wer der frühere Besitzer „Bataille“ war, weiss ich nicht; dagegen ist also sicher, dass das kleine Buch 1690 zu Paris durch einen Jecklin ab Alta Rætia acquirirt wurde, und zwar wahrscheinlich durch Dietrich Jecklin (1643—1721), den Sohn des früher (vgl. No. 16, sowie die Notizen 193, 222 und 408) zunächst besprochenen Rudolf Ruinel Jecklin. — Das vorliegende Exemplar zeigt auf den Deckblättern Zusätze in lateinischer und deutscher Sprache, ferner eine ziemliche Anzahl lateinischer, französischer und deutscher Randglossen, welche nach Tinte und Schrift wechseln.

29. L. Euler, Anleitung zur Algebra. Nach der franz. Ausgabe von Lagrange herausgegeben von J. Ph. Grüson. Erster Band. Berlin 1796 in 8. (Polyt.) — „Toussaint von Charpentier. — Prof. Stocker 1859.“

Der erste Besitzer war somit Toussaint von Charpentier, also der Vater (Dresden 1738—Freiburg 1805; Prof. math. und Berghauptmann in Freiberg) oder der ebenso benannte Bruder (Freiberg 1780—Brieg 1847; Berghauptmann zu Brieg in Schlesien) unsers unvergesslichen Johann von Charpentier (Freiberg 1786 bis Bex 1855; Salinendirektor zu Bex).

30. P. van Musschenbroek, Elementa physicae conscripta in usus academicos. Editio altera. Lugduni Batavorum 1741 in 8. (Polyt.) — Den Worten „Editio altera“ ist von Hand beigefügt „cum notis manuscriptis Gessneri Canonici ac matheseos profess. in Carolino Thuricensium.“ Auf dem Vorblatt steht von anderer Hand: „31 ß. — Jacobi Faesii.“

Es liegt hier also offenbar das einst von Johannes Gessner von Zürich (1709–1790; vgl. Biogr. I 281—322), dem Intimus Albrecht von Hallers, dem berühmten Botaniker und Stifter unserer naturforschenden Gesellschaft, besessene und von ihm mit einer von seiner umfassenden Belesenheit zeugenden Unmasse von Randglossen versehene Exemplar des seiner Zeit mit Recht äusserst beliebten Leitfadens von Musschenbroek vor. Die Notiz auf dem Titelblatte dürfte von seinem Neffen und Nachfolger Salomon Schinz (1734–1784), dem Gessner sein Handexemplar bei Anlass des diesem übertragenen Vicariates geschenkt haben mochte, eingetragen worden sein; und ebenso dürften einige der Randglossen und die nach pag. 416 der Tab. XV folgende Tafel von Schinz herrühren. Ein späterer Besitzer des Leitfadens, der sich denselben für 31 Schillinge (etwa 1¾ Frk.) erworben zu haben scheint, war einer der verschiedenen Jakob Fäse, die es damals in Zürich

gab. Noch später kam er auf mir unbekanntem Wege an den kürzlich verstorbenen Professor Heinrich Hofmeister, aus dessen Nachlass ich sodann dieses Kleinod ankaufte, um dasselbe der Bibliothek des schweiz. Polytechnikums zu schenken und ihm dort zum Andenken an seinen ersten Besitzer ein sicheres Heim zu verschaffen. [R. Wolf.]

Auszüge aus den Sitzungsprotokollen.

Hauptversammlung vom 19. Mai 1890.

1. Herr Bibliothekar Dr. Ott legt folgendes Verzeichniss der seit der letzten Sitzung eingegangenen Schriften vor:

A. Geschenke.

Von Herrn Prof. Dr. R. Wolf:

Astronomische Mittheilungen Nr. 75.

Vom Tit. Departement des Innern:

Observations hydrom. suisses du Tessin, du Rhône, der Limmat, Reuss, Aare, des Rheins.

Von Herrn Prof. Stossich in Triest:

Vermi parasiti in animali della Croazia.
Prospetto della fauna del mare adriatico (Part. 4).
Il genere trichosoma Rudolphi.

Von Herrn Prof. M. Stern:

Falk, M. Om konvergensen af Kedjebräk med blott negativa leder etc. 4°. Upsala 1869.

Von der Tit. Stadtbibliothek:

Bischler, A. Condensationsprodukte aus Basen der Parareihe mit Paranitro- und Metanitromandelöl. Diss. 1889.

Behn-Eschenburg, H. Untersuchungen über das Giltay'sche Eisenelektrodynamometer. Diss. 1889.

Newton, W. Specific and latent heat. etc. Diss. 1889.

Hubacher, K. Synthetische Versuche in der Thiazolreihe. Diss. 1889.

Moore, Ira. On the condensation products of orthophenylendiamine with carbodiphenyl and carbodiptolylimide. Diss. 1890.

Hafner, Rich. Ueber die Chlorirung und Bromirung des Anilins etc. Diss. 1889.

Böniger, M. Ueber Tautomerie und Desmotropie bei Derivaten des Succinylobernsteinsäureäthers. Diss. 1889.

Endriss, K. Geologie des Randecker Maars und des Schopflocher Riedes. Diss. 1889.

Overton, E. Beitrag zur Kenntniss der Gattung Volvox. Diss. 1889.

B. In Tausch gegen die Vierteljahrsschrift:

Jahreshefte des naturwissenschaftlichen Vereins Lüneburg. Bd. 11. 1888/89.

Schriften des Vereins zur Verbreitung naturwiss. Kenntnisse in Wien. Bd. 29.

Mittheilungen d. k. k. geographischen Gesellschaft in Wien. 1889. Bd. 32.

Bulletin of the museum of comparative zoology. Vol. 16. Nr. 7 und Vol. 19. Nr. 1, 2.

Industrie-Zeitung von Riga. Jahrg. 16. Nr. 6, 7.

Sitzungsberichte der physikalisch-medizin. Gesellschaft zu Würzburg für 1889.

Naturwissenschaftl. Rundschau. Jahrg. 5. Nr. 17—21.

Leopoldina. Heft 26. Nr. 5. 6.

Proceedings and transactions of the nova Scotian institute of natural science of Halifax. Vol. 7. part 3.

Proceedings of the Boston soc. of nat. history. Vol. 24. part. 1. 2.

Annals of the New-York academy of sciences. Vol. 4. Nr. 12.

Atti della società Toscana di scienze naturali. Vol. 7.

Acta horti Petropolitani. Tomus XI. Nr. 1.

Annual report of the bureau of ethnology by Powell. 1883—1885.

Atti della società Veneto-Trentina di scienze naturali, anno 1889.

Nachrichten von d. k. Gesellschaft der Universität zu Göttingen für 1889.

Proceedings of the R. society. Vol. 47. Nr. 288.

Atti della R. accademia dei Lincei. Vol. 6. Nr. 5. 6.

Observations de Poulkova. Vol. 8 mit 2 Suppl.

Bulletin de la soc. des sciences de la Basse-Alsace. Tome 24. Nr. 4.

Jahresbericht der Lese- und Redehalle in Prag für 1839.
Boletin mensual d'Observatorio meteorologico etc. de Mexico. Tome 2. Nr. 5. 6.
Proceedings of the R. geographical society. 1890. Nr. 5.
Smithsonian institution bureau of ethnology by Powell.
Pilling, J. C. Bibliography of the Muskhogean languages.
„ „ „ „ „ Iroquoian „
Thomas, C. The problem of the Ohio mounds.
„ „ The circular square and octagonal earthworks Ohio.
Holmes, W. H. Textile fabrics of ancient Peru.
Anzeiger der Akademie der Wissenschaften in Krakau. 1890. Nr. 4.
Transactions of the R. irish academy. Vol. 29. Nr. 13.
Sitzungsberichte der physikalisch-medizinischen Societät in Erlangen. Heft 21.
Verhandlungen des naturforschenden Vereines in Brünn. Bd. 27, 1888, und 7. Bericht d. meteorologischen Commission daselbst für 1887.
Geological magazine. 1890. Nr. 311.
Zeitschrift für wissenschaftl. Zoologie. Bd. 49. Heft 4.
Mittheilungen d. medizin.-naturwiss. Sektion des siebenbürgischen Museumsvereins. 1887. Nr. 1. 2. 1888. Nr. 1—3. 1889. Nr. 1 bis 3. 1890. Nr. 1.

C. Anschaffungen.

Kerner v. Marilauw. Pflanzenleben. Bd. 2. Heft 7.
Rabenhorst. Kryptogamen-Flora. Bd. 1. Abthlg. 3. Lief. 32.
Bulletin de la soc. mathématique de France. Tome 18. Nr. 2—4.
La nature. Nr. 882—885.
Astronomische Nachrichten. Nr. 2964—2966.
Journal de physique. IIme Série. Tome 9. Nr. 4.
Zeitschrift für analytische Chemie. Jahrg. 29. Heft 2.
Annales de chimie et de physique. VIme Série. Tome 20. Nr. 5.
Forschungen zur deutschen Landes- und Volkeskunde. Bd. 4. Heft 4.
Archives italiennes de biologie. Tome 13. Nr. 1.
Annalen der Chemie. Bd. 256. Heft 3.
Jahrbuch über die Fortschritte d. Mathematik. Bd. 19. Heft 2.

Humboldt. Jahrg. 9. Nr. 5.
Engler & Prantl. Die natürlichen Pflanzenfamilien. Lief. 40.
Die Forschungsreise S. M. S. Gazelle in den Jahren 1874—76 in 4 Theilen.
Hooker. Flora of british India. Vol. IV.
Gazzetta chimica italiana. Anno 20. Nr. 4.
Technische Blätter. Jahrg. 22. Heft 1.
Biologisches Centralblatt. Bd. 10. Nr. 5. 6.
Zeitschrift für Krystallographie und Mineralogie. Bd. 16.

2. Herr Prof. Dr. Schröter als Präsident widmet dem unterm 3. d. M. verstorbenen Herrn Prof. Dr. Schneebeli einen warmen Nachruf.

3. Der Quästor, Herr Dr. Kronauer, legt die Rechnung pro 1889 vor. Einnahmen Fr. 80,908. 44, Ausgaben Fr. 8750. 80. Es verbleiben somit auf Anfang 1890 Fr. 72,127. 64.

Rechnungsauszug.

Einnahmen:	Fr. Cts.	Ausgaben:	Fr. Cts.
Vermögensbestand Ende 1888	72,293. 74	Bücher	3,927. 47
Zinsen u. Marchzinsen	3,274. 85	Buchbinderarbeit	744. 30
Höherwerthung von Werthschriften	540. —	Neujahrsblatt	501. 18
Jahresbeiträge d. Mitglieder	3,010. —	Vierteljahrsschrift	2,155. 60
Neujahrsblatt	215. 33	Miethe, Heizung, Beleuchtung	83. —
Catalog	97. —	Besoldungen	1015. —
Vierteljahrsschrift	57. 52	Verwaltung	342. 75
Beiträge von Behörden u. Gesellschaften (Rg.-Rth. 500, Stadtrath 600, Museum 320)	1,420. —	Allerlei	11. 50
Summa	80,908. 44	Summa	8,750. 80

Es verbleiben somit als Gesellschaftsvermögen auf Ende 1889 Fr. 72,127. 6,4 woraus sich gegenüber dem Vorjahr ein Rückschlag von Fr. 166. 10 ergiebt.

4. Der Actuar erstattet Bericht über die wissenschaftliche Thätigkeit der Gesellschaft. Es wurden in 11 Sitzungen 13 Vorträge gehalten und 10 Mittheilungen gemacht.

Vorträge:

Herr Prof. Dr. C. Keller: „Ueber das Wiederkauen."

Herr Prof. Dr. Mayer-Eymar: „Das Tongrian von Cairo und seine Fauna."

Herr Prof. Dr. Lunge: „Chemisches von der Pariser Weltausstellung."

Herr Prof. Dr. Schultze: „Ueber Salpetersäure und ihre Verbindungen."

Herr Prof. Dr. H. F. Weber: „Der absolute Werth der kleinsten Lichtstärke, welche das Auge zum Sehen befähigt."

Herr Prof. Dr. Lang: „Zwei interessante Vertreter der Tiefsee-Fauna."

Herr Prof. Dr. Rudio: „Ueber das Problem von der Quadratur des Zirkels."

Herr Prof. Escher: „Ueber die Ausnutzung der Wärme in der Dampfmaschine."

Herr Prof. Dr. Hantzsch: „Ueber die räumliche Anordnung der Atome in stickstoffhaltigen Molecülen."

Herr Prof. Dr. Ritter: „Ueber den Eiffelthurm."

Herr Prof. Dr. Heim: „Biologische Notizen."

Herr Dr. Schinz: „Die Vegetation von Südwest-Afrika."

Herr Dr. C. Fiedler: „Ueber Amphioxus lanceolatus."

Mittheilungen:

Herr Prof. Dr. Schär: „Zwei neue Oxydationsverfahren."

Herr Dr. Schinz: „Ethnographisches und Botanisches aus Deutsch-Südwest-Afrika."

Herr Prof. Dr. Keller: „Illustrationen zur Variabilität der Taube."

Herr Dr. Stoll: „Ethnographisches."

Herr Prof. Jäggi: „Eine botanische Mystifikation des vorigen Jahrhunderts."

Herr Prof. Dr. Cramer: „Ueber ein neues Substrat des Hausschwammes."

Herr Prof. Dr. Schröter: „Fruchtbarkeit des Bilsenkrautes."

Herr Prof. Dr. Heim: „Experimentelle Gesteinsumformung."

Herr Prof. Dr. Lunge: „Ein neuer Apparat zur Ersparung aller Rechnungen bei Gasablesungen."

Herr Prof. Dr. Schröter: „Botanische Mittheilungen und Vorweisungen."

Extrasitzung den 28. April:

Roth'sche Sammlung fossiler Säugethiere aus der Pampasregion Argentiniens. Vorträge von HH. Prof. Heim und Lang.

Es wurden 11 neue Mitglieder aufgenommen, 1 ist ausgetreten, durch den Tod hat die Gesellschaft Herrn Prof. Dr. Schneebeli verloren.

Bestand: 155 ordentliche, 23 Ehren- und 10 correspondirende Mitglieder.

5. Der Bibliothekar erstattet folgenden Bericht über die Bibliothek.

Das abgelaufene Jahr weist Bücheranschaffungen auf im Betrage von Fr. 4102.67, welche nach Abzug der Rabatte mit Fr. 175.20 eine eigentliche Ausgabe für Bücher von Fr. 3927.47 ausmachen. Die erstere Summe setzt sich zusammen aus Fr. 847.37 für neue Anschaffungen und Fr. 3255.30 für Fortsetzungen.

Es sind im verflossenen Jahre Geschenke eingegangen von folgenden Donatoren:

Eidg. Departement des Innern.

Schweiz. geodätische Commission.

Fries'scher Fond.

Stadtbibliothek.

Soc. des sciences in Harlem.

Prof. Regel, Stern, Wolf, Schoch, Mayer-Eymar, Jäggi, Goppelsröder, Hann in Wien, Hertz in Bonn, Dr. G. H. v. Wyss, Choffat, Stoll, Sieger in Wien, Fr. Vejdovsky, Fries in Kopenhagen, Dr. Fiedler, Welti-Escher, Stossich in Triest, Wartmann und Schlatter, Dufresne, Graberg, Berchtold, Mme de la Harpe, Pestalozzi-Jenny sel. Hinterlassenen.

Allen diesen Donatoren sprechen wir im Namen der Gesellschaft den verbindlichsten Dank aus.

Der Gesammtzuwachs der Bibliothek betrug in diesem Jahre 351 Bände.

Die Platzfrage unserer Bibliothek ist noch auf dem gleichen Punkte wie vor einem Jahr, wahrscheinlich wird sie auch ferner im Helmhaus bleiben können. Es ist ferner zu erwähnen, dass in letzter Zeit auf Anregung der Stadtbibliothek verschiedene Berathungen über die Massnahmen stattgefunden haben, um im Fall eines Brandausbruches das Werthvollste unserer Bibliothek zu retten, und es wird ein besonderes Circular Sie in Kurzem mit allem Détail dieser Angelegenheit bekannt machen.

6. Die Anträge des Vorstandes: *a)* Leistung eines einmaligen Beitrages von Fr. 100. — an die schweiz. Bibliographie, *b)* Aufhebung des Brauches der förmlichen Einladung der Studirenden zu den Sitzungen, *c)* Aufhebung der Sommersitzungen und statt deren zwanglose Vereinigungen zu bestimmten Zeiten, werden sämmtlich angenommen.

7. Die Herren Dr. Overton und Achilles Zschokke werden als Mitglieder aufgenommen.

8. Die Herren Assistenten Pfister und Moser melden sich zum Eintritt in die Gesellschaft.

9. Die Neuwahlen für den Vorstand fallen wie folgt:

Präsident:	Herr	Prof.	Dr.	Weber,
Vize-Präsident:	„	„	„	Lunge,
Beisitzer:	„	„	„	Schröter,
„	„	„	„	Lang.

Actuar, Bibliothekar und Quästor statutengemäss die Bisherigen.

10. Als Delegirte an die Jahresversammlung der schweiz. naturforsch. Gesellschaft werden die Herren Prof. Heim und Lang gewählt.

11. Herr Prof. Dr. Cramer hält einen Vortrag: „Neue Untersuchungen über die verticillirten Siphoneen.

12. Herr Dr. Fick macht eine Mittheilung: „Ueber die Ursachen der Pigmentwanderung in der Netzhaut.

[Dr. A. Tobler.]

Notizen zur schweiz. Kulturgeschichte (Fortsetzung).

430. Unter den vielen Unglücksfällen, welche sich 1890 in den Alpen rasch folgten, ist wohl derjenige vom 31. März, bei welchem der seit kurzem als Professor der Mathematik in Lausanne wirkende August Odin „aux Rochers de Naye" oberhalb Montreux sein Leben einbüsste, einer der beklagenswerthesten, da derselbe nicht nur einer vortrefflichen Mutter ihr Bestes raubte, sondern auch der sich zur Universität aufarbeitenden Academie von Lausanne einen schweren Schlag versetzte und überdies die nicht geringen Hoffnungen zerstörte, welche die von dem Verunglückten vertretene Wissenschaft auf Grund seiner Erstlingsarbeiten mit allem Recht hegen konnte. — Zu Dubena in Kurland $\frac{21.\ \text{März}}{2.\ \text{April}}$ 1865 geboren, verlor August Odin seinen Vater Andreas schon im folgenden Jahre, und da der Grossvater Martin bereits 1856 in Moskau, während er als kurländischer Abgeordneter der Krönung Alexander II. beiwohnte, der Cholera erlegen war, so hatte seine aus der Waadt stammende Mutter, eine geborne Louise Pilliod, keine Veranlassung länger in dem ihr wohl immer fremd gebliebenen Lande zu verweilen, sondern entschloss sich nicht nur 1867 mit ihren beiden Söhnchen[1]) nach der Schweiz zurückzukehren, sondern einige Jahre später um deren Entlassung aus dem russischen Staatsverbande einzukommen und sie in Vivis einzubürgern. Da August ein sehr zarter Knabe war, so unterrichtete ihn seine Mutter bis zum 10. Jahre selbst; dann aber liess sie ihn in die „Ecole industrielle cantonale de Lausanne" eintreten, welche er nun mit so gutem Erfolge durchlief, dass er schon 1881 die Maturität zum Eintritte in das Polytechnikum erhielt. Da ihm jedoch zum wirklichen Eintritte noch das reglementarische Alter fehlte, so liess ihn seine Mutter für ein Jahr nach Würzburg gehen, wo er in der Familie des bekannten Pathologen Rindfleisch Aufnahme fand, sich an der Universität immatrikuliren liess, zunächst aber sich in der deutschen Sprache

[1]) Madame Odin hatte ausser ihrem August noch einen Sohn, der sich später der Philologie widmete und jetzt als Professor

zu befestigen suchte. — Als sich sodann Odin am 21. August 1882 zum wirklichen Eintritte in die sechste Abtheilung des schweizer. Polytechnikums anmeldete, legte seine Mutter ein Begleitschreiben bei, aus welchem ich mich nicht enthalten kann den Passus: „Mon fils n'ayant pas d'autre tuteur que moi, je lui accorde l'autorisation d'aller à Zurich, en le recommandant à votre bienveillance: „C'est un bon travailleur, zélé pour l'étude, et j'espère qu'il fera honneur à son école et à ses professeurs", hier wörtlich aufzunehmen; denn was die Mutter hoffte, erfüllte der Sohn schon während seiner Studienzeit vollständig: Nicht nur war Odin, wie ich aus eigenster Erfahrung bezeugen kann, ein musterhafter Schüler, der sich fast in allen Fächern die höchste Note erwarb, — nicht nur erlangte er 1886 zum Abschlusse seiner Studien am Polytechnikum in ehrenvollster Weise das Diplom als Fachlehrer der mathematischen Fächer, — sondern er war schon während diesen Jahren wiederholt selbstthätig[2]), — ja bearbeitete die 1884 von der sechsten Abtheilung des Polytechnikums gestellte Preisaufgabe „Genaue Untersuchung über das Maximum oder Minimum des Abstandes zweier Punkte, die auf gegebenen Kurven oder Flächen liegen" mit solchem Erfolge, dass ihm 1886 der aus einer silbernen Medaille und einer Geldbeilage von 150 Franken bestehende Hauptpreis zugetheilt werden konnte, und ihn überdies 1887 die math.-naturw. Facultät der Zürcher Hochschule auf Grund derselben Arbeit nach möglichst vereinfachtem, ebenfalls vorzüglichem Examen promovirte[3]). — Für das sichere Wissen und die Arbeitskraft unsers Odin zeugt einerseits das Factum, dass er in der für Andere zur Präparation kaum ausreichenden Frist zwischen der auf

---

in Sofia leben soll. — [2]) Ich erinnere an sein „Mémoire sur le Baromètre levier de Mr. H. Dufour (Bull. vaud. Nr. 93 von 1885)", und füge bei, dass er sich schon 1883 durch seine Tüchtigkeit die Zuneigung dieses vorzüglichen Physikers erwarb. Zugleich benutze ich diese Gelegenheit, Herrn Prof. H. Dufour die Bereitwilligkeit zu verdanken, mit welcher er mir das fehlende Material für gegenwärtige Notiz beschaffte. — [3]) Seine Dissertation erschien unter dem Titel „Des maxima et minima de la distance de

Ende Mai gesetzten Abgabe der Diplomarbeit, für welche er eine Erörterung „Sur la courbure des courbes et des surfaces" als Thema gewählt hatte, und der Mitte Juli beginnenden mündlichen Prüfung, wagen durfte, die für eine am Collegium zu Yverdon frei gewordene Lehrstelle der Mathematik geforderten Examina zu bestehen, – und anderseits dass er nach Antritt dieser ihm zugefallenen Stelle, trotzdem er durch ein Nervenfieber sehr geschwächt und somit durch seine zahlreichen Unterrichtsstunden doppelt in Anspruch genommen war, noch wissenschaftliche Privatarbeiten ausführen[4]), ja überdies im April 1888 an der Academie zu Lausanne einen Freicurs über verschiedene Kapitel der mathematischen Physik abhalten konnte. Professor H. Dufour, der letztern Vorlesungen beiwohnte, sagt darüber in seinem am 18. April 1890 an mich geschriebenen Briefe: „Odin professait d'une manière extrêmement claire et logique; chaque leçon était préparée consciencieusement; aussi les étudiants aimaient cet enseignement positif, clair et en même temps très-vivant", und es ist anzunehmen, dass ihm sein damaliger Erfolg nach dem bald darauf eingetretenen Ableben des Professors Jules Marguet wesentlich den Weg zu dessen Nachfolge ebnete, wenn ihm auch der übliche „Concours publique" nicht erlassen werden konnte. — Nach seiner am 1. November 1888 auf einstimmigen Vorschlag der Jury durch den Staatsrath erfolgten Wahl zum Professor der Mathematik an der Academie sollte Odin im folgenden Jahre den Studirenden in öffentlicher Sitzung vorgestellt werden, und er hatte für diesen feierlichen Akt bereits einen „Discours" präparirt, in welchem sich unter anderm die den Verfasser charakterisirende Stelle fand: „La science en elle-même est une belle chose, mais à une condition, c'est qu'à côté et au-dessus de la science on ne perde pas de vue l'humanité. L'idée de la science pure n'a de sens et de raison d'être pour nous qu'autant qu'elle se rattache à cette autre idée, l'humanité. Hors de là c'est une simple abstraction, moins

---

deux points appartenant respectivement à deux courbes ou surfaces données. Lausanne 1887, in 8 (Bull. vaud. No. 96 von 1887)." — [4]) Aus dieser Zeit stammt seine „Etude sur la forme d'une surface dans un point donné (Bull. vaud. No. 95 von 1887)." Er

qu'une abstraction, un mot, mot qui sonne bien sans doute, mais qui n'en vaut pas davantage pour cela. Ce n'est que lorsque vous aurez uni entièrement dans votre conscience ces deux belles idées, lorsque vous serez arrivés à ne considérer la science pure que comme l'essence, la plus parfaite expression de l'humanité, en même temps que comme le moyen le plus sûr et le plus élevé de faire parvenir l'humanité à cet idéal de bien être et de liberté auquel nous tendent tous, c'est alors seulement que la science vous procurera cette intime jouissance qu'elle prodigue à tous ceux qui se sont adonnés à elle sans autre arrière-pensée que celle d'être utile à leur prochain." Leider wurde jedoch später diese Feierlichkeit auf den Zeitpunkt der Eröffnung der Universität verschoben, welchen Odin nicht mehr erleben sollte; aber wenn er so auch nicht Gelegenheit fand weitere Kreise mit den ihn leitenden Principien bekannt zu machen, so bezeugen uns seine Arbeiten, welche sich nun bei grösserer Musse noch rascher folgten[5]), wie ernst er dieselben nahm, und es darf wohl angenommen werden, dass er uns noch mit vielen solchen werthvollen Zeugnissen beschenkt hätte, wenn nicht die eingangs erwähnte Katastrophe eingetreten wäre, auf welche wir zum Schlusse noch kurz zurückkommen wollen: Obschon nichts weniger als gewandter Bergsteiger, liebte es Odin, wie in der Wissenschaft so auch in den Bergen, Schwierigkeiten aufzusuchen und zu überwinden, und als er an dem für ihn so verhängnissvoll werdenden 31. März 1890 mit einem Freunde, den er in Veytaux abgeholt hatte, die Besteigung der „Rochers de Naye" unternahm, folgte er nicht dem gewöhnlichen Wege, sondern bemühte sich stundenlang an einer Felswand emporzuklettern, — glitschte dann, beim Versuche wieder abwärts zu steigen, aus, — stürzte nach dem Rufe: „Je tombe; mon Dieu; ma mère!" etwa 150 m tief herunter, — und erlitt

---

gehörte dieser Gesellschaft schon seit Januar 1886 an. — [5]) Ausser seinem „Essai d'une application des principes de la mécanique à l'écoulement des glaciers (Bull. vaud. No. 98 von 1888)" erschienen noch posthum eine Abhandlung „De la répartition de l'impôt progressif (Bull. vaud. No. 101 von 1890)" und eine „Etude sur l'accroissement relatif de la population (Zeitschr. für schweiz.

dabei einen Schädelbruch, der seinem jungen Leben ein jähes Ende machte[6]).

431. Die Schrift: „Das Alfred Escher-Denkmal. Bericht der Centralcommission, nebst Beiträgen zu einer Biographie von Dr. Alfred Escher. Zürich 1890 in 8" bietet mehr als ihr Titel sagt, indem von ihren 134 Seiten volle 96 einer eingehenden Biographie von Alfred Escher (Zürich, 1819 II. 20. — ebenda 1882, XII. 6) und voraus der Darstellung seiner Verdienste um das engere und weitere Vaterland gewidmet sind. Von diesen Verdiensten ist hier namentlich dasjenige hervorzuheben, das er sich um die Gründung und successive Entwicklung des schweizerischen Polytechnikums erwarb, dessen Schulrath er von Anfang an bis an sein Lebensende als Vicepräsident angehörte. Ganz speciell glaube ich erwähnen zu sollen, dass Escher auf meine Vorstellung hin die anfänglich übersehene Astronomie unter die Lehrfächer aufnahm, — zu deren Gunsten einen, wenn auch sehr bescheidenen Kredit auswirkte, — und überdiess veranlasste, dass mir bei meiner Berufung an das Ober-Gymnasium des Kantons zugleich die Abhaltung von astronomischen Vorlesungen und Uebungen an der eidgen. Anstalt überbunden wurde; denn es waren dies Anfänge, ohne welche die jetzige Stellung der Astronomie am Polytechnikum und die Erbauung einer Sternwarte wohl noch lange hätten auf sich warten lassen. [R. Wolf.]

Statistik 1890)." — [6]) Für eine detaillirte Beschreibung kann auf die am 2. April 1890 erschienene No. 78 der „Gazette de Lausanne" verwiesen werden, aus der man auch erfährt, dass Odin's Begleiter, ein als Hauslehrer bei einer Familie in Veytaux stehender Deutscher Namens Jensen, sich an einem Vorsprunge festhalten konnte und nach einer qualvollen Nacht gerettet wurde.

Astronomische Mittheilungen

von

Dr. Rudolf Wolf.

LXXVII. Revision der Variationsformeln für Greenwich und Wien; Fortsetzungen der früher mitgetheilten Variationsreihen unter Beifügung einer entsprechenden Reihe für Wien; Note von Herrn Alfred Wolfer über seine Beobachtung der partiellen Sonnenfinsterniss vom 16. Juni 1890; Mittheilung betreffend die von Gauss im Sommersemester 1815 gehaltenen Vorlesungen über die „Elemente der Astronomie"; Fortsetzungen der Sonnenfleckenliteratur und des Sammlungsverzeichnisses.

Zur Fortsetzung der in Nr. LI nach Will. Ellis gegebenen Reihe der den Beobachtungen in Greenwich entnommenen Monatmittel der täglichen Declinations-Variationen gebe ich in der nachfolgenden Tab. I nach den gedruckt vorliegenden neuen Jahrgängen dieser Beobachtungen die entsprechenden Werthe für die folgenden zehn Jahre, und sodann in Tab. II die Vergleichung der daraus folgenden Jahresmittel v mit der Reihe meiner correspondirenden Relativzahlen r. Diese v und r der Reihe nach in die Relation

$$v = a + b \,.\, r \qquad (1$$

einführend, erhielt ich die Normalgleichungen

$$83{,}60 = 10 \,.\, a + 373{,}3 \,.\, b \quad \text{und} \quad 3322{,}516 = 373{,}3 \,.\, a + 19199{,}51 \,.\, b$$

und aus diesen die wahrscheinlichsten Werthe

$$a = 6{,}942 \qquad b = 0{,}038$$

folglich für Greenwich die neue Variationsformel

$$v' = 6'{,}94 + 0{,}038' \,.\, r \qquad (2$$

nach welcher sich aus den r für 1878—1887 die in die Tafel eingetragenen Werthe v' und die Differenzen $v - v'$ ergeben. Da keine dieser Letztern 18% des 2,93 be-

Beobachtete Declinations-Variationen in Greenwich. Tab.I.

Jahr	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	Mittel
1878	3,6	5,0	7,2	9,3	7,6	9,7	8,7	9,3	8,2	5,2	3,9	3,8	6,79
79	3,5	4,4	6,9	8,3	8,3	9,0	9,2	10,2	8,0	6,1	4,3	3,9	6,84
80	4,0	5,3	8,0	10,5	9,1	9,9	9,6	9,6	10,1	8,8	5,9	4,9	7,98
81	5,4	6,5	9,6	10,6	10,5	12,2	11,4	12,1	10,9	8,4	6,3	5,9	9,15
82	5,9	6,4	9,7	12,1	12,0	9,9	9,4	10,5	10,5	8,3	5,9	5,0	8,80
1883	5,3	7,6	9,2	11,9	10,2	10,9	12,3	10,6	11,2	10,1	6,6	5,3	9,22
84	6,3	8,1	11,4	13,2	11,3	12,4	10,8	10,4	10,9	9,4	6,6	5,9	9,72
85	6,0	6,0	9,5	11,2	11,0	11,7	11,7	11,4	9,6	7,3	5,9	4,5	8,82
86	7,4	6,5	9,4	10,4	10,6	9,9	9,7	9,9	8,0	7,7	6,6	5,2	8,44
87	5,6	7,1	7,4	9,1	9,5	9,7	10,2	9,6	8,5	6,8	5,0	5,6	7,84

Vergleichung der Variationen und Relativzahlen. Tab. II.

Jahr	v	r	v'	$v-v'$	v''	$v-v''$	v'''	$v-v'''$	V	V'	$V-V'$	V''	$V-V''$
1874	9,07	44,6	8,63	0,44	9,14	−0,07	8,69	0,38	6,86	7,36	−0,50	7,43	−0,57
75	7,58	17,1	7,59	−0,01	8,04	−0,46	7,45	0,13	6,19	6,32	−0,13	6,19	0,00
76	7,45	11,3	7,37	0,08	7,81	−0,36	7,19	0,26	6,00	6,11	−0,11	5,93	0,07
77	6,85	12,3	7,41	−0,56	7,85	−1,00	7,23	−0,38	5,77	6,14	−0,37	5,97	−0,20
1878	6,79	3,4	7,06	−0,27	7,50	−0,71	6,83	−0,04	5,75	5,80	−0,05	5,57	0,18
79	6,84	6,0	7,16	−0,32	7,60	−0,76	6,95	−0,11	6,34	5,90	0,44	5,69	0,65
80	7,98	32,3	8,16	−0,18	8,65	−0,67	8,13	−0,15	6,50	6,90	−0,40	6,87	−0,37
81	9,15	54,2	9,00	0,15	9,53	−0,38	9,12	0,03	7,90	7,73	0,17	7,86	0,04
82	8,80	59,6	9,20	−0,40	9,74	−0,94	9,36	−0,56	7,55	7,93	−0,38	8,10	−0,55
1883	9,22	63,7	9,36	−0,14	9,91	−0,69	9,55	−0,33	7,70	8,09	−0,39	8,29	−0,59
84	9,72	63,4	9,34	0,38	9,90	−0,18	9,53	0,19	7,87	8,08	−0,21	8,27	−0,40
85	8,82	52,2	8,92	−0,10	9,45	−0,63	9,03	−0,21	7,54	7,65	−0,11	7,77	−0,23
86	8,44	25,4	7,90	0,54	8,38	0,06	7,82	0,62	6,89	6,64	0,25	6,56	0,33
87	7,84	13,1	7,44	0,40	7,88	−0,04	7,27	0,57	6,81	6,17	0,64	6,01	0,80
1888	7,23	6,7	7,19	0,04	7,63	−0,40	6,98	0,25	6,59	5,92	0,67	5,72	0,87
89	—	6,3	7,18	—	7,61	—	6,96	—	6,01	5,91	0,10	5,70	0,31
90	—	7,1	7,21	—	7,64	—	7,00	—	6,12	5,94	0,18	5,74	0,38

tragenden Unterschiedes zwischen den extremen Werthen von v beträgt, und ihr Mittel nur den Betrag $\pm$ 0′,32 erreicht, so stellt offenbar 2 die benutzten 10 Werthe

von v sehr befriedigend dar. Benutzt man sie um auch für die 4 vorhergehenden und 3 nachfolgenden Jahre v' zu berechnen, so erhält man die ebenfalls in die Tafel eingetragenen Werthe, welche sowohl die Vergleichung mit den für 1874—1877 aus LI herübergenommenen Variationen, als mit der mir von Herrn Christie zu Gunsten meines Handbuches für 1888 mitgetheilten Variation, ganz befriedigend bestehen, und somit erwarten lassen, dass sich auch die für 1889 und 1890 erhaltenen Resultate später als nahe richtig erweisen werden. Führt man dieselben Rechnungen nach der in LI aus den Jahrgängen 1841—1877 abgeleiteten Formel

$$v'' = 7',36 + 0,040 \,.\, r \qquad (3$$

aus, so erhält man die ebenfalls in Tab. II eingetragenen Werthe v'' und Differenzen $v - v''$. Letztere, welche für 1878—87 den mittlern Betrag $\pm$ 0,59 erreichen, sind nicht nur im allgemeinen bedeutend grösser als die $v - v'$, sondern haben einen wesentlich systematischen Charakter, und es ist daher, wenigstens für die Gegenwart, die Formel 2 entschieden besser als die 3. Ein ganz interessantes Resultat ergibt sich, wenn man die für 2 benutzten Werthe von a und b mit den in LI für drei verschiedene Jahresgruppen abgeleiteten Werthen zusammenstellt und vergleicht, wie diess in dem Täfelchen

Jahre	a			b	
1841—54	8,254	7,545	0,308	0,029	0,237
1855—64	6,837			45	
1865—77	.....	7,237			43
1878—87	.....	6,942	0,295		40
Mittel		7,241			0,040

geschehen ist: Es scheint sich nämlich bei a eine (nach LXIV einer Zunahme der Horizontal-Intensität entspre-

chende) secutäre Abnahme zu ergeben, während b nahe constant bleibt. Ferner ist zu bemerken, dass der erhaltene Mittelwerth für b so nahe mit dem von mir seit Jahren für ganz Mittel-Europa angenommenen Factor 0,045 übereinstimmt, und diess veranlasste mich schliesslich noch zu untersuchen, inwieweit dieser Letztere sich auch zur Darstellung der Greenwicher-Variationen eigne. Da sich aus den Jahrgängen 1878—87 die Mittelwerthe $^1/_{10}\,\Sigma\, v = 8{,}36$ und $^1/_{10}\,\Sigma\, r = 37{,}33$ ergeben, ferner $8{,}36 - 0{,}045 \,.\, 37{,}33 = 6{,}68$ ist, so wird diess von den Werthen abhängen, welche die Formel

$$v''' = 6',68 + 0{,}045\,.\,r \qquad (4$$

liefert. Diese Werthe v''' und die daraus folgenden $v - v'''$ sind nun ebenfalls in Tab. II eingetragen, und es zeigt sich in der That, dass Letztere, welche für 1878—87 den mittlern Betrag $\pm$ 0,35 erreichen, nicht wesentlich grösser als die $v - v'$ sind, — es ist also jener Factor wirklich auch für Greenwich ganz brauchbar, und es darf somit die 4 ohne Bedenken der 2 substituirt werden. — Für Wien benutzte ich bis jetzt die von mir in Nr. 400 der Literatur aus den Jahrgängen 1874—79 unter Anwendung des schon oben besprochenen Durchschnittswerthes $b = 0{,}045$ abgeleitete provisorische Variationsformel

$$V = 5',31 + 0{,}045\,.\,r \qquad (5$$

wofür als Variation (vgl. 357 und 400) für 1874 die Differenz der um 19^h und 2^h erhaltenen Stände eingeführt, für die übrigen Jahre aber der aus den drei um 19, 2 und 9^h nach der Regel $2^h - ^1/_2\,(7^h + \text{Min.})$ berechnete Werth benutzt worden war. Da mir letztere Regel später doch nicht ganz rationell erscheinen wollte, so habe ich neuerlich die Jahrgänge 1875—90 umgerechnet, indem ich die Variation der Differenz zwischen dem

für 2^h erhaltenen und dem kleinern der zwei übrigen Werthe gleichsetzte, und es sind die Jahresmittel dieser neuen Bestimmungen, welche ich dem frühern Werthe für 1874 in der Columne V der Tab. II als Wiener-Variationen folgen liess. Von diesen neuen Werthen benutzte ich nunmehr die den zehn Jahren 1878—87 entsprechenden um, analog wie es oben für Greenwich geschehen ist, die Constanten der 1 auch für Wien zu ermitteln, — erhielt so die beiden Normalgleichungen $70{,}85 = 10 \,.\, a + 373{,}3 \,.\, b$ und $2842{,}953 = 373{,}3 \,.\, a + 19199{,}51 \,.\, b$ und aus diesen die wahrscheinlichsten Werthe

$$a = 5{,}666 \qquad b = 0{,}038$$

folglich für Wien die definitive Variationsformel

$$V' = 5',67 + 0{,}038 \,.\, r \qquad (9$$

nach welcher die in Tab. II eingetragenen Werthe V' berechnet sind. Die Differenzen $V - V'$, welche für 1878—87 den Mittelwerth $\pm 0{,}35$ ergeben, sind wenig grösser als die für Greenwich erhaltenen und lassen die 6 als eine befriedigende Darstellung der Wiener-Variationen erscheinen. Da sich für Wien aus den 10 Jahrgängen 1878—87 der Mittelwerth $^1/_{10}\, \Sigma\, V = 7{,}085$, somit $^1/_{10}\, \Sigma\, V - 0{,}045 \times 37{,}33 = 5{,}42$ ergibt, so entspricht der Greenwicher-Formel 4 die Wiener-Formel

$$V'' = 5{,}42 + 0{,}045 \,.\, r \qquad (7$$

welche nahe mit der provisorischen Formel 5 übereinstimmt, und die ebenfalls in Tab. II eingetragenen Werthe V'' ergibt. Die Differenzen $V - V''$, welche für 1878—87 den Mittelwerth $\pm 0{,}47$ zeigen, sind merklich grösser als die 6 entsprechenden; aber immerhin erzeigt sich auch für Wien jener mittlere Factor 0,045 als nicht unbrauchbar.

Eine mich gegenwärtig, soweit es die Redaction meines neuen Handbuches erlaubt, beschäftigende Untersuchung hat mich unter anderm veranlasst, die in Nr. LXI,

LXIII u. LXX gegebenen 11 Reihen der ausgeglichenen Variationen so weit möglich bis auf die Gegenwart zu verlängern, und ihnen eine entsprechende 12. Reihe für Wien beizufügen. Ich glaube auch andern Forschern einen Dienst zu erweisen, wenn ich ihnen die Mühe erspare diese ziemlich langweilige und zeitraubende Arbeit selbst ausführen zu müssen, d. h. die erhaltenen Zahlen hier folgen lasse:

I. London (Greenwich).

NB. Für die ältern Reihen vergleiche die Mittheilung LXI.

Jahr	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	Mittel
1877	—	—	—	—	—	—	6,82	6,80	6,83	6,87	6,89	6,90	—
78	6,89	6,84	6,84	6,82	6,77	6,77	6,79	6,76	6,72	6,67	6,65	**6,65**	6,76
79	6,65	6,70	6,73	6,76	6,82	6,84	6,86	6,92	7,00	7,14	7,27	7,34	6,92
80	7,39	7,38	7,45	7,65	7,82	7,93	8,03	8,14	8,26	8,33	8,39	8,57	7,94
81	8,72	8,90	9,03	9,03	9,05	9,11	9,17	9,19	9,19	9,25	9,35	9,35	9,11
1882	9,17	9,02	8,93	8,91	8,89	8,84	8,77	8,80	8,83	8,78	8,67	8,64	8,85
83	8,80	8,93	8,96	9,07	9,17	9,21	9,27	9,33	9,44	9,61	9,73	**9,84**	9,28
84	**9,84**	9,77	9,75	9,70	9,68	9,70	9,71	9,61	9,45	9,28	9,19	9,15	9,57
85	9,15	9,23	9,22	9,08	8,96	8,88	8,87	8,95	8,97	8,93	8,88	8,79	8,99
86	8,63	8,49	8,36	8,31	8,35	8,41	8,37	8,32	8,26	8,12	8,02	7,97	8,30
87	7,98	7,99	8,00	7,98	7,88	7,83	—	—	—	—	—	—	—

II. Mannheim.

NB. Für die älteren Reihen vergleiche die Mittheilung LXI, — neuere sind meines Wissens nicht vorhanden.

III. Paris.

NB. Für die ältern Reihen vergleiche die Mittheilung LXI.

Jahr	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	Mittel
1882	—	—	—	—	—	—	8,54	8,58	8,53	8,48	8,35	8,14	—
83	8,03	7,92	7,88	8,05	8,22	8,28	8,30	8,44	8,71	8,92	9,05	**9,17**	8,41
84	9,16	9,16	9,00	8,98	8,98	9,00	9,01	8,89	8,71	8,55	8,41	8,31	8,85
85	8,17	8,28	8,23	8,05	7,90	7,78	7,79	7,87	7,91	7,88	7,81	7,68	7,95
86	7,52	7,42	7,32	7,27	7,19	7,15	—	—	—	—	—	—	—
1888	—	—	—	—	—	—	7,68	7,55	7,47	7,41	7,37	7,32	—
89	7,26	7,21	7,19	7,18	7,18	7,20	—	—	—	—	—	—	—

IV. Göttingen.

NB. Für die ältern Reihen vergleiche die Mittheilung LXI, — neuere sind meines Wissens nicht vorhanden.

V. Mailand.

NB. Für die ältern Reihen vergleiche die Mittheilung LXI.

Jahr	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	Mittel
1883	—	—	—	—	—	—	8,74	8,89	9,09	9,26	9,35	**9,38**	—
84	9,34	9,22	9,18	9,14	9,08	9,09	9,05	8,87	8,64	8,41	8,28	8,27	8,88
85	8,30	8,35	8,34	8,22	8,07	7,98	7,95	7,97	7,97	7,92	7,84	7,62	8,04
86	7,52	7,29	7,14	7,03	6,91	6,78	6,71	6,64	6,53	6,43	6,42	6,48	6,82
1887	6,56	6,62	6,60	6,52	6,53	6,58	6,58	6,52	6,50	6,46	6,38	6,34	6,52
88	6,26	6,19	6,25	6,31	6,28	6,23	6,16	6,14	6,14	6,13	6,14	6,11	6,19
89	6,10	6,06	6,03	**6,00**	6,01	6,02	6,09	6,18	6,27	6,32	6,29	6,27	6,14
90	6,28	6,25	6,22	6,34	6,48	6,52	—	—	—	—	—	—	—

VI. Prag.

NB. Für die ältern Reihen vergleiche die Mittheilung LXI.

Jahr	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	Mittel
1883	—	—	—	—	—	—	8,17	8,16	8,16	8,26	8,38	**8,44**	—
84	8,41	8,30	8,28	8,29	8,27	8,26	8,28	8,20	8,03	7,82	7,67	7,64	8,12
85	7,69	7,78	7,78	7,67	7,72	7,69	7,69	7,78	7,88	7,89	7,83	7,67	7,76
86	7,47	7,37	7,28	7,20	7,18	7,21	7,17	7,11	7,01	6,92	6,87	6,82	7,13
1887	6,77	6,71	6,68	6,64	6,57	6,52	6,50	6,45	6,44	6,45	6,45	6,46	6,55
88	6,46	6,44	6,43	6,45	6,47	6,47	6,48	6,29	6,23	6,21	6,18	6,14	6,35
89	6,07	6,04	6,05	6,03	6,01	**6,00**	6,02	6,14	6,23	6,23	6,22	6,23	6,11
90	6,26	6,24	6,21	6,24	6,12	6,16	—	—	—	—	—	—	—

VII. München.

NB. Für die ältern Reihen vergleiche die Mittheilung LXI.

Jahr	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	Mittel
1882	—	—	—	—	—	—	8,49	8,47	8,38	8,29	8,12	8,03	—
83	8,15	8,24	8,22	8,28	8,34	8,33	8,41	8,58	8,81	9,00	9,13	9,18	8,56
84	9,12	9,13	**9,25**	9,23	9,15	9,12	9,09	8,85	8,56	8,30	8,15	8,12	8,84
85	8,15	8,08	7,89	7,72	7,64	7,62	7,63	7,72	7,82	7,81	7,74	7,58	7,78
86	7,39	7,26	7,17	7,10	7,03	7,00	—	—	—	—	—	—	—

VIII. Rom.

NB. Für die ältern Reihen vergleiche die Mittheilung LXI, — neuere sind meines Wissens nicht vorhanden.

IX. Christiania.

NB. Für die ältern Reihen vergleiche die Mittheilung LXIII.

Jahr	I		III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	Mittel
1883	—	—	—	—	—	—	7,54	7,71	7,89	7,89	8,07	**8,18**	—
84	8,17	8,04	8,00	8,01	7,99	7,99	7,95	7,77	7,55	7,42	7,31	7,26	7,79
85	7,34	7,40	7,32	7,20	7,11	7,07	7,10	7,21	7,30	7,27	7,21	7,09	7,22
86	6,90	6,86	6,85	6,78	6,64	6,48	6,34	6,15	5,87	5,64	5,51	5,42	6,29
1887	5,41	5,39	5,26	5,14	5,17	5,25	5,27	5,26	5,32	5,36	5,37	5,44	5,30
88	5,48	5,46	5,51	5,57	5,51	5,45	5,42	5,40	5,36	5,30	5,29	5,20	5,41
89	5,17	5,14	5,15	5,14	5,13	5,11	5,11	5,18	5,25	5,31	5,30	5,24	5,19
90	5,22	5,14	**5,09**	**5,09**	5,12	5,22	—	—	—	—	—	—	—

X. Batavia.

NB. Für die ältern Reihen vergleiche die Mittheilung LXIII; den sämtlichen Variationen kömmt strenge genommen das negative Zeichen zu.

Jahr	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	Mittel
1884	—	—	—	—	—	—	3,82	3,81	3,81	3,75	3,67	3,58	—
85	3,56	3,55	3,52	3,51	3,52	3,52	3,54	3,49	3,42	3,38	3,35	3,39	3,48
86	3,39	3,34	3,36	3,37	3,34	3,32	3,25	3,20	3,21	3,22	3,21	3,16	3,28
87	3,07	3,02	2,96	2,96	2,98	3,01	3,08	3,17	3,17	3,12	3,11	3,10	3,06
88	3,09	3,05	3,02	3,00	2,97	2,94	—	—	—	—	—	—	—

XI. Klausthal.

NB. Für die ältern Reihen vergleiche die Mittheilung LXX, — neuere sind meines Wissens noch nicht publicirt worden.

XII. Wien.

Jahr	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	Mittel
1864	—	—	—	—	—	—	6,26	6,22	6,24	6,28	6,33	6,25	—
65	6,14	6,14	6,18	6,23	6,22	6,23	6,33	6,40	6,32	6,19	6,10	6,05	6,21
66	6,01	5,90	5,77	5,68	5,64	5,65	5,63	5,55	5,51	5,50	5,45	**5,42**	5,64
67	5,46	5,55	5,52	5,50	5,55	5,59	5,59	5,60	5,69	5,89	6,05	6,13	5,68
68	6,19	6,31	6,45	6,54	6,62	6,75	6,84	6,91	6,95	6,99	7,15	7,42	6,76

Jahr	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	Mittel
1869	7,69	7,84	8,01	8,20	8,31	8,32	8,33	8,43	8,64	8,91	9,15	9,30	8,43
70	9,42	9,65	9,81	9,97	10,17	10,30	10,36	**10,37**	10,35	10,34	10,26	10.22	10,11
71	10,22	10,16	10,13	10,05	9,92	9,89	—	—	—	—	—	—	—
74	—	—	—	—	—	—	6,82	6,78	6,75	6,67	6,58	6,51	—
75	6,41	6,31	6,21	6,11	6,09	6,14	6,25	6,23	6,15	6,08	5,94	5,86	6,15
1876	5,92	5,97	5,96	5,99	6,03	6,02	5,97	5,98	5,99	5,94	5,95	5,97	5,97
77	5,96	5,93	5,91	5,86	5,81	5,78	5,71	5,63	**5,62**	5,65	5,69	5,75	5,77
78	5,78	5,80	5,83	5,75	5,73	5,72	5,83	5,92	6,00	6,05	6,09	6,12	5,88
79	6,11	6,15	6,20	6,27	6,33	6,34	6,31	6,27	6,22	6,21	6,21	6,17	6,23
80	6,14	6,11	6,14	6,25	6,40	6,48	6,56	6,68	6,83	6,96	7,07	7,22	6,57
1881	7,44	7,59	7,67	7,70	7,72	7,82	7,91	7,85	7,82	7,77	7,82	7,81	7,74
82	7,65	7,54	7,51	7,53	7,61	7,64	7,56	7,56	7,55	7,58	7,54	7,53	7,57
83	7,65	7,80	7,81	7,84	7,80	7,72	7,71	7,78	7,85	8,01	8,07	**8,09**	7,85
84	8,03	7,94	7,94	7,92	7,87	7,86	7,85	7,78	7,64	7,45	7,48	7,48	7,77
85	7,58	7,68	7,67	7,57	7,54	7,55	7,57	7,66	7,75	7,76	7,69	7,50	7,63
1886	7,26	7,02	6,94	6,89	6,89	6,89	6,90	6,92	6,88	6,79	6,73	6,72	6,90
87	6,77	6,85	6,89	6,89	6,84	6,80	6,78	6,70	6,67	6,70	6,70	6,70	6,77
88	6,72	6,66	6,65	6,64	6,65	6,62	6,55	6,44	6,32	6,27	6,26	6,23	6,50
89	6,17	6,08	6,06	6,04	6,01	6,02	6,01	6,04	6,10	6,09	6,05	6,02	6,06
90	6,01	**5,99**	**5,99**	6,08	6,07	6,10	—	—	—	—	—	—	—

Mir vorbehaltend einige aus diesen Reihen gezogenen Folgerungen in einer nächsten Nummer mitzutheilen, lasse ich nunmehr eine Note folgen, welche mir Herr Alfred Wolfer, in Betreff seiner »Beobachtung der partialen Sonnenfinsterniss am 16. Juni 1890« übergeben hat. Herr Wolfer schreibt:

»Die Finsterniss ist hier am 16 cm Refractor von mir, am kleinern Fernrohr von 75 mm Oeffnung, das auf der Terrasse aufgestellt ist, von Herrn Messerschmitt beobachtet worden.

»Ich beabsichtigte, am Refractor die beiden Contacte mittelst des Spectroscopes bei tangential zum Sonnenrande gestelltem Spalte in der Weise zu beobachten, welche im Jahre 1872 von Prof. Lorenzoni zuerst vor-

geschlagen und ausgeführt worden ist und den Vortheil gewährt, dass der Mond schon ausserhalb des eigentlichen Sonnenrandes, nämlich von dem Augenblicke an sichtbar wird, wo er sich auf die Chromosphäre projicirt. Lässt man dann den geöffneten Spalt etwas über den Sonnenrand nach dem Centrum hin übergreifen, so erscheint in der für die Beobachtung gewählten Absorptionslinie — am besten der *C* Linie — das Absorptionsbild des Sonnenrandes als ein schmales dunkles Kreissegment, das um so deutlicher hervortritt, je mehr die Intensität des Sonnenspectrums durch Dispersion und Ocularvergrösserung herabgesetzt wird; auf jenem Segmente liegt die Chromosphäre als schmales rothes Band und die Beobachtung der Contacte von Sonne und Mond besteht dann wie bekannt darin, je den Moment aufzufassen, wo jenes dunkle Segment vom Monde berührt wird, wo also die Chromosphäre bei eintretendem Monde zum ersten Mal in zwei Theile zerschnitten, bei austretendem Monde zum ersten Mal wieder als ununterbrochener dünner Faden erscheint.

»Das angewandte Instrument ist ein geradsichtiges Merz'sches Sonnenspectroscop mit 15 Prismen und einem Ocular, das für das Gesammtsystem Refractor-Spectroscop eine 120fache Vergrösserung gibt. Benutzt wurde wie immer die volle Oeffnung des Refractor-Objectives.

»Eine Stunde vor Beginn der Finsterniss war der Sonnenrand nach Protuberanzen abgesucht worden, weil das Vorhandensein solcher an den Stellen, wo Ein- und Austritt stattfinden mussten, namentlich die Beobachtung des Eintrittes ganz wesentlich erleichtert haben würde; der Sonnenrand war indessen an beiden Orten frei, die Chromosphäre hatte ihre normale Höhe von 8—10 Bogensekunden.

»Leider ist die Beobachtung des Eintrittes nicht in erwünschter Weise gelungen; zu jener Zeit hatten sich in der Nähe der Sonne ziemlich dichte Cirrusschleier gesammelt, welche ein so intensives Luftspectrum erzeugten, dass die Chromosphäre selbst bei ganz eng gestelltem Spalte völlig unsichtbar blieb. Befriedigend gelang dagegen die Beobachtung des Austrittes, wo der Himmel in der Umgebung der Sonne vollkommen frei war und das Bild der Chromosphäre in der *C* Linie bei circa 15″ Spaltöffnung sich hell und scharf vom dunkeln Grunde abhob; es war leicht sich zu überzeugen, dass unter solchen günstigen äussern Umständen die Beobachtung der oben bezeichneten Momente an und für sich keine Schwierigkeit hat.

»Folgendes sind die Resultate:

»Für den Moment, wo die beiden Theile der Chromosphäre sich wieder vereinigten und also die Berührung des Mondes mit dem dunkeln Segmente stattfand, erhielt ich

$23^h\ 24^m\ 6^s.2$ M. Z. Zürich.

Ausserdem ist noch der Moment beobachtet, wo die Chromosphäre an der Austrittstelle zum ersten Mal wieder überall in gleicher Höhe erschien, wo sie also durch den Mond von aussen berührt wurde, nämlich

$23^h\ 24^m\ 16^s.0$ M. Z. Z.

»Herr Messerschmidt hat Ein- und Austritt in gewöhnlicher Weise am kleinen Fernrohr mit einem Ocular von 64facher Vergrösserung und unter Anwendung eines neutralen Sonnenglases beobachtet und dabei die Resultate

Eintritt $20^h\ 45^m\ 38^s.6$ M. Z. Z. Bild mittelmässig,
Austritt 23 23 48.3 „ „ wallend,

erhalten.«

Als der nachmals als Geologe so berühmt gewordene Bernhard Studer von Bern im Jahre 1816, wo er bereits designirter Lehrer der Mathematik an der sog. „grünen Schule“ seiner Vaterstadt war, auf Urlaub nach Göttingen kam um sich noch weiter in der Mathematik und den Naturwissenschaften auszubilden, traf er daselbst mit Peter Merian von Basel zusammen, der schon im Jahre zuvor zu demselben Zwecke diese berühmte Universität bezogen und bereits im Sommer 1815 bei Gauss „Elemente der Astronomie“ gehört hatte. Studer erbat sich nun von Merian die Erlaubniss, dessen musterhaft geführtes, wenn auch natürlich keineswegs auf eine vollkommene Darstellung des Vortrags Anspruch machendes Collegienheft copiren zu dürfen, — bewahrte das so entstandene Manuscript, welches volle 181 eng geschriebene Quartseiten hält, und dem er unter der Ueberschrift »Bemerkungen und Zusätze zu Gauss theoria motus etc.« noch weitere 49, nach Papier und Tinte ganz damit übereinstimmende, jedenfalls auch in Göttingen und zwar in Folge einer im Wintersemester 1816/7 selbst bei Gauss gehörten Vorlesung geschriebene Quartseiten beibinden liess, während fast Dreivierteljahrhunderten sorgfältig auf, — und verordnete in einem Codicill zu seinem Testamente, dass dasselbe nach seinem Tode an mich zu Handen der von mir auf der eidgen. Sternwarte angelegten historischen Sammlung übergeben werde, wo es nun zu Ehren aller drei Mitwirkenden eine bleibende Stätte erhalten soll. — Viele andere Arbeiten erlaubten mir früher nicht, über dieses werthvolle Geschenk nähern Bericht zu erstatten; aber jetzt will ich wenigstens als eine erste Probe mittheilen, wie Gauss seine Vorlesung einleitete und auch seine dieser Einleitung folgende, so-

wohl um der getroffenen Auswahl als um der beigefügten Bemerkungen willen, höchst interessante Uebersicht der astronomischen Literatur beigeben, — mir vorbehaltend später noch einige andere Partien folgen zu lassen, welche mir noch gegenwärtig allgemeineres Interesse zu haben scheinen. — Der Eingang des mir vorliegenden Manuscriptes lautet wörtlich wie folgt:

»Es ist wohl keine Wissenschaft wo das Dillettanten Studium vom gründlichen so verschieden ist, als in der Astronomie. Mathematische Behandlung fällt beim Dilettanten ganz weg, da man hingegen bei einer gründlichen Behandlung derselben sich bei manchem nicht so lange aufhalten kann, was dem Dilettanten wichtiger scheint, oder doch dasselbe bloss als Nebensache betrachten muss. So z. B. wird die Astrognosie uns nicht aufhalten.

»Die sämmtlichen Himmelskörper, insofern wir von ihnen gründliche und zusammenhängende Kenntnisse haben, machen den Gegenstand der Astronomie aus. Die Sonne, der Mond, die Erde nebst den 10 Planeten, ihren Monden, der Saturnsring, und Cometen sind bis jetzt die interessantesten Gegenstände der Astronomie. Ausserdem beschäftigt sie sich auch mit den Fixsternen. Von allen diesen Weltkörpern gehört in die Astronomie was wir wissen, nicht aber was wir vermuthen, und zwar nur was wir gründlich wissen, die Einzelheiten nicht ausgeschlossen. Hypothesen sind nur untergeordnet. Der Gegenstand der Astronomie wird also hauptsächlich das sein was der mathematischen Behandlung fähig ist: Grösse, Gestalt, Stellung und hauptsächlich die Veränderung der Stellung der Himmelskörper. Einige Astronomen haben selbst die Astronomie nur als Wissenschaft der Bewegung

der Himmelskörper definirt, was aber für den gegenwärtigen Stand derselben zu enge wäre. Vor der Entdeckung der Fernröhren konnte diese Definition noch gelten. — Wenn nun auch die Bewegungen der Himmelskörper nicht der einzige Gegenstand der Astronomie sind, so ist es aber doch der hauptsächlichste. Alle andern Gegenstände mögen sich daher bei der auf die Bewegung der Himmelskörper gegründeten Eintheilung einschalten.

»In Rücksicht der Bewegung der Weltkörper zerfällt die Wissenschaft in drei Haupttheile: Wir müssen wissen I was für Bewegungen die Himmelskörper haben, — II was die Ursachen dieser Bewegungen sind, — III was sie für Folgen haben. — Man kann fragen welches die natürliche Ordnung ist in der diese drei Theile können abgehandelt werden. Wenn es Zweck wäre nur die Astronomie zu wissen, so wäre die aufgezählte die natürlichste Ordnung. Aber man will die Wissenschaft nicht bloss wissen, man will auch von ihr überzeugt sein, man will den Gang der Begründung derselben kennen. Mehrere Astronomen, besonders Lacaille, haben eine solche Ordnung befolgt und sie hat den Vortheil einen klaren Begriff der Wahrheit zu geben. Die Ueberzeugung wird aber vollständig wenn man mit dem letzten der genannten Theile anfängt. Dabei hat die Wissenschaft selbst mehr Interesse, wenn man dieselbe behandelt wie sie hätte erfunden werden können, wenn sie auch nicht so erfunden worden ist. Die nähere Untersuchung der drey Fragen welche wir aufgestellt haben macht den Gegenstand aus I der theorischen, II der physischen, III der sphärischen Astronomie, — wenigstens kommt die Untersuchung mit den Gegenständen, die man unter diesen drei Abtheilungen der Astronomie zu bringen pflegt grossentheils überein.

»Unsere Ordnung ist also dass wir von den Erscheinungen den Anfang machen, die man wohl als Gegenstand der sphärischen Astronomie angiebt. Die sphärische Astronomie beschäftigt sich allerdings blos mit den scheinbaren Bewegungen ohne sich um die Gründe zu bekümmern, und mit den Gegenständen die davon unmittelbar abhängen. Allein die sphärische Astronomie beschäftigt sich keineswegs mit allen scheinbaren Bewegungen. Die scheinbaren Bewegungen sind nehmlich eine Combination der wirklichen Bewegung der Himmelskörper und der Bewegung unsers Standpunktes selbst. Die Bewegungen unsers Standpunktes sind aber zweyfach, um die Erdachse und um die Sonne. Die scheinbaren Bewegungen, die ihren Grund in der Bewegung um die Erdachse haben, machen den Gegenstand der sphärischen Astronomie aus, da man hingegen diejenigen, die ihren Grund in der jährlichen Bewegung haben, davon ausschliesst und zur theorischen rechnet, indem diese letztern Erscheinungen mit der Erklärung der scheinbaren Bewegungen zu genau zusammenhängen, um füglich davon abgesondert werden zu können, und eben diese Erklärung den Gegenstand der theorischen Astronomie ausmacht.

»Im gemeinen Leben verbinden wir dem Wort scheinbar den Begriff dass ein Irrthum damit verbunden sey. Man versteht aber in der Astronomie blos was in die Sinne fällt damit, das eingemischte Urtheil mag wahr oder falsch seyn. Ein ähnlicher Irrthum kann beim Wort physisch entstehen, welches man für denjenigen Theil der Astronomie braucht, welcher sich mit ihrem höhern Theil, mit den Ursachen der Bewegung, beschäftigt. Viele Schriftsteller verstehen darunter blos den Gegenstand des äussern Ansehens der Planeten und andern

Himmelskörper. Biot versteht noch etwas anderes darunter: Seine Astronomie physique ist bloss Astronomie, so dass das Wort physique schicklich hätte wegbleiben können.

»Wir werden also zuerst die sphärische Astronomie behandeln, welche zugleich auch die mehr ins Auge fallenden Bewegungen enthält, weil wie gesagt die Bewegungen welche von der täglichen Umdrehung der Erde abhängen ihren Gegenstand ausmachen. Dann werden wir die feinern Bewegungen betrachten, die von der jährlichen Bewegung der Erde abhängen und den Gegenstand der theorischen Astronomie ausmachen. Wir werden diese beyden Theile der Astronomie in allen Stücken durchgehen, um bey weiterm Studium derselben nirgends mehr Anstoss zu finden, und dann noch den Vorhof der physischen Astronomie betreten, deren vollständige Entwicklung mehr Zeit erfordern würde, und überhaupt für einen öffentlichen Vortrag nicht geeignet ist. Von den sogenannten Hülfskenntnissen, welche im Anfange mancher Astronomie theilweise abgehandelt werden, werden wir bloss die sphärische Trigonometrie, zum Theil nach neuen Darstellungen, auseinander setzen.*)

---

*) Unvorgreiflich spätern Mittheilungen mag die Bemerkung folgen, dass Gauss bei seinem Vortrage dem hier angedeuteten Gange wirklich treu blieb, — seiner Einleitung zunächst eine kurze sphärische Trigonometrie folgen liess, — dann die sphärische Astronomie (Instrumente, Tägliche Bewegung, Lehre von der Zeit, Gestalt und Grösse der Erde, Parallaxe, Refraction) ziemlich einlässlich abhandelte, — dieser die theorische Astronomie (Weltsysteme, Planetentafeln, Uebersicht des Sonnensystemes, Aberration und Nutation) ebenfalls einlässlich anschloss, — dagegen das Semester zu Ende ging, ehe er seine

»Der Hauptzweck und Hauptnutzen der Astronomie ist die Erkenntniss der Wahrheit selbst. Allein auch für unsere physische Existenz hat diese Wissenschaft nicht geringen Nutzen. Die grosse Menge von abergläubischen Vorstellungen, welche man sich bey gewissen Himmelserscheinungen machte, sind grossentheils durch die Verbreitung dieser Wissenschaft verschwunden. Ein zweyter Nutzen ist gleichsam so allgemein ausgebreitet dass wir wirklich kaum mehr denken dass wir diese Vortheile der Astronomie zu danken haben, nehmlich die Eintheilung der Zeit. Und zwar ist der Nutzen in dieser Rücksicht dreyfach: Zuerst die Eintheilung in grössere Zeiträume, in Jahre und Monate, denn ehe die Astronomie verbreitet war herrschten in dieser Rücksicht grosse Irrthümmer und Verwirrung in der bürgerlichen Gesellschaft. So theilte Romulus das Jahr in 10 Monate zu 30 Tagen ab. Numa fügte nun zwar noch 2 Monate hinzu, allein er liess das Jahr aus 12 Monaten bestehen, so dass man während einem langen Zeitraume genöthigt war Monate einzuschalten, in welchem Stücke grosse Unordnung statt hatte. Cäsar machte endlich diesem Unwesen ein Ende, so dass wir diese Vortheile nunmehr nicht genugsam erkennen können. Diese Abtheilung in grosse Zeiträume erfordert selbst, wenn sie auf lange Zeit haltbar seyn soll, sehr feine astronomische Kenntnisse. In Rücksicht der Eintheilung der Zeit biethet die Astronomie einen zweyten Nutzen der Chronologie. Die Vereinigung der verschiedenen Zeitrechnungen, in welchen in ältern Zeiten

---

Zuhörer in jenen Vorhof der physischen Astronomie einführen konnte. Grössere analytische Entwicklungen vermied Gauss, dagegen streute er überall zahlreiche historische und litterarische Notizen ein.

grosse Verwirrung herrschte, verdankt man ganz allein der Astronomie. Dieser Gegenstand ist selbst jetzt noch nicht erschöpft. Der dritte Nutzen ist die Abtheilung der Zeit in kleinere Zeiträume und Abtheilungen. Freilich ist man gegenwärtig darin so weit fortgeschritten, dass man auch den Vortheil nicht genugsam erkennt. In ältern Zeiten wo man genaue Abmessungen bloss nach Sonnenuhren zu machen genöthigt war, war der unmittelbare Nutzen der Astronomie freilich einleuchtender. Die Römer zeigen sich auch hier als ziemlich unwissend; denn erst 300 v. Chr. wurde die erste Sonnenuhr durch Papirius Cursor aus Sicilien nach Rom gebracht. Auch noch heut zu tag muss die Berichtigung unserer ziemlich vollkommenen Uhren nach astronomischen Beobachtungen vorgenommen werden. Eine andere Anwendung von höchstem Nutzen ist die auf Geographie und Schiffarth, Wissenschaften die ihren gegenwärtigen Standpunkt grösstentheils der Astronomie zu verdanken haben. Für Bestimmung der Lage der Orte in grössern Ländern ist Astronomie gegenwärtig das einzige Mittel. Aufnahmen kleiner Länder können freylich bloss durch Operationen praktischer Geometrie geschehen, allein auch hier laufen beim Mangel astronomischer Kenntnisse manche Irrthümmer unter. Die Fortschritte endlich der neuern Schiffarth zeigen den ausserordentlichen Gewinn, der aus der Anwendung der Astronomie erspriesst. In ältern Zeiten wäre z. B. eine Weltumseglung in einem kleinern Zeitraume als einem Jahr, welche gegenwärtig mit astronomischen Kenntnissen sehr leicht möglich ist, ein unerhörtes Phänomen gewesen.

»*Astronomische Literatur.*

»Hier werden nur diejenigen Schriften angeführt, welche auf Astronomie im Allgemeinen Bezug haben.

»1. Astronomische Bücherkenntniss.

Bibliographie astronomique par Lalande. Paris 1803. 4° —

gibt bloss Titel der Bücher an. Lalande macht in der Genauigkeit der Bearbeitung dieses Fachs bei den Franzosen eine rühmliche Ausnahme. Wenn auch manche ausländische Werke, namentlich deutsche ihm entgangen sind, so ist doch das Werk von grosser Vollständigkeit und Brauchbarkeit.

»2. Geschichte der Astronomie. — Kein Theil des menschlichen Wissens bietet in dieser Rücksicht so viel Interesse dar als die Astronomie. Beinahe nie hat diese Wissenschaft Rückschritte gemacht. Wir haben vortreffliche Bearbeitungen dieses Gegenstandes in

Histoire de l'Astronomie moderne par Bailly. Paris 1779, 3 Bde. in 4°.

Ein Deutscher würde freilich diesen Gegenstand mit mehr Erudition behandelt haben, doch in Rücksicht der Darstellung der Entdeckung und Wahrheit hat das Werk grosse Vorzüge. Seit der Herausgabe dieses Werkes hat die Wissenschaft freilich Fortschritte gemacht und es fehlt uns noch an einer guten Darstellung derselben. Die Histoire de l'Astronomie depuis 1780 par Voiron ist von untergeordnetem Werth. Für das fruchtbare letzte Decennium ist sehr brauchbar

Versuch einer geschichtlichen Darstellung der Fortschritte der Sternkunde im verflossenen Decennio von B. v. L(indenau). Gotha 1811. 8°.

Er erschien auch theilweise in der Monatlichen Correspondenz. — Sehr empfehlenswerth in jeder Rücksicht ist die Geschichte der Astronomie, insofern sie einen Theil der Geschichte der Mathematik ausmacht, in der

Histoire des Mathématiques par Montucla. 2. Aufl. Paris 1799, 4 Theile. 4°.

enthalten. In den zwey ersten Bänden wird die Geschichte der Astronomie bis gegen das 18. Jahrhundert abgefasst, und auf eine äusserst lehrreiche Art. Die Fortsetzung von Lalande ist freilich nicht ganz im Geiste von Montucla; der Styl ist weit einfacher, bisweilen nur Notizenstyl. Allein das Geschichtliche der Astronomie bis ans Ende des 18. Jahrhunderts ist sehr vollständig dargestellt. — Kleinere Abrisse der Geschichte der Astronomie hat man mehrere.

»3. Lehrbücher der Astronomie. — Aeltere Werke führen wir hier nicht an, weil wir bloss die Werke, welche am brauchbarsten sind, berühren wollen.

Astronomie par Lalande. 3e édit. Paris, 1792, 3 Vol. in 4°.

Zu seiner Zeit beinahe in jeder Richtung empfehlenswerth. Die meisten der jetzt lebenden Astronomen verdanken ihre Bildung diesem Werke. Die Vorzüge desselben sind erstlich grosse Vollständigkeit; wo nähere mathematische Beleuchtung nothwendig ist, führt er sorgfältig Quellen an. Die Vollständigkeit erstreckt sich auch über praktische Astronomie, in welcher Rücksicht es bis jetzt das vollständigste Werk ist. Für die damalige Zeit enthält sie alle neusten Resultate. Die Zahlangaben sind aufs genauste, was namentlich daher kömmt dass Lalande selbst in der Astronomie gearbeitet hat. Man konnte damals sicher sein das beste darin zu finden. Freilich ist für uns dieser Vortheil gesunken. Der Mangel den man seiner Astronomie vorgeworfen hat ist Unordnung, allein dieser Vorwurf ist oft ungegründet, obgleich sich freilich für das erste Lehrbuch, das es aber nicht seyn

sollte, an der Ordnung ändern liesse. Ein zweyter gegründeter Vorwurf ist, dass er zu wenig mathematische Kenntnisse voraussetzt, und in dieser Rücksicht nicht sehr tief eindringt. Allein auch dieser Nachtheil wird durch sorgfältige Angabe der Quellen sehr vermindert. Da in den 23 Jahren seit der letzten Herausgabe die Astronomie beträchtliche Fortschritte gemacht hat, ist freilich für uns dieses Werk nicht mehr von dem Vorzug, welchen es zu seiner Zeit hatte. — Das zweite grössere Werk ist

Schubert, Theoretische Astronomie. Erster Theil: Sphärische Astronomie. Zweiter Theil: Theorische Astronomie. Dritter Theil: Physische Astronomie. Petersburg 1798. 4°.

Bloss theoretische Astronomie. Dieses Werk hat vor dem Lalande'schen den Vorzug, dass es in Rücksicht der mathematischen Behandlung ungleich tiefer eindringt, besonders im dritten Theile in Beziehung auf physische Astronomie. Hingegen hat es gar keine literarische Nachweisung; es ist bloss theoretisches Werk, wo die Untersuchungen im allgemeinen abgehandelt werden. Die Zahlangaben haben durchaus keine Autorität. Selbst die mathematische Behandlung ist nicht musterhaft; sie dringt tief ein, allein es fehlt ihr oft an gehöriger Einfachheit und Geschmeidigkeit der Formeln. Man sieht überall dass der Verfasser bloss Theoretiker war; zur Erweiterung mathematischer Kenntnisse gibt es aber überall Anlass.

Astronomie théoretique et practique par Delambre. Paris 1814. 3 Theile. 4°.

Dieses Werk hat Vorzüge vor den beyden ersten, steht ihnen aber in mancher Rücksicht nach. Sie hat vor

Lalande den Vorzug, dass sie tiefer eindringt, und wenn oft die Mathematik nicht so fein ist als die von Schubert, so ist sie doch meistens praktisch anwendbar. Allein man vermisst darin literarische Nachweise; auch seine Zahlangaben sind nachlässiger als die von Lalande. Viele Angaben sind jedoch ungleich besser als die von Schubert. Ein Hauptfehler ist die unerträgliche Weitschweifigkeit und Breite in seiner mathematischen Behandlung. Besonders sieht man diess in demjenigen Theile wo er Gaussens Theoria motus commentirt. Auch sind viele Materien gar nicht behandelt. Physische Astronomie ist ganz ausgeschlossen und praktische äusserst mager. Die Instrumente sind bloss im Allgemeinen beschrieben. Dagegen hat es den Vorzug einer Menge sehr brauchbarer Hülfstafeln, auf deren Genauigkeit man sich bei Delambre immer verlassen kann.

»4. Vornehmste kleinere Werke, mit Ausnahme der frühern.

Exposition du système du monde par Laplace. 4. éd. Paris 1813. 4°.

Dieses Werk ist in einem ganz eigenen Geiste geschrieben. Es gibt uns eine äusserst gedrängte kernhafte Darstellung der wahren Ausbeute der astronomischen Entdeckungen von der Entstehung der Wissenschaft bis auf unsere Zeit. Es schliesst freilich alle Rechnung aus, allein mathematischer Geist herrscht im ganzen Werke, und macht es für Dilettanten nicht ganz geeignet. Wenn man also schon einige Grundlagen in der Wissenschaft hat, wird man es mit grossem Nutzen lesen, Der letzte Abschnitt giebt einen historischen Abriss der Wissenschaft welcher mit der Hand des Meisters entworfen ist. Es hat noch wie Lalande's Astronomie den Vorzug der genausten Zahlangaben.

Leçons élémentaires de l'astronomie géométrique et physique par l'abbé de la Caille. Paris 1755. 8°.
Melanderhielm, Conspectus praelectionum academicarum, continens Fundamenta astronomiae. Holmiae 1779. 2 Tom. 8°.

Beide sind äusserst gründlich und zu ihrer Zeit vortrefflich. Für unsere Zeit sind sie freilich nicht mehr vollständig genug.

Bohnenberger, Astronomie. Tübingen 1811. 8°.

Wohl das beste dieser Art. Empfiehlt sich durch gründliche mathematische Behandlung und besonders durch die Darstellung der physischen Astronomie welche ein Drittheil des Werkes ausmacht. Für seine Grösse äusserst vollständig. Obgleich nicht so ausgedehnt als Schubert enthält es mehrere Resultate die Schubert noch nicht haben konnte.

Astronomie physique par Biot. 2. éd. Paris 1810. 3 Vol. 8°.

Sehr zu empfehlen. Die Materien sind in Rücksicht der Ausführung sehr ungleich behandelt, besonders einige Theile sind sehr ausführlich. In Rücksicht der Mathematik ist es gar nicht seicht und im Praktischen übertrifft es Delambre's Astronomie weit. Doch sind hin und wieder auch einige kleinere Unrichtigkeiten. — Diese beyden Werke sind die gründlichsten, die folgenden nähern sich schon mehr dem Populären.

Lehrbuch der Astronomie von Bürja. Berlin 1794—1806. 5 Bände. 8°.

Hat einen eigenthümlichen Charakter. Es trägt durchaus das Gepräge an sich dass der Verfasser ein Selbstdenker ist und die Dinge aus ganz origineller Ansicht behandelt; oft ist diess gut, doch sehr oft bricht

er auch ab und ist in ganz irrigen Ideen. Z. B. die Lehre der Nutation ist durchaus aus einem falschen Gesichtspunkte betrachtet. Vorzüglich angenehm ist aber dieser Charakter in Hinsicht der Instrumente, wo aus allem das Vorzüglichste herausgezogen ist, und die beygefügten lehrreichen Holzschnitte.

Bede, Erläuterung der Sternkunde. 3. Ausg. Berlin 1808. 2 Bde. 8°.

Empfehlenswerth, obgleich gerade nichts hervorstechendes daran ist.

Schulze, Darstellung des Weltsystems. Leipzig 1811. 8°.

Zeichnet sich vor andern Werken durch die litterarischen Nachweisungen aus, obschon es vielleicht in andern Stücken vor populären Schriften gerade keine Vorzüge hat. Jener Vorzug ist um so lobenswerther da der Verfasser nicht Astronom von Profession ist.

»5. Populäre Schriften.

Schubert, Populäre Astronomie. Petersburg 1804 bis 1810. 3 Bde. 8°.

Die Abtheilung ist wie in seinem grössern Werk. Indessen ist das Werk ganz populär nicht, weil es einige mathematische Vorkenntnisse voraussetzt. Der erste Theil enthält einen sehr lesenswerthen Abriss der Geschichte der Astronomie. Der Styl des ganzen Werkes ist sehr angenehm.

Brandes, Die vornehmsten Lehren der Astronomie deutlich dargestellt in Briefen an eine Freundin. Leipzig 1811—1816. 4 Bde. 8°.

Hierin ist gar keine Mathematik vorausgesetzt. So vortrefflich und gründlich das Werk ist, möchte es doch nicht ganz populär seyn, weil es doch oft tiefes mathematisches Nachdenken erfordert.

»6. Praktische Astronomie. Einige Werke welche auch die Astronomie im Ganzen umfassen, aber aus einem besondern Gesichtspunkt, sind die über Praktische Astronomie und Anleitung zum astronomischen Calcul. Vollständige praktische Astronomien hat man nicht. Ueber einzelne Instrumente werden wir anderswo Gelegenheit haben die sie betreffenden Werke anzuführen.

Rösler's Handbuch der praktischen Astronomie für Anfänger und Liebhaber. Tübingen 1788. 2 Bde. 8°.

Hauptsächlich für Dilettanten. Ist für die Instrumente seiner Zeit und für seinen Zweck vorzüglich.

Rüdiger, Handbuch der rechnenden Astronomie. Leipzig 1796—1802. 3 Bde. 8°.

Pasquich, Epitome elementorum astronomiae. Viennæ 1811. 2 Tom. 4°.

Beyde Werke sind nicht sehr empfehlenswerth, weil sie sich nur auf das Elementarische einschränken, für was sie allerdings brauchbar sind. Das Werk von Pasquich ist gründlich, allein nicht so vollständig als Rüdiger; er ist bisweilen bis zur Pedanterie umständlich in seiner Darstellung. Rüdiger ist mehr Compilation, ohne Beweise. — Viel mehr als in diesen Beyden findet man in der Astronomie von Delambre, welche in dieser Rücksicht unstreitig die vollständigste ist, obgleich manches zu verbessern wäre. Man findet darin wenigstens alle Methoden angegeben, wenn der Verfasser auch nicht immer den vorzüglichsten folgt, wie z. B. bey den Cometenbahnen.

»Es wird hier am Orte seyn auch Werke anzuführen, welche sich über die ganze Astronomie verbreiten, ohne jedoch einen Totalabriss derselben zu geben. Dahin gehören die Schriften der gelehrten Gesellschaften, besonders der

Pariser- und Londoner Societäten. Ausser diesen giebt es einige bloss für Astronomie bestimmte Zeitschriften. Dahin gehören hauptsächlich die astronomischen Kalender, welche alle Jahre heraus kommen. Nicht alle zwar haben diese Nebenabsicht, aber doch die meisten, vorzüglich

Berliner astronomisches Jahrbuch.

Seit 1776. Es enthält Abhandlungen vom ersten Jahrgang bis jetzt.

Connaissance des tems.

Kommt schon lange heraus, allein noch nicht lange mit Abhandlungen; oft fehlen sie ganz.

Effemeridi astronomiche di Milano.

Ausser diesen hat die Astronomie das Glück ein besonderes Journal zu besitzen:

Monatliche Correspondenz zur Beförderung der Erd- und Himmelskunde. Seit 1800 bis Ende 1813.

Gegen Ende durch General v. Lindenau herausgegeben*). Als Fortsetzung soll erscheinen: Astronomische Zeitschrift von Lindenau und Bohnenberger.

»Logarithmische Tafeln welche am empfehlenswerthesten sind. — In jeder Rücksicht ist unstreitig am vorzüglichsten

Tables des logarithmes par Callet.

Namentlich auch durch ihre Wohlfeilheit zu empfehlen.

---

*) Sollte wohl Gauss bei dieser Gelegenheit Zach, dem er in seiner Jugend so Vieles verdankte, und dessen gerade mit der Monatlichen Correspondenz innig zusammenhängende Verdienste um die Astronomie er wiederholt gefeiert hatte, aus kleinlicher Empfindlichkeit (vgl. meine Mittheilung XXXV) absichtlich nicht genannt haben? Es würde diess leider zeigen, dass auch der grosse Gauss recht schwache Seiten hatte.

Die trigonometrischen Tafeln sind von einem sechsmal grössern Umfang als die sonst sehr empfehlenswerthen Vega'schen. Da die neuern Ausgaben stereotypirt sind, so hat diess Werk eine grosse Correctheit. Allein es gibt doch auch in spätern Abdrücken Fehler welche in frühern nicht vorkommen. — Für den Astronomen von Profession der sehr viel rechnet, giebt es freilich noch vorzüglichere Tafeln von Sekunde zu Sekunde, z. B.

Tables of logarithms of all numbers from 1 to 101000, and of the sines and tangents to every second of the quadrant, by Michael Taylor, with a preface by Nevil Maskelyne. London 1792. 4°.

Unter kleinen Tafeln, wenn keine grosse Genauigkeit zu beobachten ist, sind die

Tables des logarithmes par Lalande

wo die letzten Ausgaben ganz fehlerfrei sind, sehr bequem, weil klein. In manchen Fällen reichen sie vollkommen hin, nur muss man beurtheilen können, wo sie hinreichen und wo nicht. Die

Tafeln von Prasse (Pariser-Nachdruck durch Halma)

haben die gleiche Ausdehnung; allein die Einrichtung ist künstlicher um die Tafeln noch in einen kleinern Raum zusammen zu fassen.«

Ich lasse nunmehr noch zwei Nummern der Sonnenfleckenlitteratur folgen, welche schon für LXXVI bereit lagen, aber dort keinen Platz mehr fanden:

622) Sonnenflecken-Beobachtungen auf dem Dartmouth College Observatory in New-Hampshire.

Die Nrs. 201 und 212 der von Freund Gould herausgegebenen Zeitschrift „The astronomical Journal" enthalten folgende von Herrn Edwin B. Frost auf dem Shattuck Observatory des Dartmouth College in Hanover (New-Hampshire) erhaltene Zählungen:

1889		1889		1889		1889		1889	
I 8	0.0	IV 15	0.0	VI 9	0.0	VIII 24	0.0	X 25	0.0
– 18	0.0	– 16	1.1	– 10	0.0	– 25	0.0	– 26	0.0
– 19	0.0	– 17	1.1	– 11	0.0	– 26	1.1	– 31	0.0
– 20	0.0	– 18	0.0	– 13	0.0	– 27	1.1	XI 1	0.0
– 22	0.0	– 19	0.0	– 14	0.0	– 28	1.1	– 4	0.0
– 23	0.0	– 20	0.0	– 15	1.1	– 29	1.1	– 5	0.0
– 25	0.0	– 21	0.0	– 16	2.2	– 30	1.1	– 7	0.0
II 1	1.4	– 22	0.0	– 17	1.6	IX 6	1.1	– 8	0.0
– 4	0.0	– 23	0.0	– 18	1.6	– 8	1.1	– 10	0.0
– 9	0.0	– 26	0.0	– 20	2.6	– 9	0.0	– 14	0.0
– 13	0.0	– 27	0.0	– 21	2.8	– 12	0.0	– 15	0.0
– 14	0.0	– 30	0.0	– 22	2.12	– 13	0.0	– 16	0.0
– 15	0.0	V 3	0.0	– 23	1.15	– 15	0.0	– 17	0.0
– 20	0.0	– 4	0.0	– 27	1.1	– 20	0.0	– 18	0.0
– 21	0.0	– 5	1.1	– 28	0.0	– 21	0.0	– 26	0.0
– 25	1.4	– 6	1.1	– 29	0.0	– 22	0.0	– 29	0.0
– 26	1.6	– 7	1.3	– 30	1.1	– 23	1.1	– 30	0.0
– 28	1.10	– 8	1.7	VII 1	1.1	– 24	1.3	XII 1	0.0
III 1	1.3	– 9	1.3	– 4	0.0	– 25	1.3	– 3	0.0
– 4	0.0	– 11	0.0	– 6	0.0	– 27	1.8	– 4	0.0
– 11	2.5	– 12	0.0	– 8	0.0	– 28	1.5	– 6	0.0
– 13	2.8	– 13	0.0	– 17	2.5	– 29	1.6	– 7	0.0
– 14	2.8	– 14	0.0	– 18	2.7	X 1	1.2	– 9	0.0
– 16	1.2	– 15	0.0	– 19	2.8	– 4	1.1	– 10	0.0
– 21	0.0	– 16	0.0	– 21	1.1	– 5	0.0	– 11	0.0
– 22	0.0	– 17	0.0	– 22	1.1	– 8	0.0	– 12	1.1
– 23	0.0	– 18	0.0	– 23	1.1	– 9	1.1	– 13	0.0
– 24	0.0	– 19	0.0	– 24	1.1	– 10	1.1	– 15	0.0
– 25	0.0	– 22	0.0	– 25	0.0	– 11	0.0	– 16	0.0
– 26	0.0	– 23	0.0	– 26	1.5	– 12	0.0	– 17	0.0
– 29	0.0	– 24	0.0	VIII 2	2.8	– 13	0.0	– 19	1.4
– 30	0.0	– 25	0.0	– 4	1.11	– 14	0.0	– 21	1.5
IV 4	1.1	– 28	0.0	– 6	1.12	– 15	0.0	– 23	0.0
– 5	1.1	– 29	0.0	– 7	1.13	– 16	1.2	– 25	1.3
– 6	1.1	– 31	0.0	– 8	1.7	– 17	1.1	– 27	2.9
– 7	1.1	VI 2	0.0	– 10	3.9	– 18	0.0	– 28	2.9
– 8	1.1	– 3	0.0	– 11	2.9	– 19	0.0	– 31	1.1
– 10	1.1	– 4	0.0	– 12	2.5	– 21	0.0		
– 11	2.4	– 5	0.0	– 16	2.6	– 22	0.0		
– 13	0.0	– 6	0.0	– 22	0.0	– 23	0.0		
– 14	0.0	– 7	0.0	– 23	0.0	– 24	0.0		

623) Jo. Hermanni Becker, Dissertatio academica de maculis solaribus. Rostochii 1723 in 4.

Da ich obbenannte, mir früher unbekannte Dissertation in der Festschrift der mathematischen Gesellschaft in Hamburg,

als auf der dortigen Stadtbibliothek vorhanden, erwähnt fand, so ersuchte ich Herrn Dr. Emil Wohlwill mir über dieselbe zu referiren, und erhielt dann auch wirklich von ihm folgenden, vom 9. Juli 1890 datirten eingehenden Bericht: „Die 52 Seiten umfassende Schrift besteht aus einer historischen und einer pragmatischen Abtheilung, — die erstere wieder aus 2 Kapiteln: 1. historiam de inventione macularum exhibens; 2. historiam phænomenis macularum exhibens, — die zweite dagegen aus 3 Kapiteln: 1. de natura et constitutione macularum; 2. de motu macularum; 3. de usu et applicatione macularum solarium. In keiner dieser Abtheilungen wird auf Einzelnheiten eingegangen. Eigener Beobachtungen aus den Jahren 1720—23 wird auf pag. 14 gedacht; doch finde ich beim Durchsehen der Schrift nirgends eine weitere Erwähnung derselben. Hevelius' Beobachtungen und Ansichten werden vielfach berührt; Hevelius scheint die Autorität zu sein, welcher der Verfasser vorzugsweise folgt; ich möchte jedoch nicht behaupten, dass eigene Ansichten gänzlich fehlen." — Diesem Berichte liess sodann Wohlwill noch folgende, mir neue und ganz interessante Notiz folgen: „Ich benütze diese Gelegenheit um Ihnen mitzutheilen dass ich in dem in London bewahrten Briefwechsel des Hamburger Gelehrten M. Fogel mit H. Oldenburg eine Notiz über die Veranlassung zu den Fogel-Sivers'schen Sonnenflecken-Forschungen gefunden habe. Diese Veranlassung hat unzweifelhaft Picard gegeben, als er bei seiner Reise nach Huenna Hamburg und die Hamburger Gelehrten im Sommer 1671 besuchte: Picard zeigte denselben den Sonnenfleck, den er selbst unmittelbar zuvor beobachtete und theilte ihnen mit (was Fogel als ihm neue Thatsache referirt), dass er seit dem 13. und 14. October 1661 bis 1671 keinen Sonnenfleck gesehen und von Niemand gehört, dass er einen beobachtet habe. An diese Mittheilungen schliessen sich unzweifelhaft die ersten Beobachtungen von Sivers, an denen Fogel theilgenommen." — Ich füge bei, dass nach Poggendorf Martin Fogel (Vogel, Fogelius), der Gymnasialprofessor in Hamburg war, schon 1675 starb, während Heinrich Siverus (vgl. Nr. 7) seine Beobachtungen bis 1690 fortsetzte, an denen spätestens von 1680 hinweg Aug. Vagetius, nachmals Prof. math. Giessen, Theil nahm.

Zum Schlusse füge ich noch eine kleine Fortsetzung des Sammlungs-Verzeichnisses bei:

344) Hälfte eines Piasters. — Geschenk von Frau Anna Zeller-Horner.

Anna Horner (1813—1881) hatte einige Jahre vor ihrem Tode die Freundlichkeit mir die Hälfte eines unter Karl „IV. von Spanien, also wohl gegen das Ende des vorigen Jahrhunderts geprägten Piasters zu übergeben, samt einem Zeddelchen, auf welchem in der mir wohlbekannten Handschrift ihres Vaters zu lesen steht: „Zu diesem Piaster besitzt mein Freund Demetri Iwanowitsch Kosheleff in Kamtschatka die andere Hälfte." — Zur Erklärung füge ich bei, dass Krusenstern und Horner, als sie in den Jahren 1804 und 1805 mit der Nadeshda wiederholt längere Zeit in dem Hafen von St. Peter und Paul lagen, durch den damaligen Gouverneur von Kamtschatka, den General Koscheleff, sehr wohlwollend aufgenommen wurden und sich mit demselben, namentlich aber mit dessen jüngerem Bruder und Adjutanten, dem Lieutenant Koscheleff, innig befreundeten. Letzterer begleitete sie sogar, als „Gesandschafts-Cavalier" des die Expedition als Gesandter am japanischen Hofe begleitenden Kammerherrn v. Resanoff, nach Japan, und sie hätten ihn nachher gern auch nach Europa mitgenommen; aber die Verhältnisse gestatteten es nicht. So mussten sie sich 1805 X 4 von ihrem gewonnenen Freunde trennen, und es war muthmasslich bei diesem Anlass, dass Horner mit ihm den Piaster als Erinnerungszeichen theilte. — Krusenstern, dessen Reisebeschreibung ich diesen Detail entnehmen konnte, fügte (II 129) in einer Note bei: „Mit Schmerz muss ich hinzufügen, dass dieser liebenswürdige junge Mann im Jahre 1807 in Kamtschatka gestorben ist."

345) Voll-Transporteur. — Geschenkt von Prof. Wolf.

Muthmasslich in der ersten Hälfte des vorigen Jahrhunderts und jedenfalls ganz hübsch in Messing ausgeführt, zeigt das Instrumentchen eine Reihe concentrischer Kreise, von welchen der äusserste etwa 13½ cm Durchmesser hält und in Halbgrade eingetheilt ist, — der innerste bei etwa 7 cm Durchmesser dagegen nur in Grade. Auf zwei zwischenliegenden Kreisen von etwa 11¾ und 8 cm Durchmesser sind nur Doppelgrade angemerkt, und zwar auf dem äussern die geraden, auf dem

innern die ungeraden Grade; dabei ist jeder gerade Gradstrich mit dem vorhergehenden und nachfolgenden ungeraden durch eine Transversallinie verbunden, und da überdiess diese sämtlichen Transversalen durch concentrische Kreise in Zwölftel getheilt sind, so kann man den beweglichen Radius auf 5' genau einstellen oder auch dessen Lage auf 5' genau ablesen. — Zum Ueberfluss sind noch innerhalb des innersten Kreises in zwei Gruppen die Centri-Winkel der regelmässigen Vielecke von 3 bis auf 18 Seiten angezeichnet.

346) Photographie der an dem Congresse von 1887 zu Paris versammelten Astronomen. — Geschenkt von Herrn Oberst Emil Gautier in Genf.

Eine Photographie von 32 cm Breite und 20 cm Höhe, welche die Ueberschrift „Congrès astrophotographique international tenu en Avril 1887 à l'Observatoire de Paris pour le levé de la carte du ciel" trägt, und auf welcher in vier Reihen 55 Theilnehmer an dem Congresse abgebildet sind, deren (zum Theil allerdings fast unleserliche) autographische Unterschriften in entsprechender Folge beigefügt wurden. — In der untersten Reihe sieht man von links nach rechts: 1. G. *Rayet*, Dir. Bordeaux; 2. N. C. *Dunér*, Observ. Lund; 3. G. H. van de Sande *Bakhuyzen*, Dir. Leyden; 4. P. J. C. *Janssen*, Dir. Meudon; 5. W. H. M. *Christie*, Dir. Greenwich; 6. A. E. *Mouchez*, Dir. Paris; 7. O. *Struve*, Dir. Pulkowa; 8. A. *Auwers*, Secret. der Berliner Akademie; 9. H. *Faye*, Dir. Bureau des longitudes; 10. Jos. *Bertrand*, Secret. der Académie des Sciences; 11. F. *Tisserand*, Prof. am Collège de France; 12. J. A. C. *Oudemans*, Dir. Utrecht; 13. Ch. *Trépied*, Dir. Boudzaréah in Algier. — Die zweite Reihe enthält: 14. Ch. *Wolf*, Observ. Paris; 15. J. C. *Kapteyn*, Prof. Gröningen; 16. E. B. *Knobel*, Secret. Roy. Astr. Society; 17. . . . ? . . . . . 18. A. *Common*, Deleg. Roy. Astr. Society; 19. H. C. *Russel*, Dir. Sydney; 20. C. W. F. *Peters*, Dir. Clinton; 21. M. *Loewy*, Vicedir. Obs. Paris; 22. F. *Folie*, Dir. Brüssel; 23. E. *Weiss*, Dir. Wien; 24. Is. *Roberts*, Präs. Liverpool Astr. Soc.; 25. . . . ? . . . .; 26. Dav. *Gill*, Dir. Cape of Good Hope; 27. O. *Lohse*, Obs. Potsdam; 28. B. *Hasselberg*, Obs. Pulkowa; 29. F. *Pechüle*, Obs. Kopenhagen. — In der

dritten Reihe stehen: 30. Em. *Gautier*, Dir. Genf; 31. P. *Tacchini*, Dir. Rom; 32. A. *Laussédat*, Dir. Conservatoire des arts et métiers; 33. C. *Pujazon*, Dir. San Fernando; 34. F. A. *Oom*, Dir. Lisabon; 35. J. *Perry*, Dir. Stonyhurst; 36. G. Ch. *Cloué*, vom Bureau des longitudes; 37. A. *Krüger*, Dir. Kiel; 38. E. *Schönfeld*, Dir. Bonn; 39. A. *Cornu*, Prof. école polyt. Paris; 40. Ad. *Steinheil*, Optiker in München. — In der obersten Reihe endlich befinden sich: 41. Paul *Henry*, Observ. Paris; 42. Prosper *Henry*, Observ. Paris; 43. P. *Gautier*, Mechaniker in Paris; 44. J. N. *Thiele*, Dir. Kopenhagen; 45. Fr. *Beuf*, Dir. Buenos-Aires; 46. L. *Elkin*, Dir. New Haven; 47. A. *Bouquet de la Grye*, von der Académie des Sciences; 48. Fr. *Perrier*, vom Bureau des longitudes; 49. L. *Cruls*, Dir. Rio de Janeiro; 50. A. G. *Winterhalter*, Observ. Washington; 51. J. M. *Eder*, Prof. Techn. Hochschule Wien; 52. H. *Fozean*, Vicepräs. des Bureau des longitudes; 53. B. *Baillaud*, Dir. Toulouse; 54. H. C. *Vogel*, Dir. Potsdam; 55. A. *Donner*, Dir. Helsingfors. — Um auch noch die zwei letzten Glieder dieser ansehnlichen Gesellschaft, die Nummern 17 und 25, auszumitteln, verglich ich obiges Verzeichniss mit demjenigen, welches in dem höchst interessanten Rapporte „A. G. *Winterhalter*, The international astrophotographic Congress and a Visit to certain european Observatories and other Institutions. Washington 1889 in 4" enthalten ist. Nach Winterhalter zählte der Congress im Ganzen 58 Mitglieder, indem er ausser den 53 Obgenannten noch: Ch. *André*, Dir. Lyon; H. Gyldén, Dir. Stockholm; *Liard* vom Aufsichtsrathe der Pariser Sternwarte; E. *Stephan*, Dir. Marseille; und J. F. *Tennant*, Abgeordneter der Roy. Astron. Society, als solche bezeichnet, und ich musste somit vermuthen, dass jene zwei unter diesen fünf zu suchen sein werden; aber auch so gelangte ich nicht an das gewünschte Ziel, und bin somit genöthigt die Entscheidung vorläufig zu vertagen.

Gliederung des Massraumes durch seine Flächen.

Von

Fr. Graberg.

Uebereinstimmung von Denken und Tun ist Wahrheit — Grundbedingung hiefür: Herrschaft des Geistes über die Tätigkeit der Organe.

In seiner Geschichte der geometrischen Methoden sagt Chasles*): »Archimedes und Apollonius kann man als die Schöpfer und Begründer der beiden grossen Fragen betrachten, welche die Geometer aller Epochen beschäftigt haben. Das erste dieser Probleme ist die Quadratur der krummlinigen Figuren, welches Veranlassung zur Entstehung der Infinitesimalrechnung war. Das zweite ist die Theorie der Kegelschnitte, durch welche zunächst die geometrische Analyse der Alten und hernach die Methoden der Perspective und der Transversalen erfunden wurden.«

Die Quadratur der Flächen beruht auf der Abzählung von Quadrateinheiten, in welche man diese Flächen durch Liniennetze zerlegt denkt, ist in Folge dessen ein arithmetisches Problem.

Die Kegelschnitte dagegen entstehen aus der Verbindung zweier unbegrenzten, stetigen Flächen, werden durch Tastbewegung der Hand mittelst des Fahrstiftes in steten Zügen hergestellt, durch zusammenhängende Tastbewegung des Blickes wahr-

*) Chasles, Geschichte der Geometrie, hauptsächlich m. Bezug a. d. neueren Methoden. Uebersetzt v. Sohnke. p. 19.

genommen, demgemäss auch als zusammenhängende räumliche Gestalt gedacht.

Tastbewegungen der Hand und des Blickes sind die gemeinsame ursprüngliche Erfahrungsgrundlage der Begriffe: Zeit und Raum. Sondert man nämlich in den complexen Bewegungsvorstellungen, welche aus den Tastbewegungen hervorgehen, die wechselnden Momente (Stellungen und Richtungen) von den daurenden Bahnen (Linien und Flächen), so erwachsen aus jenen durch Zählung die Zeitabschnitte, aus diesen gehen durch Verbindung die Raumgestalten hervor. Die wechselnden Momente folgen einander im Zeitverlaufe, die daurenden Bahnen verbinden sich zum stetigen Raum.

Die streng räumliche Auffassung der Tastbewegungen setzt somit Abstraction von dem zeitlichen Wechsel der Stellungen und Richtungen voraus, wie er durch Zahlausdrücke dargestellt wird. Diese räumliche Auffassung beruht wesentlich auf der zusammenhängenden Ausführung der Tastbewegungen, dem stetigen Verlauf der Bewegungsvorstellungen.

Daher kann das messen in diesem Sinn kein abzählen von Einheiten sein, sondern es muss vielmehr in einem abwägen von Verhältnissen zwischen Bewegungen bestehen, wie man beim ziehen der Bogen von freier Hand nach dem Augenmass inne wird. In der Tat werden Linien und Flächen durch Tastbewegungen von Hand und Blick gemessen, indem diese Organe vermöge der die Bewegung begleitenden Muskelempfindungen die Abweichungen der Richtungen von einander und die Ausdehnungen wahrnehmen. Führt nämlich die Hand einen Linienzug aus, so richtet sich der Blick auf die Spitze

des Fahrstiftes, d. h. nach den Lichtstrahlen, welche von dieser Spitze in die Netzhautgrube des Auges zurückgeworfen werden. Während nun die ziehende Hand vorzüglich die Ausdehnung der Linie spürt, unterscheidet das rollende Auge die Richtungen im Sehfelde. Die Hand verfehlt meistens die Richtung, das Auge dagegen schätzt die Längen nicht scharf genug. Durch übereinstimmende Bewegung von Hand und Blick bekundet sich das Augenmass, das insofern richtiger Tastmass zu nennen wäre. Jedoch vermittelt das Augenmass zugleich zwischen den wirklichen Tastbewegungen und Bewegungsvorstellungen durch das abwägende Ermessen der Verhältnisse zwischen Teilwegen und Gesamtbahnen, wobei bald die einen, bald die andern als Erinnerungsbilder mitwirken, je nachdem man entweder Gesamtbahnen gliedert oder, Teilwege verbindend, gestaltet. Hauptsächlich associirt sich das Augenmass mit Bewegungsvorstellungen dann, wenn man in der Ebene Linien zieht, welche man sich im Relief steigend oder fallend vorstellt.

Der Massstab stellt eine Gesamtrichtung dar, nach welcher Schiebungen gemessen werden, die Teilwege derselben gliedern den Massstab.

Die Massfläche stellt eine Gesamtheit von Masslinien dar, nach welchen sich Schiebungen und Drehungen gliedernder Linien regeln.

Der Massraum umfasst die Gesamtheit der Massflächen und Masslinien, nach welchen sich Schiebungen und Drehungen gliedernder Flächen und Linien regeln.

Der stetige Fluss der Bewegungsvorstellungen wird gefördert, wenn die Erklärungen derselben sich kurzer, der Vorstellungsweise des Zeichners genau entsprechen-

der Benennungen bedienen. Da diese Benennungen von dem gewöhnlichen, auf Beihülfe der Arithmetik fussenden Sprachgebrauch abweichen, scheint es angezeigt, dieselben vorerst an Hand einfacher Gestalten bei den Lesern einzuführen.

Das Zeichenfeld stellt eine wagrechte Massebene dar, den Plan. Die senkrechte Mittelinie des Zeichenfeldes bezeichnet die Stellung einer zum Plan senkrechten Lotebene $[\alpha]$. Der Punkt $.A.$ der Mittelinie deutet als Planpunkt eine von demselben aufsteigende Reliefaxe $|a|$ jener Lotebene an, deren Grundriss $|a|$ in der Mittelinie liegt. Ebenso bezeichnet eine wagrechte Gerade $|b|$ die Stellung einer zur ersten rechtwinkligen Lotebene $[\beta]$. Der Fusspunkt $.a.$ der Mittelinie auf $|b|$ deutet den Bindepunkt $.\mathfrak{a}.$ der Reliefaxe mit $[\beta]$ an.

Das Strahlbüschel um den Planpunkt $.A.$ als Scheitel bezeichnet im Plan ein Ebenenbüschel um die Reliefaxe $|a|$ und ist mit $|b|$ durch eine Punktreihe verbunden, deren Schiebstrecken die Drehwinkel der Spurstrahlen $|a_i|$ des Büschels $.A.$, sowie diejenigen der Spielebenen $[\alpha_i]$ des Büschels $|a|$ messen. Gleichzeitig bezeichnen jene Schiebstrecken die Bindestrahlen der Spielebenen $[\alpha_i]$ mit der Lotebene $[\beta]$ durch $.\mathfrak{a}..$

Der Fusspunkt $.a.$ des zu $|b|$ senkrechten Grundrisses $|a|$ gliedert die Schiebstrecken auf dem Massstabe $|b|$ in symmetrische Pare; gleichzeitig gliedern auch der Grundriss $|a|$ die Spurstrahlen, sowie die Lotebene $[\alpha]$ die Spielebenen des Büschels um $|a|$ in symmetrische Pare. Daher deutet jede Schiebstrecke, jeder Spurstrahl, jede Spielebene ein zur Lotebene $[\alpha]$ symmetrisch liegendes Element gleicher Art an.

In dem zu $|b|$ parallelen Zielstrahle des Büschels

A. fallen zwei symmetrische Strahlen desselben in entgegengesetztem Sinne zusammen. Parallele Gerade werden demnach in doppelter Weise aufgefasst. Als Glieder einer Ebene durchläuft man jede von ihnen in einerlei Sinn, sind sie durch einen Punkt, ihr Ziel, verbunden. Als Glieder eines Strahlbüschels gehört der Zielstrahl zu einem Parbund und deutet ein Punktepar des Massstabes an.

Vom Planpunkt $.B.$ auf $|b|$ erhebe sich jetzt in der Lotebene $[\beta]$ die Reliefaxe $|b|$ und der Bindestrahl $|a_1 b_1|$ treffe den Plan in $.C_1.$ Dann bezeichnen die Planspuren $|AB_1, BC_1|$ die Ebenen $[\alpha_1, \beta_1]$ der beiden Büschel um $|a_1 b|$, welche der Reliefstrahl $|a_1 b_1|$ verbindet. Das Strahlbüschel $.a_1.$ misst in $[\beta_1]$ die Schiebstrecken von $|b|$ auf $|BC|$; ebenso misst das Strahlbüschel $.b_1.$ die $|a|$ nach $|AC|$.

Der gewöhnliche Ausdruck: »projiciren« wird vermieden, weil er an die Vorstellung vom Auge ausgehender Sehstrahlen anknüpft, die der Wirklichkeit widerspricht, da die Lichtstrahlen im Gegenteil nach dem Auge zurückgeworfen werden.

Zudem bezeichnet: projiciren nur einen äusseren Vorgang, während: messen, gleich dem urteilen, eine logische Verrichtung, eine Analyse bedeutet, welcher das verbinden, gleich dem schliessen, als Synthese zur Seite steht. Durch bezeichnen wird, wie durch benennen, das Einzelne wahrnehmbar, wogegen andeutend Vorstellungen erweckt, Begriffe bestimmt werden. Das gliedern ist eine Classification der Verbände. Wenn man nämlich die Flächen nach geordneten Reihen mit bekannten Massflächen verbindet, so gliedert man nicht nur den Massraum, sondern man classificirt dessen Flä-

chen nach ihren Bindecurven mit den Massflächen, indem man vorzüglich Grenzcurven sucht, welche, gleich der Parabel, einen Uebergang zwischen Gruppen gleichartiger Formen darstellen.

Wählt man solche Grenzlinien zur Grundlage, um darnach die zwischenliegenden Spielformen zu bestimmen, so leistet man durch dieses gestalten den Beweis, dass jene Grundlagen tatsächlich massgebend sind. Die Curve, die man nach dem Augenmass den durch die Grundlagen gestellten Bedingungen gemäss zieht, beweist, dass man deren Massverhältnisse nicht nur in Worten und Zahlausdrücken, sondern in der Tat erfasst hat.

Bezeichnen und andeuten, messen und verbinden, gliedern und gestalten sind die Vorgänge, durch welche sich das denken in Linien und Flächen, den Gesetzen der Logik gemäss, vollzieht; demnach muss auch die Erklärung der Masszeichen sich an diese Vorgänge halten. Je folgerichtiger das geschieht, umso steter wird die Aufmerksamkeit des Lesers an den Linien, den räumlichen Vorstellungen festgehalten, umso vollkommner erfasst der Leser den räumlichen Zusammenhang der Gestalten. Desswegen gehen wir von dem üblichen Sprachgebrauch ab, soweit er räumliches und arithmetisches Denken vermengt, um schliesslich in der Regel dem letztern den Vorrang zu lassen. Ohne Zweifel sollen räumliches und arithmetisches Denken einander ergänzen, doch wird solche Ergänzung umso fruchtbarer sein, je vollkommner die Begriffe des einen und des andern für sich ausgebildet sind, je steter das Augenmass Flächen gestaltet, je schlagfertiger das rechnen Mengen erfasst.

Nun dient der Plan selbst als Massfläche, es bleibt desshalb nur eine solche für das Relief festzustellen. Mit diesen Massflächen verbinden wir zunächst Reihen von Kegelflächen, zeigen hierauf, welche Veränderung die Verbindung erfährt, wenn sich jene gliedernden Knotenflächen in allgemeine Regelflächen und in Schalflächen erweitern.

Tafel I. *Massregale.*

Bei Herstellung der Axenbünde*) wurde eine Regelfläche des Parbundes (II. Ordnung) als Stammregal (Hyperboloid) mit den gliedernden Ast- und Zweigregalen verbunden. Eine solche Regelfläche des Parbundes legen wir nun auch als Massregal der Gliederung des Massraumes durch seine Flächen zu Grunde.

Bei Herstellung des Parbundes ergab sich die Plancurve des Regales (Hyperboloides) aus dessen Erzeugung durch einen an drei Leitaxen gleitenden Regelstrahl. Hier bietet sich Gelegenheit die Umrisscurve ohne Mithülfe von Zahlausdrücken als Erzeugniss jener Strahlenbewegung und zugleich als Polarcurve zu erkennen.

Von den 3 gegebenen windschiefen Leitaxen sei $|a|$ eine Planaxe; die beiden übrigen werden dann Reliefaxen $|a_1, a_2|$ sein. Die Grundrisse $|a_1, a_2|$ derselben mögen zueinander rechtwinklig, nämlich $|a_1|$ senkrecht, angenommen werden; dann deutet der Planstrahl $|A_1 A_2|$ durch die Planpunkte, der beiden Reliefaxen in Bezug auf $|a_1|$ ein Büschel von Regelflächen um $|a\, a_1|$ entspricht.

Die Bindepunkte $|a_1 . B_1 | a | B_2 . a_2|$ deuten die Regelstrahlen $|b_1, b_2|$ in den Lotebenen $[\alpha_1, \alpha_2]$ an.

---

*) S. Vierteljahrschrift 35. Jahrg. (1890) pag. 52.

Der Bindestrahl $[a_1 b_2 | c c_1 c_2 | b_1 a_2]$ bezeichnet durch: $|a_1 . c_1 . b_1, b_2 . c_2 . a|$ die Relieflage von $|a_2|$ in Bezug auf $|a_1|$, indem das Strahlbüschel um $|A_2 B_1 . C . A_1 B_2|$ in $[a_1 b_2]$ die Schiebstrecken von $. c_1 .$ durch $. c_2 .$ der $|b_2|$ zumisst.

Die Messung der Leitaxen $|a_1, a_2|$ durch den Verband der Lotebenen $[a_i b_i]$ lässt sich nun in Verbandketten übersichtlich zusammenfassen, wobei das Masszeichen die Bedeutung der einzelnen Schriftzeichen erklärt und den Zusammenhang der verschiedenen Blickbewegungen vergegenwärtigt. Die Elemente der Verbandketten werden symmetrisch geordnet, indem man die Bindeglieder zwischen die verbundenen stellt, wie man von 2 entgegengesetzten Seiten her auf eine bestimmte Stelle zuschreiten kann.

Fasst man nämlich die Strahlbüschel um $. c_1 .$ in $[a_2 = \gamma_a ; b_2 = \gamma_b]$ ins Auge, so lassen sich aus dem Masszeichen folgende Verbandketten lesen:

$[\gamma_a | a_{2i} c_1 \gamma_{ai} [a_{2i} a_1] B_i | a |$: Regelstrahl $B_i a_{2i} = b_i$

$[\gamma_b | b_{2i} c_1 \gamma_{bi} [b_{2i} b_1] A_i | b |$: Leitaxe $A_i b_{2i} = a_i$

Die Ebenen $[\gamma_{1i}]$ um das Lot $|c_1|$ messen $[\gamma_a, \gamma_b]$ nach den Reihen $|B_1 A_2 . C . A_1 B_2|$, folglich sind die Ebenenpare $[a_1 a_{2i}, b_1 b_{2i}]$ durch die Strahlen eines Büschels $. c_1 | C \gamma_i c_b c_a |$ in $[\gamma_c]$ verbunden.

Die Strahlen $|c_1 \gamma_i|$ bezeichnen die Bindepunkte $|a_i . c_i . b_i|$ die Berührpunkte des Umrisses.

Der Umriss des Regales ergibt sich demnach als ebene Bindecurve eines Polarkegels, dessen Scheitel der Zenit ist.

Die Zielebene $[\gamma_{1z} \| \alpha_2]$ bezeichnet in $[\gamma_c]$ den Bindestrahl $|c_1 \gamma_z c_{2z} = c_z|$, indem $|a_{2z} . c_{2z} . b_{2z}|$ der Berührpunkt in der zu $[a_2 b_2 \| b_{2z} a_{2z}]$ ist.

Der Bindepunkt $a_i . \mathfrak{p}_i . \gamma_{cz}]$ deutet gleichzeitig $|b_i . \mathfrak{p}_i' . \gamma_{cz}]$

desselben Lotes an und aus dem Masszeichen ersieht man den Parverband:

$$[\mathfrak{p}_i b_1 | c_i p_i [\gamma_{cz}] p_i' c_i | a_1 \mathfrak{p}_i'] ; [\mathfrak{p}_i a_1 | c_1 p_i [\gamma_{cz}] p_i' c_j | b_1 \mathfrak{p}_i]$$

$$[a_1 \mathfrak{p}_i . B_j . a| , [b_1 \mathfrak{p}_i' . A_j . b| \text{ Planpunkte v. } |b_j , a_j|$$

$$[B_1 A_i . \gamma_i | c \gamma_z | \gamma_i . A_1 B_i] ; [A_1 B_j . \gamma_j | C \gamma_z | \gamma_j . B_1 A_j]$$

$$|\gamma_i c_1 . c_i . a_i b_i] , |\gamma_j c_1 . c_j . a_j b_j] ; [a_i b_j | c_i c_j [\gamma_c] c_i c_j | a_j b_i]$$

Der Bindepunkt : $|c_1 c_{2_z} . \mathfrak{p}_k . c_i c_j|$ zeigt:

$$[a_i b_j | a_{1j} b_{zi} \mathfrak{p}_k | b_z a_1] ; [b_i a_j | b_{1i} a_{zj} \mathfrak{p}_k | a_z = b_1]$$

Der Bindepunkt $|a_1 . T . a_z|$ ergänzt die harmonische Punktreihe $|c_z T b_{zi} a_{zi} | \mathfrak{p}_i = \mathfrak{p}_k | \mathfrak{p}_i c_j a_{1j} a_{zi}|$

Da nun $|\mathfrak{p}_i \mathfrak{p}_k c_z , a_{1j} \mathfrak{p}_k b_{z1}|$ so folgt $|c_j \mathfrak{p}_k T|$

Die Polarsehne $|c_i c_j|$ zu $.\mathfrak{p}_i.$ geht also durch den Pol $.T.$ der Polarsecante $|\mathfrak{p}_i c_1 c_2|$.

Dieses bekannte Masszeichen des Polarverbandes beruht somit auf dem Relief des Parbundes von Leitaxen und Regelstrahlen, ist durch den Zusammenhang dieser Gestalt selbst (ohne Mithülfe von Zahlausdrücken) begründet.

Zeilregal. Wählt man die (unendlich ferne) Zeile des Planes zu seiner Axe, so geht das Ebenenbüschel um diese in eine Reihe zum Plan paralleler Schichten über. Die Regelstrahlen werden Schichtstrahlen, deren Schiebungen und Drehungen in der Schicht in wirklicher Grösse erscheinen.

Diese Schichtstrahlen umhüllen bekanntlich eine Parabel. Desshalb nennt man die bezügliche Regelfläche ein Paraboloid. Da man jedoch mit Rücksicht auf die parabolischen Schalflächen die Regelfläche genau als hyperbolisches Paraboloid benennen muss, so ziehen wir den kürzeren Ausdruck: Zeilregal vor, der die Erzeugungsweise der Regelfläche kennzeichnet und dieselbe gleichzeitig von der parabolischen Schalfläche unterscheidet.

Die Polarsehne $|c_1 c_2|$ dient in der Umrissparabel des Zeilregales als Durchmesser, insbesondere als Hauptaxe, wenn sie rechtwinklig zu $|a_1|$ angenommen ist. Solche Annahme gewährt den Vorteil, dass die Spurenpare der Berührebenen durch die Stammaxe $|a_1|$ sich in Bezug auf deren Lotebene nach normalsymmetrischen Paren gliedern; mithin findet diese Gliederung auch bei den zu jenen Spuren parallelen Schichtstrahlen statt.

Wenn wir nun das Zeilregal zur Massfläche wählen, mit welcher die Gliedflächen verbunden werden, messen wir die letztern mit einer zum Plan parallelen Strahlenschar, deren Drehungen aus den Planspuren der Berührebenen um die Stammaxe $|a_1|$ zu erkennen ist, während die Schichtstrahlen selbst alle Schiebstrecken in wirklicher Grösse zeigen. Die Gliedflächen ordnen wir einem zur Lotebene durch $|a_1|$ normalsymmetrischen Ebenenbüschel ein und die Bindecurven vergleichen wir mit einem zur wagrechten Hauptaxe normalsymmetrischen Bogen, dessen Hauptscheitel auf der Stammaxe liegt, während seine Zweige sich bis in's Unendliche erstrecken und seine zur Hauptaxe parallele Zieltangente, analog dem Zielstrahl eines Büschels, eine lineare Grenze in doppeltem Sinn darstellt, wie man aus dem Masszeichen des Regales an $[a_z b_z]$ erkennen kann. Man vergleicht also die Curven verschiedener Ordnungen mit einem Bogen von einfachster Gestalt, wenn auch nicht von gleichmässiger Krümmung. Indessen ist es leicht, vom Zeilregal auf ein Massregal mit Kreisumriss überzu gehen, da die Verbindung von Mass- und Gliedflächen wesentlich nach demselben Verfahren hergestellt wird. Diess anzudeuten benennen wir geeigneten Ortes auch das Zeilregal als Massregal.

Der Umriss scheidet den Mantel des Massregales in ein Oberfeld und ein Unterfeld; das letztere begrenzt der Planstrahl gegen den Plan.

Hat die Gliedfläche mit dem Massregal eine Leitaxe oder einen Regelstrahl gemein, so berührt sie dasselbe. Findet solche Berührung nicht statt, so können Gliedfläche und Massregal entweder ganz oder teilweise miteinander verbunden sein. Im ersten Fall schliesst die Bindecurve den Umriss des Massregales ein; im zweiten Fall schliesst sich die Gliedfläche dem Massregal von aussen an, weil die Bindecurve jenen Umriss nicht berührt. Berührung', Einschluss und Anschluss sind die 3 Verbindungsweisen von Massregal und Gliedfläche.

Zur Grundlage des Masszeichens dient ein rechtwinkliges Dreieck $A_1 A_2 C$. In demselben bedeuten:

$|A_1 C = a_1|$ den Grundriss der Stammaxe $|a_1|$;
$|A_1 A_2 = b|$ den Planstrahl;
$|A_2 C = c|$ die Hauptaxe des Umrisses;
A_1, A_2. die Planpunkte der Stammaxe $|a_1|$ und der Leitaxe $|a_2|$
$.C$. den Scheitel des Umrisses auf $|a_1|$.

Der Grundriss der Leitaxe $|a_2|$ liegt symmetrisch zu $|b|$ in Bezug auf $|c|$ und bezeichnet auf $|b_1|$ den Bindepunkt $|a_2 . a_2 . b_1| . |b_1|$ bezeichnet nämlich den Schichtstrahl der Lotebene $[\alpha_1]$ durch $|a_1|$, welcher mit dieser Stammaxe durch $.C$. verbunden ist. Verschiebt man $|a_2|$ parallel an $|b_1|$ nach $.C$., so beschreibt der Planpunkt $.A_2$. die Spur $|\alpha_{2i} \| b_1|$ und gelangt nach $.A_2'$., so dass $|a_2 C = A_2 A_2' = C A_1|$, mithin $|A_1 A_2' \| c|$ wird. Solche Verschiebung lässt sich mit jeder Leitaxe $|a|$ des Zeilregals vornehmen, jedes mal hält der Planpunkt $.A'$. auf $|A_1 A_2'|$ ein, so-

bald $|a.b_{1a}.b_1|$ in $.C.$ anlangt. $|A_1A_2' = \alpha'|$ ist die Planspur der Richtebene $[\alpha']$ zu $.C.$ Die Strahlen des Büschels um $.C.$ in dieser Richtebene sind den Leitaxen des Zeilregals parallel, sofern sie mit diesen in derselben Schiebebene liegen.

Das Strahlbüschel der Schiebebene $[a\sigma]$ um $.C.$ misst die Strecken der Leitaxe $|a|$ ihrer Planspur $|\sigma|$ zu und bezeichnet auf dieser die Richtpunkte für die Planspuren $|\alpha_{1i}|$ des Ebenenbüschels um die Stammaxe $|a_1|$, mit welchen die Schichtstrahlen $|b_i|$ durch die Teilpunkte $.a_i.$ auf $|a|$ parallel sind. Ist der Teilpunkt $.a_{1i}.$ auf der Stammaxe gegeben, so bezeichnet die $|a_i'\|a|$ auf $|\alpha'|$ den Richtpunkt für die Planspur der Berührebene $[b_{1i}a]$ und damit die Richtung des Schichtstrahles $|a_{1i}|$.

Die Zielspur $|\alpha_{1z}|$ zu $|a|$ durch $.A_1.$ bezeichnet die Berührebene $[a_1b_a]$ durch den Schichtstrahl $|b_a|$ der Lotebene $[\alpha]$; der Bindepunkt $|\alpha_{1z}.\gamma_a.\sigma|$ deutet daher die Berührsehne $|\gamma_a C c_a|$ an, da $|a.c_a.b_a|$. Durch $.\gamma_a.$ geht die Planspur $|\gamma|$ der Umrissebene parallel zur Hauptaxe, da deren Zielpunkt bei dem Parabelumriss auf der Planspur der Umrissebene liegt.

Das Ebenenbüschel um $|\sigma|$ beschreibt in der Richtebene $[\alpha]$ ein Strahlbüschel um $.A'.$ und bezeichnet durch jeden dieser Spurstrahlen $|s_n'|$ auf $|a_1|$ einen Punkt $.a_{1n}.$ der Bindecurve $(\pi_n)^2$ von $[\sigma_n]$ mit dem Zeilregal $\|a_{12z}\|^2$. Zudem ist $|\sigma.A.b|$ ein Planpunkt dieser $(\pi_n)^2$; ein zweiter Planpunkt derselben ist das Ziel von $|\sigma|$ auf der Planzeile. Das Strahlbüschel $[c\alpha']$ misst $|s_n'|$ nach $|\alpha'|$ und bezeichnet auf dieser die Schiebespuren $|\sigma_i|$, auf jener die Bindestrahlen $[\sigma|s_i|\sigma_i]$, welche $|a_i.\pi_{ni}.s_i|$ ergeben.

Dem Zielstrahle $|cs_{n2}'|$ entspricht eine Leitaxe $|a_{i2}|$

welche einen zweiten Zielpunkt $.\pi_{n_2}.$ enthält, nebst dem oben erwähnten $|\sigma_z|$.

Der Zielstrahl $|Cs_{nb}\|b|$ deutet die Leitaxe in der Lotebene $[\beta]$ über dem Planstrahl $|b|$ an, desshalb bezeichnet der Bindestrahl $|s_{nb}\pi_{nb}\|b_1|$ den zweiten Punkt, den $(\pi_n)^2$ nebst $.A.$ mit $|b|$ gemein hat.

Der Zielstrahl $|A_1\gamma_i\|a_i|$ ist die Planspur der Berührebene $[a_1b_i]$. Der Bindestrahl $[a_1b_i|\gamma_i\mathfrak{a}_{1n}|\sigma_i]$ bezeichnet desshalb $|\gamma_i\mathfrak{a}_{1u}.\pi_{bi}.b_i|$ als zweiten Bindepunkt von $[\alpha_i]$ mit $(\pi_n)^2$ nebst $.\pi_i.$

Zur Gliederung des Ebenenbüschels $|\sigma|$ nach den Bindecurven dient einerseits das Par Berührebenen zum Massregal durch jene Axe, anderseits das Polarbüschel um $.\gamma_a.$ zum Umriss.

Die eine der Berührebenen durch $|\sigma|$ ist der Plan, die andere $[ab_1]$.

Der Bindestrahl $[\sigma\mathfrak{a}_{1n}|\gamma_a c_n|\gamma]$ ist bezeichnet durch $|\sigma.\gamma_a.\gamma|$; $|A'\mathfrak{a}_{1n}.c_n.c|$. Die Bindepunkte $.\mathfrak{c}_{\sigma_{12}}.$ von $|\gamma_a c_n|$ mit dem Umriss des Massregales sind zugleich Bindepunkte von $(\pi_{\sigma n})^2$ mit dem letztern. Die Berührebenen des Massregals zu den Punkten seines Umrisses sind Lotebenen, desshalb fällt auch der Grundriss der Tangente zu $(\pi_{\sigma n})^2$ für $.\mathfrak{c}_{\sigma 1,2}.$ mit der Berührspur an den Umriss zusammen, $(\pi_{\sigma n})^2$ berührt den Umriss in $.\mathfrak{c}_{\sigma 1,2}.$

Geht $|s_n'|$ durch $.C.$ so wird $|\gamma_a C|$ zur Polarsehne des Poles $|a.b_{1a}.\mathfrak{b}_1|$ in der Berührebene $[ab_1]$, die Gegenpolare des Lotes durch $.\mathfrak{b}_{ia}.$

Die Umrisstangenten aus $.\gamma_a.$ bezeichnen auf der Hauptaxe $|c|$ die Grenzpunkte $.c.$ Die $[\sigma c_t]$ verbinden mit dem Regal noch dessen Umriss berührende Curven $(\pi_{\sigma t})^2$. Solche Ebenen gliedern das Büschel um $|\sigma$ in Einschluss- und Anschlussebenen, von denen die

Bindecurven der erstern den Regalumriss berühren, diejenigen der letztern dagegen nicht. Bei dem Zeilregal ist der Plan sowohl Berühr- als Grenzebene des Büschels um $|\sigma|$.

Die Bindecurven des Ebenenbüschels unterscheiden sich, wie aus dem Masszeichen zu ersehen, durch ihre Zugrichtung, welche im wesentlichen der Zielstrahl $|Cs'_{nz}|$ andeutet. Zwischen dem Plan und der $[\sigma C]$ wenden die Bogen von $(\pi\sigma n)^2$ dem Umriss ihre convexe Seite zu, über dieser Ebene dagegen die concave. Dem entsprechend wenden sich auch die Tangenten an die Punkte jener Curvenzüge. Diese Tangenten sind die Bindestrahlen von $[\sigma s'_n]$ mit den Berührebenen des Massregals in den betreffenden Bindepunkten und werden demnach bestimmt wie folgt. $[C\pi_{ni}A_1]$ bezeichnet durch ihre Planspur die Richtung des Schichtstrahles $|b_{ni}|$, parallel zu diesem geht die Planspur der Berührebene $[a_i b_{ni}]$ durch A_i. und bezeichnet auf $|\sigma|$ den Planpunkt $.t_{ni}.$ der Tangente zum Bindepunkt $.\pi_{ni}.$ Der Bindestrahl $[ab|A_1a|\alpha']$ bezeichnet auf $|s'_{nz}|$ den Richtpunkt der Tangente zu $.A.$

Uebrigeus genügen dem Augenmass wenige Punkte der Bindecurve, da dasselbe Bogen wie die Teilpunkte einschalten lernt. Aus den beiden eingetragenen Curven unseres Masszeichens ersieht man die Gestalt des Massregals. Aus $(\pi_{ni})^2$ erkennt man die Verbindung des Ober- und Unterfeldes; aus $(\pi_t)^2$ dagegen die Erhebung des Unterfeldes vom Planpunkt $.A.$ aus und mittelbar auch die getrennten Züge der Anschlusscurven.

Ist als Axe des zu gliedernden Ebenenbüschels eine Reliefgerade $|AA_c|$ durch ihren Planpunkt auf $|b|$ und den Schichtpunkt $.A_c.$ in der Schicht der Hauptaxe gegeben, so bezeichnet in dieser Schicht $[c]$ ein Zielstrahl zur Planspur

$|\alpha_n|$ jeder Ebene auf $|b_1|$ deren Bindepunkt $.\mathfrak{b}_n.$ mit der letztern, den Scheitel des Büschels von Bindestrahlen derselben mit den Ebenen $[b_1 a_i]$. Die Planspuren dieser Spielebenen um $|b_1|$ messen den Planstrahl $|b|$ und die Spur $|\alpha'|$ nach deren Drehungen und deuten auf $[\alpha']$ die Richtungen der in jenen Spielebenen liegenden Leitaxen des Massregales an, welche Punkte der gesuchten Bindecurve zeigen. Zugleich bezeichnet der Zielstrahl durch $.A_c.$ auf $|c|$ den $.c_n.$ in welchem $|\mathfrak{a}_{1n}\alpha'_n, c_n\gamma_n|$ zusammentreffen, wo $|\alpha'.\alpha'_n|\alpha_n|\gamma_n.\gamma|$ bedeutet. Ist $|a.\mathfrak{b}_a.b_1|$ so zeigt $|A_c\mathfrak{b}_a|$ die Richtung des Schichtstrahles durch $|a_1.\mathfrak{a}_{1n}.c_n\alpha'_n|$ und damit die Berührebene des Büschels $|AA_c|$ an das Massregal an. Auf $|a_1|$ liegt wiederum $|a_1.\mathfrak{a}_{1n}.c_n\alpha'_n|$, während $|c_n\gamma_n|$ auf der Axe $|AA_c|$ den Pol $.A_p.$ zur Umrisscurve anzeigt. Liegt $.A_p.$ innerhalb der letztern, so enthält das Ebenenbüschel nur Einschlusscurven. Doch misst $|CA_p|$ in der Umrissebene die Strahlendrehung des Büschels $[Aa_1]$, das die Axen $|AA_c|$ in dieser Spielebene um die Stammaxe durchlaufen. $|CA_p|$ hat $|b.c_b.\gamma|$ zum Planpunkt und ist Polarsehne zu $.A_1.$ in $[a_1 b]$, gliedert desshalb jedes Axenbüschel um einen Planpunkt $.A.$ auf $|b|$. Liegt nämlich $.A_p.$ zwischen $.C_1\mathfrak{c}_b.$ so zeigen alle Ebenenbüschel, deren Axen in $[a_1 b]$ liegen, nur Einschlusscurven; liegt dagegen $.A_p.$ ausser $|C\mathfrak{c}_b|$, so kommen in den Ebenenbüscheln auch Anschlusscurven vor. Die Anschlussebenen eines solchen Büschels werden von den Einschlussebenen durch 2 Grenzebenen geschieden, deren Bindecurven den Umriss nur in einem Punkte doppelt berühren, während diess bei den Einschlusscurven in 2 Punkten einfach der Fall ist.

Wie nach Massgabe der Umrissebene kann man die Ebenen eines Büschels in Bezng auf das Massregal nach

ihrem Verband mit der Zielebene gliedern: in solche mit 2 Zielstrahlen (Asymptoten) und hyperbolischen Curven; in solche ohne Zielstrahleu mit elliptischen Curven und in ein Par parabolische Ebenen mit einem Doppelzielstrahle.

Tafel II. *Berührgliederung.*

Eine Reihe von Kreiskegeln, welche die Leitaxe $|a|$ mit dem Massregal gemein hat, ist mit diesem durch eine Berührebene verbunden, deren Planspur die Tangente zu $.A.$ des gemeinsamen Plankreises $(\pi)^2$ ist. Der Bindepunkt $|a.\mathfrak{a}_o.b_o|$, dem Schichtstrahl dieser Berührebene, ist den Bindecurven der ganzen Kegelreihe $|a(\pi)^2$ gemein.

Die Kreisbüschel durch $.A.$ werden von der Normalen zu $|a|$ nach symmetrischen Paren gegliedert, demgemäss gliedert auch der zu $|a|$ rechtwinklige Schichtstrahl die Bindepunkte $.\mathfrak{a}_o.$ auf $|a|$ symmetrisch. Indem wir also den Grundriss $|a|$ zum Durchmesser des Plankreises wählen, deuten wir mit dem Bindepunkt $.\mathfrak{a}_o.$ des zu $|a|$ rechtwinkligen Schichtstrahles zugleich alle übrigen Nullpunkte $.\mathfrak{a}_{oi}.$ dieser Leitaxe an.

Durchläuft $|a|$ die Schar der Leitaxen, so verschieben sich bei dem Zeilregal die Grundrisse von $.\mathfrak{a}_o.$ auf einer Senkrechten zur Hauptaxe $|c|$ und deuten die Anschlusshyperbel der Lotebene an, in welcher sich $.\mathfrak{a}_o.$ bewegt.

Damit die Bindecurven möglichst inmitten des Zeichenfeldes verlaufen, nehmen wir den Mittelpunkt des Plankreises $(\pi)^2$ in Richtung von $|a|$ nahe der Hauptaxe $|c|$ an.

Da $(\pi)^2$ durch $.A.$ geht, so ist damit der Halbmesser des Plankreises und in $|b.\pi_b.\pi^2)$ ein Planpunkt der Bindecurve von Kegel und Massregal gegeben.

Ist auch die Planaxe des letztern mit dem Lichtkreis $(\pi)^2$ verbunden, so hat jene Curve 3 Planpunkte.

Die Planspur $|\sigma|$ von $[a\,b_1]$ bezeichnet den Planpunkt $.\pi_{b1}.$ des Kegelstrahles $|a_i\,\pi_{b1} = k_{b1}|$, welcher den Schichtstrahl $|b_1|$ in $.\xi_{b1}.$ trifft. Anderseits bezeichnet $|C\,a_i|$ auf $|\sigma|$ den Richtpunkt $.\sigma_t.$ der Planspur $|A_1\,\sigma_t|$ zur Berührebene $[a_1\,a_i]$ und deutet damit zugleich die Richtung des Schichtstrahles $|b_i|$ durch $.a_i.$ an. Mit diesem ist daher die Planspur $|A\,b_{iz}|$ von $[a\,b_i]$ parallel und solche bezeichnet auf $(\pi)^2$ den Planpunht $.\pi_t.$ des Kegelstrahles $|k_t|$, welcher die Berührebene $[a\,b_i]$ mit dem Kegel $.a_i$ $(\pi)^2$ verbindet, der Tangente zu $.a_i.$ der Bindecurve von Gliedkegel und Massregal.

Ist die Planspur $|A_1\,\sigma_t|$ von $[a_1\,b_i]$ in $.\pi_{a(1,2)}.$ mit $(\pi)^2$ verbunden, so bezeichnen $|k_{a1,2}|$ auf $|a_1|$ zwei $.\xi_{a(1,2)}$, welche mit $.\xi_{b1}.$ in derselben Lotebene liegen.

Jeder Schichtstrahl $|b_j|$ bestimmt mit $|a|$ eine Berührebene $[a\,b_j]$. Deren Planspur geht durch $.A.$, ist mit $|b_j|$ parallel und bezeichnet auf $(\pi)^2$ den Planpunkt eines Kegelstrahles $|k_j|$ zu $|k_j.\,\xi_j.\,b_j|$, welcher $.\xi_{a(1,2)}.$ zu einem Trippel Bindepunkte der $[a_1\,a_i]$ von Gliedkegel und Massregal ergänzt.

Die Bindecurve eines Gliedkegels II. Ordnung, der das Massregal berührt, hat mit jeder Berührebene desselben 3 Punkte gemein, ist eine Reliefcurve III. Ordnung, eine Terzcurve (der Kürze wegen statt Trippelcurve.)

Die $[a\,c_z]$ ist der Richtebene $[\alpha']$ parallel. Die Planspur $|A\,c_z|$ bezeichnet daher auf $(\pi)^2$ den Planpunkt $.\pi_z.$ eines Zielstrahles $|k_z|$ der Kegelfläche $.a_i$ $(\pi)^2$, welcher mit einer Leitaxe des Massregales parallel ist. Hat das letztere eine sichtbare Planaxe, so geht die Richt-

ebene $[\alpha']$ in einen Richtkegel über, welcher, parallel nach $.a_i.$ verschoben, zur Plancurve eine durch $.A.$ gehende Polarcurve hat. Solche kann auf dem Plankreis noch 3 Punkte bezeichnen und dadurch 3 Zielstrahlen andeuten.

Jede Lotebene durch $.a_i.$ enthält zwei Kegelstrahlen $|k_j|_{i,2}$. Daher misst das Ebenenbüschel $|a[k_j]_{1,2}$ die Stammaxe $|a_1|$ durch Punktepare $.a_{ij\cdot(1,2)}.$ Jeder dieser Punkte bezeichnet einen mit der Planspur von $|a[k_j]_{1,2}$ parallelen Schichtstrahl.

Die Schichtstrahlen eines Punktepares $.a_{ij\cdot(1,2)}$ decken einander in $.d_i.$, welcher 2 Punkte des Zeilregals in demselben Lot andeutet.

Für jedes Lotebenenbüschel $|a_i[k_j]$ bezeichnet $.a_o.$ ein Decklot, denn lotrecht über $.a_o.$ liegt auf dem Schichtstrahle $|b_a|$ der $|b_a.b_o.a_1|$, während die Berührebene an den Kegel durch $|a|$ und die Lotebene durch diese Axe als geparte Ebenen gelten. Die Lotebene $[a_i\pi_z]$ deutet das einzige Zeildecklot an, das in der Fläche der Decklote vorkommt. Die Decklote liegen demnach bei dem Zeilregal in einer Deckebene, deren Planspur durch den Grundriss von $.a_o.$ parallel der Planspur $|A\pi_{zi}|$ geht, wo $[\pi_z a_i.\pi_{zi}.\pi^2)$.

Die Anschlusscurve dieser Deckebene an das Zeilregal hat ausser $.a_o.$ noch ein Punktepar mit der Terzcurve $(\xi_i)^3$ gemein, das bezeichnet wird durch die beiden Strahlen, welche den Kegel $.a_o(\xi_i)^3$ mit der Deckebene verbinden.

Liegt der Scheitel $.a_i.$ lotrecht über dem Mittelpunkte des Plankreises, so wird die Senkrechte zur Hauptaxe der Umrissparabel durch $.a_o,$ deren Leitlinie, zur Planspur der Deckebene.

Liegt $.a_i.$ lotrecht über $|a.\pi_a.\pi^2)$, so ist die Lotebene durch $|a|$ zugleich Deckebene, weil dann der auf $|b_a|$ über $.\pi_a.$ liegende $.b_i.$ das Par $.a_{i,o}.$ zum Trippel ergänzt.

Der Hülfskegel $.a_o(\xi_i)^3$ hat einen lotrechten Strahl, wenn $.a_i.$ der Bindepunkt von $|a|$ mit $|\pi_a b_o|$ ist, wo $.b_o.$, wie oben, den lotrecht über $.a_o.$ auf $|b_a|$ liegenden Punkt bedeutet. Für diesen Kegel ist $|a_o b_o|$ das den Kegelstrahlen $|a,\pi_a a_i|$ entsprechende Decklot; der Deckpunkt der Terzcurve fällt in den Grundriss $.a_o.$

In jeder Deckebene liegen 3 Strahlen des Bindekegels $.a_o(\xi_i^3)$, nämlich das Strahlenpar durch die einander deckenden Punkte und der Lotstrahl $|a_o b_o|$. Diese 3 Strahlen haben 4 Punkte mit dem Massregal gemein, von welchen je 2 demselben Lot angehören. Die Bindecurve der Deckpunktenpare ist mithin eine Reliefcurve IV. Ordnung.

Auf dem Ober- und Unterfelde des Massregales liegt je ein Zug dieser Deckcurve (δ^4); aber beide Züge haben den Grundriss gemein.

Solange der Grundriss zum Scheitel des Gliedkegels innerhalb des Plankreises bleibt, gehören die beiden sich deckenden Punkte der Bindecurve stets verschiedenen Mantelteilen des Gliedkegels an. Bei $.\pi_a.$ ist der Scheitel des Gliedkegels selbst deckender Punkt. Tritt $.a_i.$ über diese Grenze, so gelangen die deckenden Punkte beide auf den oberen Mantelteil des Gliedkegels und giebt es insbesondere 2 Schichtstrahlen, welche den Gliedkegel berühren.

Findet solche Berührung in einem Punkte des Umrisses $.c_i.$ statt, so ist dieser zugleich Deckpunkt, die Deckebene geht durch dessen Lot und die Deckcurve berührt in $.c_i.$ den Lotcylinder durch den Umriss.

Unser Masszeichen lässt 2 solcher Berührpunkte $.c_t.$ erkennen. Dieselben werden, den obigen Bedingungen gemäss mit Hülfe je eines Curvenpares im Plane bestimmt. Die eine dieser Curven enthält die Planpunkte der Kegelstrahlen von $.a_o(\xi_i^3)$ durch den Bindepunkt $.\xi_{it}.$ eines den Gliedkegel $.a_t.(\pi^2)$ berührenden Schichtstrahles; die andere Curve folgt den Planpunkten der Bindestrahlen $[a\,\xi_{it}|\,\partial_i|\,\delta_t]$, wo $[\delta_i]$ die $.a_t.$ entsprechende Deckebene bedeutet.

Der Bindepunkt dieser beiden Curven bezeichnet die Richtung von $|\partial_{it}|$, welche auf dem Umriss $.c_t.$ anzeigt. Beiderlei Hülfscurven messen die Planspuren der Berührebenen $[a\,\xi_{it}]$; diejenige Planspur, welche durch den Bindepunkt der Hülfscurven geht, zeigt also die Richtung der Umrisstangente in $.c_t.$ an.

Zeigt die Planspur der Deckebene auf dem Grundriss der Deckcurve (δ^4) einen Deckpunkt, so stellt die Terzcurve eine Schleife dar, andernfalls erscheint dieselbe als Schweif.

Geht der Plankreis durch den Grundriss $.a_o.$, so berührt die Lotebene $[a]$ den Deckcylinder. Darnach gliedern sich die Plankreise auf dem Durchmesser $|a|$, indem die $.\pi_a.$ zu $.a_o.$ symmetrische Reihen durchlaufen.

Dient statt des Zeilregals ein Regal mit sichtbarer Planaxe oder mit Plancurve als Massfläche, so werden die Zeilen der Deckebenen, statt durch die Zeiltangente des Umrisses, bestimmt durch Pare paralleler Umrisstangenten, indem jedem Gliedkegel der Zielkegel seines Scheitels ein solches Par zuweist. Daher besitzen die Terzcurven beiderlei Büschel denselben Planpunkt.

Stellt man sich nun die berührenden Kegelflächen an sämtlichen Leitaxen des Massregales vor, so wird der Massraum durch dieselben gegliedert, weil die Reihen der Kegelflächen nach ihren Bindecurven mit dem Massregal gegliedert sind.

Durch solche Gliederung sind dem Augenmass bestimmte Anhaltspunkte geboten, geregelte Bahnen gewiesen, um zunächst den Verlauf der Bindecurve eines Gliedkegels zu erkennen, darnach dessen Gestalt und Lage in dem Massraum zu beurteilen, welcher durch die Reliefaxen des Massregales angedeutet ist.

Wir setzen nun die Gliederung des Massraumes fort, indem wir den Scheitel des Gliedkegels auf einem Schichtstrahle des Massregales verschieben (Tafel II, 4). Man lernt dadurch zwischen bekannte Grenzcurven verwandte Curven einschalten, wie man mit dem Augenmasse zwischen zwei Tangenten und der Sehne eines Bogens diesen selbst einschaltet.

Der Symmetrie wegen nehmen wir den Mittelpunkt des Plankreises $(\pi)^2$ in Richtung der Hauptaxe $|c|$ an. Die Bindepunkte $|b.A_{3,4}.\pi^2)$ bezeichnen 2 Leitaxen des Massregales, welche der Schichtstrahl $|b_i|$ verbindet, indem er auf jenen $.a_{i(3,4)}.$ bezeichnet. Durch $.A_4 a_{i3} a_{o3}$; $A_3 a_{i4} a_{o4}.$ gehen die Terzcurven $(\zeta)^3_{3,4}$.

Dieselben haben auf jedem Mantelfeld des Massregales einen Punkt gemein.

Da nämlich die Kegel $.a_{i3}(\pi^2)a_{i4}.$ denselben Plankreis besitzen, so sind dieselben noch durch eine Plancurve (π'^2) verbunden, deren Ebene auf dem Massregal eine zweite Polarcurve (π^2_m) bezeichnet. Die Curven (π'^2, π^2_m) treffen einander in 4 auf dem Massregal und beiden Kegelflächen liegenden Punkten. Anderseits er-

gänzen die Leitaxen $|a_{3,4}|$ die Terzcurven $(\xi_{3,4})$ je zu einer Curve IV. Ordnung und solche müssen mit $[\pi']$ dieselben 4 Punkte gemein haben, wie (π'^2, π_m^2), da sie je einen Kegel mit dem Massregal verbinden. Nun zeigt $[a_4 b_i]$ den $.a_4.$ mittelst des Strahles $|k_{34}|$ durch $.a_{i3}.$ als Bindepunkt von $(\pi'^2 \pi_m^2)$ und zugleich als solchen von $(\xi_3)^3$ mit $|a_4|$; dessgleichen verbindet $.a_3.$ die Leitaxe $|a_3|$ mit (π_2', π) sowohl, als mit $(\xi_4)^3$. Von den 4 Bindepunkten des Curvenpares (π'^2, π_m^2) liegen sonach zwei auf $|a_{3,4}|$, die beiden übrigen verbinden die Terzcurven $(\xi_{3,4})^3$; jede von diesen hat aber gleichwohl mit $[\pi']$ 3 Punkte gemein.

Die Planspur von $[a_{i3}\, \xi_{3,4}\, a_{i4}]$ wird durch die Planpunkte π_3, π_4 der in $.\xi_{34}.$ zusammentreffenden Kegelstrahlen angezeigt, ist parallel zu $|b_i|$ und bezeichnet auf $|b|$ den Planpunkt $.A_i.$ der Leitaxe $|a_5|$ durch $.\xi_{34}..$ $[a_5 b_i]$ berührt das Massregal in $.a_{i5}.$, daher sind $|a_5\pi_3, a_5\pi_4|$ zwei Tangenten zum Doppelpunkt $.a_{i5}.$ der Bindecurve (ω), welche den Kegel $.a_{i5}(\pi^2)$ mit dem Massregal verbindet.

Die Planspur $|\sigma_5|$ der Berührebene $[a_5 b_i]$ zeigt durch die Kegelstrahlen $|k\sigma|_{1,2}$ auf $|b_1|$ zwei Punkte von (ω). Die Planspur von $[a_1 b_i]$ deutet auf $|a_1|$ zwei weitere Punkte von (ω) an, welche diejenigen von $|b_1|$ zu einem Quadrupel Punkte der Berührebene $[a_1 b_1]$ ergänzen. Auf analoge Weise wie bei der Terzcurve lässt sich nun zeigen, dass von der Bindecurve des Kegels $.a_{i5}(\pi^2)$ mit dem Massregal in jeder Berührebene des letztern vier Punkte liegen, dass diese eine Reliefcurve IV. Ordnung, eine Quartcurve ist.

Dieser Nachweis wird bestätigt durch das Vorkommen von 2 (resp. 4) Zielstrahlen in dem Gliedkegel, welche,

wie früher, bei dem Zeilregal gezeigt werden durch die zur Richtebene parallele Zielebene, beim Massregal im allgemeinen durch einen Zielkegel mit dem Scheitel $.\mathfrak{a}_{i5}$.

Der Bindepunkt $[a_3 b_i . \pi_{3i} . \pi^2)$ zeigt durch $|k_{3i}|$ auf $|a_3|$ den zweiten Punkt auf $|a_3|$, welcher in $[a_3 b_i]$ den Planpunkt $.A_3.$ und den Doppelpunkt $.\mathfrak{a}_{i5}.$ zum Quadrupel ergänzt. Eine gleiche Ergänzung findet in $[a_4 b_i]$ bezüglich $.A_4, \mathfrak{a}_{45}.$ statt.

Die zu $|b_i|$ parall'elen Tangenten an (π^2) zeigen auf $|b|$ die Planpunkte von Leitaxen, welche die Bindecurve (ω^4) berühren.

Ist $.\mathfrak{a}_{it}.$, der Bindepunkt einer solchen Leitaxe $|a_t|$ mit $|b_i|$, der Scheitel des Gliedkegels, so wird der Kegelstrahl zum Berührpunht $.\pi_t.$ der Planspur von $[a_t b_i]$ eine Inflexionstangente von (ω^4).

Der Planpunkt $.A_t.$ von $|a_t|$ liegt dann ausser dem Plankreis; desswegen befinden sich $.A_{3,4}.$ stets auf derselben Seite der Richtebenenspur von $[\mathfrak{a}_{it} a_{1z} c_z]$.

Der Inflexionspunkt $.\mathfrak{a}_{it}.$ entsendet daher von seiner Doppeltangente aus 2 stetige Züge nach $.A_3$ und $A_4.$, welche je einem der beiden Zielpunkte von (ω^4) zustreben, die durch die Richtungen der Zielstrahlen angedeutet sind.

Der andere an die Richtebene $[\mathfrak{a}_{it} a_{1z} c_z]$ grenzende Mantelteil des Gliedkegels ist mit dem obern Mantelfelde des Massregales verbunden. Auch in diesem Mantelteil bezeichnet eine Berührebene durch $|b_i|$ einen Doppelstrahl des Kegels, dessen Bindepunkt mit dem Oberfelde (ω_4). Derselbe ist Curvenscheitel, von welchem aus der Bogen nach den zu den untern symmetrischen Zielpunkten von (ω^4) auf dem obern Kegelmantel hinzieht.

Ein solcher Bogen bildet sich für beide Mantelteile zu Seiten der Zielebene durch den Kegelscheitel aus, wenn sich dieser von dem Inflexionspunkt und zugleich von dem Regalmantel entfernt, indem alsdann der Scheitel des Gliedkegels als isolirter Punkt der Bindecurve auftritt.

Die Reihe der Gliedkegel $(\pi^2|b_i|$ wird also gegliedert durch das Par Berührkegel mit Terzbindecurven und das Par Inflexionskegel.

Durchläuft der Schichtstrahl das Massregal, so sind die Bahnen für die Scheitel der Berührkegel durch die beiden Leitaxen $|a_{3,4}|$ gegeben. Die Scheitel der Inflexionskegel dagegen durchlaufen eine Reliefcurve IV. Ordnung.

Dieselbe hat nämlich den Planstrahl $|b|$ zur Doppelasymptote, weil derselbe durch 2 mit ihm parallele Tangenten an den Plankreis als Asymptote bezeichnet wird. Ausserdem bezeichnen die beiden zur Hauptaxe, folglich zur Zieltangente des Umrisses parallelen Tangenten an (π^2) auf $|b|$ die Planpunkte eines Leitaxenpares, dessen Zielpunkte Inflexionspunkte der Zieltangente sind.

Von jedem $.A.$ ausser der Sehne $|A_3A_4|$ gehen 2 Tangenten an den Plankreis, daher bezeichnen 2 mit diesen parallele Schichtstrahlen Inflexionspunkte auf der Leitaxe $|a|$. Mit dem Schichtstrahl $|b_a|$ der Lotebene $[\alpha]$ sind 2 Tangenten an (π^2) parallel und bezeichnen auf $|b|$ die zwei Axen, deren einer Inflexionspunkt auf $|b_a|$ liegt. Folglich enthält jede Lotebene $[ab_a]$ 4 Punkte der Inflexionscurve.

Die Tangenten an. $A_{3,4}$. vertreten je ein Tangentenpar, daher bezeichnen auch die mit denselben parallelen

Schichtstrahlen auf $|a_{3,4}|$ je einen zweifachen Punkt, den Nullpunkt. In diesen Nullpunkten wird also die Inflexionscurve von den Leitaxen $|a_{3,4}|$ berührt.

Das Kreisbüschel durch $.A_{3,4}.$ gliedert der Diametralkreis über dieser Strecke nach symmetrischen Paren zu $|b|$. Für solchen Diametralkreis sind die Tangenten in $.A_{3,4}.$ unter sich parallel und rechtwinklig zu $|b|$. Der zu $|b|$ rechtwinklige Schichtstrahl trägt daher die Nullpunkte jedes Axenpares, dessen Planpunkte durch einen Diametralkreis über $|b|$ verbunden sind.

Der Kegel, welcher den Scheitel $.a_i.$ mit dem Umriss des Massregales verbindet, bezeichnet im Plan eine Polarcurve, die den Grundriss der Leitaxe $|a_i|$ in deren Planpunkt $.A_i.$ berührt. Hat solche Polarcurve mit dem Plankreis (π^2) ein (bezw. 2) Punktepar gemein, so schliesst der Gliedkegel das Massregal ein; andernfalls findet nur ein Anschluss des ersteren an das letztere statt.

Da die Richtung der Hauptaxe bei dem Umriss und bei der Planspur seines Bindekegels mit $.a_i.$ übereinstimmt, ist diess auch bei den zu dieser Hauptaxe rechtwinkligen Scheiteltangenten der Fall. Desshalb bezeichnen die zur letzteren parallelen Kreistangenten auf der Planspur der Umrissebene die Pole, deren Tangenten an den Umriss mit jenen Kreistangenten Pare von Grenzebenen ein- und anschliessender Kegelreihen durch deren Bindepunkte mit $|b_i|$ bestimmen.

So schliesst sich die Gliederung des Massraumes durch ebenenweise und punktweise berührende Kegelflächen der Gliederung des Ebenenbüschels um $|\sigma|$ an

Tafel III. *Ueberblick.*

Soll durch bestimmte Punkte nach dem Augenmass eine Curve gezogen werden, so beginnt man bei den gestreckten Teilen derselben und schaltet zwischen diesen die Biegungen unter möglichster Wahrung der Stetigkeit ein. Dabei zieht man neben dem Wechsel der Richtungen auch die von der Curve begrenzten Flächenteile mit in Betracht. Desswegen ist die ganze Curve wiederholt zu überfahren, sei es mit dem Stift, sei es mit dem Blicke, weil nur der anhaltende Zug auch den steten Biegungswechsel und mit diesem die Wahrnehmung der stetigen Fläche verbürgt. Indem nun die gestreckten Teile der Curve leichter und früher erfasst werden als die Krümmungen, gelangt man dazu die letztern nach Massgabe der erstern einzuschalten.

Der Unterricht im Freihandzeichnen trachtet in der Tat, unterstützt von dem Modelliren, darnach, dass die Schüler mit den Linien die Teilung und Gestalt der Flächen erfassen.

Auch beim perspectivischen Zeichnen fasst man nebst den Richtungen der Linien am Körper und seinem Bild zugleich die Lage der Flächen ins Auge. Wer das vernachlässigt, erlangt kein gründliches Verständniss der Zeichnung. Denn alle Punkt- und Richtungsbestimmungen sind eigentlich nur Hülfsmittel zur Flächengestaltung.

Damit also das System von Lehrsätzen, das wir Geometrie nennen, als übersichtlich gegliederte Norm dem stetigen Gestalten diene, muss das analytisch-synthetische, das messende und verbindende Zeichnen sich an die Gesamtauffassung der Linien und Flächen halten und von solchen Massformen aus die an diese sich

schliessenden Gliedformen methodisch ermitteln, wie der Bildner die Gliederungen nach der Hauptform bemisst.

So dienen die Terzcurven der ebenenweise berührenden Kegel als Massformen bei Einschaltung der Quartcurven von punktweise berührenden Kegeln. Nun legen wir die Quartcurven der punktweise berührenden Kegel aus den Bindepunkten eines Lotes mit dem Massregal der allgemeinen Ein- und Anschlussgliederung des Massraumes durch Kegelflächen zu Grunde.

Auf dem Lot $|p|$ durch den Mittelpunkt des Plankreises (π^2), welcher in Richtung der Hauptaxe $|c|$ angenommen ist, liegen 2 Bindepunkte $.\mathfrak{p}_{u,o}.$ mit dem Unter- und dem Oberfelde des Massregales (Tafel III, 5.). Die Erhebung dieser Scheitel über den Plan zeigen die Schichtstrahlen $|b_{u,o}|$ auf der Stammaxe $|a_1|$ an.

Parallel mit $|b_{u,o}|$ gehen durch $.A_1.$ die Planspuren der Berührebenen $|a_1[b_{u,o}]$ und bezeichnen auf dem Zielstrahle zu $|a_1|$ durch $.\mathfrak{p}_{u,o}.$ einen Punkt der Zielebene $[\alpha'_{u,o}]$ zur Richtebene $[\alpha']$; durch denselben geht die Planspur der unteren und der oberen Zielebene parallel zu $|\alpha'|$. Die erstere Planspur bezeichnet auf (π^2) zwei Zielstrahlen des Gliedkegels $.\mathfrak{p}_u(\pi^2)$, während die Planspur der oberen Zielebene neben dem Plankreise vorbeigeht. Folglich kommen im oberen Gliedkegel $.\mathfrak{p}_o(\pi^2)$ keine zu Leitaxen des Massregales parallelen Strahlen vor.

Durch $.\mathfrak{p}_u.$ geht die Leitaxe $|a_u|$; sie liegt in der Lotebene von $|b_o|$ und hat ihren Planpunkt $.A_u.$ innerhalb des Plankreises. Desshalb bezeichnet die Planspur von $[a_u b_u]$ auf (π^2) 2 Berührstrahlen des Doppelpunktes $.\mathfrak{p}_u.$

Dagegen liegt der Planpunkt $.A_o.$ der Leitaxe durch $.\mathfrak{p}_o.$ ausser (π^2), die Planspur von $[a_o b_o]$ geht neben dem Plankreis vorbei, mithin ist $.\mathfrak{p}_o.$ ein isolirter Punkt.

Von $.A_o.$ geht ein Tangentenpar an den Plankreis. Die zu den beiden Tangenten parallelen Schichtstrahlen berühren die Ringcurve (ω_o^4).

Der Doppelschweif (ω_u^4) ist eine Einschlusscurve, weil der Bindekegel des Umrisses mit $.\mathfrak{p}_u.$ den $.A_u.$ seiner Planspur innerhalb (π^2) zeigt, während die Ringcurve (ω_o^4) und der isolirte Punkt $.\mathfrak{p}_o.$ nur einen Anschluss des Gliedkegels an das Massregal vermitteln.

Die Planspuren des Ebenenpares um die Stammaxe $|a_1|$ durch die Endpunkte des zu $|a_1|$ parallelen Durchmessers von (π^2) deuten auf dem Lot $|p|$ ein Punktepar $.\mathfrak{p}_{i,e}.$ an, dessen Zielebenen in Bezug auf $[\alpha']$ den Gliedkegel $.\mathfrak{p}_{i,e}(\pi^2)$ berühren. Solche Gliedkegel besitzen je einen Doppelzielstrahl und die Bindecurven derselben mit dem Massregal erhalten parabolische Gestalt. Diese Quartparabeln bestehen aus 2 Zügen, von denen der eine auf dem Unterfeld, der andere auf dem Oberfeld des Massregales liegt.

Die Zielstrahlen zu jenen die Parabelkegel bedingenden Planspuren durch $.\mathfrak{p}_{i,e}.$ zeigen auf $|a_1|$ an, dass $.\mathfrak{p}_i.$ zwischen $.\mathfrak{p}_{u,o}.$ fällt, $.\mathfrak{p}_e.$ dagegen ausserhalb dieser Strecke liegt.

Durch das Punktepar $.\mathfrak{p}_{i,e}.$ ist die Kegelreihe $|p(\pi^2)$ nach Kegeln mit Ringen und solchen mit Schweifen als Bindecurven gegliedert, indem Ringe entstehen, wenn die Planspuren der Zielebenen $[\alpha_u']$ durch die Scheitel $.\mathfrak{p}_u.$ neben dem Plankreis vorbeigehen, Schweife dagegen, wenn diese Planspuren auf dem Gliedkegel ein Par Zielstrahlen zu einem Leitaxenpar des Massregales anzeigen.

Berührt (π^2) die Planspur der Richtebene $[\alpha']$, so liegt $.\mathfrak{p}_i.$ in der Höhe von $.C.$, mithin auf der Hauptaxe der Parabel, welche die Lotebene durch $|c|$ mit dem

Massregal verbindet (Tafel III, 6). Daher fallen die Bindepunkte der Kegelstrahlen in dieser Lotebene mit der Bindeparabel parweise in dasselbe Lot und bilden ein Par Deckpunkte des oberen und unteren Curvenzuges in Richtung der Hauptaxe $|c|$. Dieselben können mit Hülfe eines Kegels erkannt werden, welcher durch jene Bindparabel gelegt wird.

Verschiebt man den Gliedkegel $.\mathfrak{p}_c(\pi^2_{\alpha'})$ längs der Hauptaxe $|c|$ gegen $.C.$ hin, so streckt sich der dem Umriss näher liegende Zug der Quartparabel mehr und mehr, während der jenseits des Scheitels $.\mathfrak{p}_c.$ befindliche Zug seine Biegung in geringerem Masse verkürzt. Erreicht $.\mathfrak{p}_c.$ den Hauptscheitel $.C.$, so berührt $(\pi^2_{\alpha'})$ die $|\alpha'|$ in $.A_1.$, die Quartparabel zerfällt in $|a_1, b_1|$ und eine Terzcurve. Geht $.\mathfrak{p}_c.$ in vorerwähntem Sinn über den Umrisspunkt $.C.$ hinaus, so werden die Kegelstrahlen der Lotebene durch $|c|$ Sekanten der Massparabel in dieser Hauptebene, desshalb erscheint $.\mathfrak{p}_c.$ jetzt als äusserer Teilpunkt der Strecke zwischen den beiden Deckpunkten in $|c|$.

Die Kegelstrahlen, welche diese Deckpunkte auf dem unteren und oberen Zuge der Massparabel bezeichnen, messen dieselbe durch parallele Sehnen. Gehen die Kegelstrahlen in ein Tangentenpar an die Massparabel über, so berühren sich die Züge von $(\omega^4_{\alpha'})$ auf dem Ober- und dem Unterfelde des Massregals in einem Doppeldeckpunkt $.\mathfrak{d}^*.$ auf der Hauptaxe, um von da, bei fernerem Heraustreten des Gliedkegels aus dem Massregal, auseinander zu gehen.

Die Reihe der Quartparabeln ist ein Masszeichen für die Gestaltung der Quartcurven überhaupt, insonders der Ringformen, indem diese gleichartige Verwandlungen erfahren wie die Quartparabeln.

Im Allgemeinen wird die Bindecurve eines Gliedkegels mit dem Massregale mit Hülfe eines Bindekegels bestimmt, welcher mit dem Gliedkegel den Scheitel und mit dem Massregal entweder die Schar der Schichtstrahlen oder die der Leitaxen gemein hat. Die Planspuren zu den Berührebenen dieses Bindekegels umhüllen eine Polarcurve, die Planbindecurve. Ist die Fusspunktencurve aus dem Mittelpunkte des Plankreises zu den Tangenten der Planbindecurve mit jenem durch Punktepare verbunden, so deuten die entsprechenden den Plankreis berührenden Planspuren den Gliedkegel berührende Schichtstrahlen oder solche Leitaxen des Massregales an; deren Grundriss berührt zugleich den Grundriss der Bindecurve.

Ist eine Kegelfläche einer Schalfläche einbeschrieben, indem sie mit derselben den Plankreis und einen Punkt gemein hat, so erscheinen die Strahlen der Kegelfläche als Sehnen der Bindecurven eines Ebenenbüschels mit der Schalfläche; wobei man zweckmässig die Axe des Ebenenbüschels durch die Kegelspitze zieht und so annimmt, dass dieselbe mit dem Massregal durch ein Punktepar verbunden ist. Die Bindecurve einer solchen passend gewählten Kegelfläche mit dem Massregal weist bereits auf die allgemeine Gestalt der gesuchten hin; diesen Anhalt des Augenmasses zu ergänzen, genügen die Bindepunkte weniger Schichtstrahlen mit der Gliedfläche. Bei den Regelflächen wird man einen zweckmässig, z. B. durch einen Bindepunkt einer Gliedaxe mit der Massfläche gelegten Zielkegel zu jener Gliedfläche anwenden. Immer dienen die mit der Massfläche innigst verbundenen Glieder als Massflächen für die ferner liegenden Gliedflächen. Die genauere Ausführung der letzt berührten Verbindungen

unterbleibt für diessmal, teils um ermüdende Wiederholungen zu vermeiden, hauptsächlich aber, weil es dem Verfasser vorerst daran lag, die Grundzüge seiner Anschauungsweise festzustellen.

Diese fasst er in folgende Sätze zusammen:

Wählt man das Zeilregal zur Massfläche des Reliefs, so kann jede Gliedfläche gemessen werden durch die Schar der zum Plan parallelen Schichtstrahlen oder durch die Schar Leitaxen, an welchen sich die Schichtstrahlen verschieben.

Dieses Masszeichen deutet zugleich die Verbindungsweise der Gliedflächen mit dem allgemeinen Regal an.

Wenn man Flächen messend verbindet, ergeben sich deren Massverhältnisse, welche durch die Bindecurven bezeichnet sind.

Die Gliederung des Massraumes durch seine Flächen nach deren Bindecurven mit einer Massfläche gewährt desshalb einen **Ueberblick über die Gestaltung der Flächen nach Massverhältnissen.**

Schluss.

Alle vorstehend beschriebenen Zeichenverfahren sind zwar an speziellen Beispielen veranschaulicht; wenn man aber die Wandlungen kennt, welche die Gestalten bei Bewegung ihrer Elemente erfahren, so haben jene Masszeichen und deren Erklärung allgemeine Bedeutung. Doch genügt es nicht, zu wissen, dass diese und jene Zeichenregel allgemein Anwendung findet; vielmehr wird die allgemeine Bedeutung eines Masszeichens nur von dem gewürdigt, dessen Augenmass geübt ist, nach dem Ueberblick über Gestalt und Anordnung der gegebenen

Flächen und mit zweckmässiger Bestimmung sicher leitender Elemente die Curven richtig zu ziehen. In dem Grade wie das Augenmass Curven und Flächen erfasst, nehmen die Combinationen und Associationen der Vorstellungen an Sicherheit und innerer Freiheit zu; nähert sich das geometrische Wissen der bildnerischen Kunstfertigkeit. Zur Einübung des Augenmasses sind aber lange Namen und Umschreibungen, zahlreiche, gewundene Lehrsätze bei Erklärung der Masszeichen hinderlich. Wie der Blick von Linie zu Linie ununterbrochen weitergeht, soll die Erklärung ohne Aufenthalt von Merkmal zu Merkmal fortschreiten. Nicht die Lehrsätze, sondern die Masszeichen und deren Wandlungen enthalten den Erwerb an räumlicher Erkenntniss, an geregelten Vorstellungen von Linien- und Flächenverbänden, welcher die unmittelbare Grundlage der Anwendung und weiterer Betrachtung bildet; wie die Belegstücke der natur- und kunstgeschichtlichen Sammlungen den eigentlichen Schatz der Natur- und Kunsterkenntniss bergen. Darum gilt im Zeichenunterricht seit lange der Grundsatz: Je kürzer das Wort, desto wirksamer das Zeichen.

Durch stetes Messen und Zeichnen haben obige Betrachtungen nebeneinander das Augenmass und die Raumvorstellung betätigt.

Linie fügt sich an Linie, Richtungen verschmelzen zu stetigen Curven, die Curven wandeln sich in stetigen Flächen, die Flächen gliedern den stetigen Raum. Solch regelmässig gegliederter Raum dient als Massraum, wie die regelmässig geteilte Gerade als Massstab. Nicht im Zählen gleicher Längen besteht das Messen, sondern im bestimmten Erfassen der einzelnen Richtungen und Ausdehnungen, der Drehungen, Biegungen und Wölbungen.

Ebenso ist das Zeichnen nicht nur ein Sichtbarmachen einzelner Linien oder Formen, sondern zugleich ein Andeuten allgemeiner Linienverbindungen.

Massgebend ist dabei die Ebene für Schiebung von Strecken und Bogen; der Kegel für Drehung von Strahlen um einen Punkt; das Regal für Drehung von Ebenenparen um ein windschiefes Axenpar, damit für gleichzeitige Strahlenschiebung und Strahlendrehung; endlich die Schale für gleichzeitige Bogenschiebung und Bogendrehung. Ueberhaupt bedingen die Verbindungen der Linien und Flächen die räumlichen Massverhältnisse. Wenn man aus den Massverhältnissen des einzelnen Linienzuges dessen Bedeutung für das räumliche Gestalten erkennt[1], dann dient solcher Linienzug als Masszeichen und erlangt begriffliche Geltung, wie. Ziffern und Buchstaben.

Wie der geübte Bildner jeden Zug oder Druck seiner Hand nach der Wirkung bemisst, die derselbe in der Gesamterscheinung der Gestalt üben soll, so bemisst der Zeichner jeden Strich nach seiner Bedeutung zunächst für die vorliegende Abbildung, dann aber auch für verwandte Gestalten, endlich als Zeichen im Gestaltungsvorgang überhaupt. Analog schreibt man Zahlen zunächst um bestimmte Mengen von Dingen zu bezeichnen, dann um allgemeine Werte anzugeben, endlich um Functionen anzudeuten. Unentbehrlich für den Verkehr und die Geistesentwickelung sind wahrnehmbare Züge, so beim Gestalten wie beim Rechnen, wesentlich aber jedesmal Umfang und Gehalt der Vorstellungen, welche sich an solche Züge knüpfen. Der Umfang räumlicher Vorstellungen hängt von dem Ueber-

blick über die Wandlungen der Gestalten ab; der Gehalt dieser Vorstellungen richtet sich nach der Sicherheit des Augenmasses, nach der Beherrschung der Massverhältnisse. Wenn Hand und Blick Schiebungen, Drehungen, Biegungen der Linien sicher bemessen, wenn bei Vorstellung der Flächen Planspuren, Umrisse und die Netze der Relieflinien einander richtig ergänzen, wenn der Ueberblick über die Gliederung des Massraumes durch seine Flächen die allgemeine Ordnung des Gestaltens gegenwärtig hält, dann und solang die Vorstellung in gestaltender Tätigkeit ausharrt, begreift man das Räumliche als **stetigen** Zusammenhang seiner Elemente.

Hottingen-Zürich, Januar 1891.

Diagnoses specierum novarum

ex agris mollassicis seu neogenis,
in Museo Turicensi conservatarum*),

auctore

C. Mayer-Eymar, Prof.

Mars 1891.

Significant: (1) rarissimum; (2) rarum; (3) non rarum; (4) frequens et (5) abundans.

E serie Pleurotomae (Drilliae) sigmoideae.

Pleurotoma (Drillia) Buffoni, May.-Eym.

Pl. (Dr.) testa subfusiformi, crassula, lævi, nitente; spira longiuscula, acuta; anfractibus circiter 10, con-

*) Descriptiones in lingua gallica et figuras vide in „Journal de Conchyliologie, Paris" 1891.

vexiusculis, angustiusculis, medio subangulatis, sutura angustissima, incisa, separatis; costulis longitudinalibus 10 in anfractu, obliquis, leviter compressis, intersticiis angustioribus, in angulo subspinosis, postice attenuatis, ad suturam granulum efformantibus; ultimo anfractu spirae paulo breviore, antice depresso, in caudam brevissimam, latam, transverse striatam, satis velociter exeunte; costulis antice attenuatis, ad caudae initium granulo terminatis; ore ovato-rotundato, in canalem brevissimum et latum exeunte; rima lata profundaque. — Long. 9, lat. $3^1/_2$ mm.

* Astianum II: Aramon prope Avenionem (2—3).

E serie Pleurotomae (Drilliae) pustulatae.

Pleurotoma (Drillia) Torcapeli, May.-Eym.

Pl. (Dr.) testa claviformi, crassula; spira longiuscula, acuta; anfractibus circiter 10, convexiusculis, latiusculis, medio angulatis, sutura angusta profundaque separatis, postice margine crasso, obtuse nodoso, instructis, antice et ad suturam posticam transverse striatis; costis longitudinalibus 9 in anfractu, brevibus, rectis, distantibus, in angulo leviter spinosis, in canalem rimae evanescentibus; ultimo anfractu spiram æquante, antice velociter depresso, in caudam brevem, latam, obliquam, transverse striatam, exeunte, costis longitudinalibus usque ad caudae initium productis, attenuatis autem et plerumque bifidis striisque transversis sensim majoribus et distantioribus clathratogranoso; ore ovato-oblongo, in canalem brevem et latam exeunte; columella fere recta; rima profunda, acutiuscula. — Long. 28, lat. 11 mm.

Astianum II: Aramon (2).

E serie Pleurotoma (Genotae) ramosae.

Pleurotoma (Genota) austro-gallica, May.-Eym.

Pl. (G.) testa fusiformi, incrassata; spira paulum elongata, apice acuta; anfractibus subcarinatis, antice planis, postice concavis, ad suturam anguste et alte marginatis, costis longitudinalibus crassiusculis, in angulo noduloso-spinosis, a sulculis transversis paucis decussato-subgranosis; ultimo anfractu magno, $^3/_5$ longitudinis efformante, dorso subplano, in caudam brevem et latam sensim exeunte, costis longitudinalibus crassulis, fere omnibus bifidis, a sulcis transversis non multis, profundis, inæquidistantibus, decussato-subgranosis; ore longo, angusto; columella fere recta. — Long. 43, lat. 14 mm.

Helvetianum I: Grund prope Vindobonam (3).

Helvetianum II, b: Salles prope Burdigalam (3).

E serie Pleurotomae (Clavatulae) Ighinai.

Pleurotoma (Clavatula) evoluta, May.-Eym.

Pl. (Cl.) testa claviformi, ex toto subregulariter transverse striata; spira longa, apice acuta; anfractibus 10, lente crescentibus, latiusculis, subcontiguis, sutura profunda separatis, antice monolino ornatis, medio late et satis profunde excavatis, postice margine crassulo instructis; ultimo anfractu spirae breviore, in caudam brevissimam et latam, leviter obliquam, velociter exeunte, dorso longitudinaliter obsolete costellato, transverse irregulariter paucicostulato, costulis obsolete granulosis; ore subovato; canali lato; columella fere recta. — Long. 14, lat. 8 mm.

Aquitanianum II, a: Saucats prope Burdigalam (2).

Langhianum II: Saucats (2).

E serie Mangiliae (Bellardiellae) julianae.

Mangilia (Bellardiella) consobrina, May.-Eym.

M. (B.) testa parva, subfusiformi, crassula; spira parum longa, apice acutata; anfractibus convexis, angustiusculis, postice anguste canaliculatis, costis longitudi-

nalibus 10, crassulis, intersticiis fere æqualibus, rectis, valde prominentibus, in canaliculo evanescentibus, striis transversis crassulis, crebris, fere æqualibus, super costas decurrentibus, aliis in canaliculo tenuibus; ultimo anfractu spirae paulo breviore, dorso angusto, in caudam brevem et latiusculam, leviter contortam, velociter exeunte, costis sensim attenuatis, ad caudae initium evanescentibus; varice valde prominente; ore oblongo, leviter obliquo; canali latiusculo, arcuato; labro acuto; columella tenue triplicata. — Long. 8, lat. 3 1/2 mm.

Astianum II, a: Aramon (2).

E serie Coni clavati.

Conus Basteroti, May.-Eym.

C. testa turbinato-cuneata; spira exserta, depresso-conica, apice acutiuscula; anfractibus subplanis, plus minusve contiguis, sutura incisa separatis, subtiliter marginatis, transversim striatis; ultimo anfractu cuneato, paulum elongato, postice obtuse angulato, dorso transversim multistriato, antice sulculato; lineis incrementi leviter sinuosis; ore leviter arcuato, antice sensim latiore. — Long. 50, lat. 26 mm.

Aquitanianum II, a: Larriey-Saucats prope Burdigalam (2).

Conus Benoisti, May.-Eym.

C. testa turbinato-subclavata; spira exserta, leviter contabulata, apice acutiuscula; anfractibus obtuse carinatis, postice oblique plano-concavis, transversim striatis, ad suturam tenue marginatis; ultimo anfractu magno, longiusculo, postice perpaulum ventricoso, dorso transversim obsolete striato, antice striis transversis sensim crassioribus, intersticiis paulo minoribus; striis incrementi

paulum arcuatis; ore elongato, postice sensim angustato, antice leviter dilatato. — Long. 53, lat. 25 mm.

Langhianum I, b: Saucats prope Burdigalam (1).

E serie Coni deperditi.

Conus Cazioti, May.-Eym.

C. testa parva, oblongo-turbinata; spira exserta, concavo-conica, apice acutissima; anfractibus 10, velociter crescentibus, antice acuticarinatis, postice latiusculis, planoconcavis, vix contabulatis, transversim regulariter sulculatis, in carina obsolete laxeque tuberculosis; tuberculis transversis; ultimo anfractu regulariter conico, dorso lævigato, antice transversim multistriato; striis incrementi valde arcuatis; ore longo, antice vix latiore. — Long. 10, lat. 6 1/2 mm.

Astianum II, a: St-Amand prope Avenionem (1).

E serie Coni verrucosi.

Conus clanculus, May.-Eym.

C. testa parvula, oblongo-turbinata; spira exserta, conica, apice acutiuscula; anfractibus 9, paulum velociter crescentibus, antice obtuse carinatis, postice anguste elate autem marginatis, medio anguste canaliculatis et paucistriatis, in carina obtuse laxeque tuberculosis: tuberculis transversis; ultimo anfractu medio ventricosiusculo, antice satis velociter attenuato, striis transversis posticis tenuibus, densis, simplicibus, mediis et anticis distantiusculis, irregularibus, granulosis; ore elongato, antice sensim latiore. — Long. 8, lat. 4 1/2 mm.

Dertonianum I: Saubrigues et St-Jean-de-Marsacq prope Baïonnam (3).

E serie Coni fusco-cingulati.

Conus Falloti, May.-Eym.

C. testa subparva, breve claviformi; spira paulum

exserta, depresso-conica, apice acutula; anfractibus plano-concavis, contiguis, sutura incisa separatis, transversim quadristriatis; ultimo anfractu obtuse carinato, ventricosiusculo, ad carinam rotundato, transversim multistriato, antice irregulariter sulcato; ore latiusculo, postice sensim angustiore.

Langhianum I, a: Moulin de l'Eglise, pagus Saucatsensis (1).

E serie Coni ventricosi.

Conus gallicus, May.-Eym.

C. testa plerumque subparva vel mediocri, raro majuscula, crassula; spira leviter depressa, imagine obliqua concavo-conica, apice exserta; anfractibus applanatis, interdum plano-concavis, sutura incisa separatis, contiguis, transversim plus minusve obsolete quinquestriatis; ultimo anfractu magno, obtuse angulato, ventricosiusculo, transversim multistriato, antice costellato; ore angustiusculo, vix arcuato, antice sensim latiore; columella basi contorta. — Long. 53, lat. 30, plerumque tamen, long. 30—35, lat. 17—22 mm.

Aquitanianum II, a: Larriey-Saucats (3—4); b: St. Avit prope Montem Marsanensem (2).

Langhianum I, a: Saucats (3); Merignac (2); b: St. Paul prope Aquas tarbellianas (2—3).

E serie Coni Sturi.

Conus granulato-cinctus, May.-Eym.

C. testa parvula, turbinato-clavata; spira exserta, imagine obliqua concava, apice mucronata; anfractibus, primis exceptis, antice carinatis, penultimo et ultimo contiguis, omnibus transversim tenuistriatis, ad suturam anticam leviter denticulatis; ultimo anfractu maximo, elongato, vix convexo, postice obtuse angulato, dorso toto

costellis transversis, crassiusculis, uniformibus, æquidistantibus, laxe granulosis, ornato; ore longo, latiusculo, leviter sinuoso; columella antice contorta. — Long. 16, lat. 7 mm.

Dertonianum I: Saubrigues prope Baïonnam (1).

E serie Coni Mojsvari.

Conus Larraldei, May.-Eym.

C. testa majuscula, oblongo-turbinata, subclavata, crassiuscula; spira depressa, obtuse conica, imagine obliqua levissime concava, apice acutiuscula; anfractibus plano-convexis, sutura incisa separatis, pæne contiguis, levissime undulatis, transversim inæqualiter striatis; ultimo anfractu magno, cuneato, postice obtuse angulato, leviter rotundato, medio levissime depresso, dorso toto transversim multistriatulo etenim irregulariter paucilineato, antice crassistriato; lineis incrementi vix flexuosis; ore longo, angusto, fere recto; columella antice leviter contorta. — Long. 56, lat. 30 mm.

Langhianum I, a: Abesse, pagus S. Paulensis (1).

E serie Coni Ewaldi.*)

Conus peregrinus, May.-Eym.

C. testa subparva, oblongo-turbinata, cuneiformi; spira brevi, obtuse conica, apice acutiuscula; anfractibus acutangulatis, plano-concavis, leviter contabulatis, transversim striatis; ultimo anfractu longiusculo, cuneato, postice acutangulato, dorso toto transversim subregulariter crassistriato, antice laxe paucisulcato; striis incrementi

*) Von Koenen. Das Norddeutsche Unter-Oligocän, p. 289 (p. p.), tab. 24, fig. 16 et 17 (non fig. 15, quae ad Conum antecessorem, May.-Eym., e stratis helvetianis inferioribus Austriae, pertinet.

valde arcuatis; ore longo, angusto, basi latiore; columella fere recta. — Long. 28, lat. 15 mm.

Langhianum I, a: Saucats (1).

E serie Coni Johannae.

Conus præcursor, May.-Eym.

C. testa elongato-turbinata, procera; spira exserta, conica, apice acuta; anfractibus obtuse angulatis, plano-convexis, pro parte contiguis, pro parte leviter contabulatis et obtuse nodulosis, transversim obsolete striatis; ultimo anfractu elongato, postice vix angulato, dorso transversim tenuissime striato etenim fasciolis latiusculis, fere regularibus ornato, antice multicostulato; costellis a striis incrementi irregulariter decussatis, tenue granosis; ore longo et angusto; columella fere recta. — Long. 52, lat. 20 mm.

Langhianum I, b: Saucats (1).

E serie Coni Vindobonensis.

Conus Saucatsensis, May.-Eym.

C. testa subparva, oblongo-turbinata; spira plus minusve exserta, imagine obliqua vix concava, apice acutiuscula; anfractibus obtuse angulatis, plano-concavis, medio levissime canaliculatis, interdum contiguis, transversim obsolete paucistriatis, ultimis exceptis, in angulo leviter et laxe granosis; ultimo anfractu paulum elongato, ventricosiusculo, transversim striatulo, antice multistriato; ore latiusculo; columella levissime sinuosa. — Long. 36, lat. 20 mm.

Langhianum II: Saucats (3).

E serie Coni Ottiliae.

Conus Vasseuri, May.-Eym.

C. testa parva, oblongo-turbinata, subclavata; spira paulum exserta, imagine obliqua concava, apice acutissima;

anfractibus primis rotundatis, sequentibus obtuse carinatis, ultimis contiguis, primis exceptis, planis, transversim sexstriatis, in carina leviter granosis; ultimo anfractu acute carinato, dorso ventricoso, antice attenuato, striis transversis remotis, granosis, a carina ad basin sensim crassioribus distantioribusque; ore longo, latiusculo; columella sinuosa, antice vix contorta. — Long. 22, lat. $10^1/_2$ mm.

Langhianum I, a: Saucats (1).

E serie Mitrae fusiformis.

Mitra Basteroti, May.-Eym.

M. testa parva, fusiformi, tenuiuscula, lævigata; spira longiuscula, acutissima; anfractibus leviter convexis, satis velociter crescentibus, sutura angusta, incisa, separatis, longitudinaliter striatis; ultimo anfractu magno, fere, $^3/_5$ longitudinis efformante, postice leviter depresso, dorso plano-convexo, antice satis velociter in caudam brevem et latam, obliquam, oblique sulculatam, exeunte; ore longiusculo, latiusculo; columella quinqueplicata; plicis valde obliquis, regulariter decrescentibus; labro medio subangulato. — Long. 19, lat. 7 mm.

Langhianum I, a: Saucats (3), Mauras (2).

— II: Saucats (2).

Helvetianum II, b: Salles prope Burdigalam (1).

E serie Mitrae acutae.

Mitra cochlearella, May.-Eym.

M. testa subfusiformi, procera, tenui; spira longa, apice acutata; anfractibus pæne planis, sutura impressa separatis, primis quinis transversim sulcatis, ceteris transversim obscure laxeque striatis; ultimo anfractu dimidium longitudinis efformante, postice paululum depresso, dorso longiusculo, plano-convexo, antice velociter in caudam subbrevem et latam, contortam, exeunte, sulculis obliquis

paucis, distantiusculis; ore ovato-oblongo, leviter dilatato; columella quinqueplicata; labro arcuato, basi leviter protracto. — Long. 25, lat. 9 mm.

Dertonianum II, a: Lapugy (Transilvania) (2).

E serie Mitrae scrobiculatae.

Mitra facilis, May.-Eym.

M. testa parvula, subfusiformi, brevi, ventricosa; crassula; spira paulum elongata, apice acutata; anfractibus 8, plano-convexis, latiusculis, sutura incisa separatis, fere contiguis, transversim sulculatis; ultimo anfractu magno, fere $^3/_5$ longitudinis occupante, dorso ventricosiusculo, antice velociter in caudam subbrevem, latiusculam, leviter contortam, exeunte, sulculis transversis regularibus striisque incrementi validiusculis irregulariter reticulato; ore oblongo; columella quadriplicata: plicis subtenuibus, distantiusculis; labro subangulato, irregulariter subdentato. — Long. 15, lat. 6 mm.

Dertonianum II, a: Lapugy (1).

E serie Mitrae Astensis.

Mitra multistriata, May.-Eym.

M. testa subparva, ovato-elongata, crassula, ex toto transversim regulariter et crebre striatula; spira paulum elongata, apice acutata; anfractibus circiter 9, convexiusculis, sutura impressa separatis, postice leviter depressis, subcontabulatis; ultimo anfractu magno, $^3/_5$ longitudinis efformante, postice leviter depresso, dorso plano-convexo, transversim obsolete paucirugato; antice paulum velociter in caudam brevem et latam, leviter obliquam, transversim paucistriatam, exeunte; ore oblongo, latiusculo; columella recta, quadriplicata; plicis paulum incrassatis, valde inæqualibus; labro leviter arcuato. — Long. 25, lat. 10 mm.

Dertonianum II, a: Lapugy (1).

E serie Mitrae clavatularis.

Mitra Paulensis, May.-Eym.

L. incognita, Grat., Atl., t. 37, f. 8 (non Bast.).

M. testa subparva, oblongo-turrita, solidula; spira longiuscula, apice acuta; anfractibus convexiusculis, sutura incisa separatis, transversim obsolete sulcatis; ultimo spiram æquante, dorso longiusculo, plano-convexo, antice sensim angustato, in caudam brevem, latam, subrectam, transversim striis paucis, prominentulis, remotiusculis, munitam, exeunte; ore brevi, latiusculo; columella quadridentata, leviter umbilicata; labro recto, antice arcuato. — Long. 27, lat. $9^1/_2$ mm.

Langhianum II: St. Paul prope Aquas tarbellianas (3).

E serie Mitrae nigrae.

Mitra prænigra, May.-Eym.

M. testa submagna, subfusiformi-turriculata, incrassata; spira elongata, apice acutata; anfractibus circ. 12, satis velociter crescentibus, latiusculis, convexis, sutura angusta, impressa, separatis, transversim humilissime striatis, striis longitudinalibus validulis, crebris, irregularibus, obliquis; ultimo anfractu brevi, $^2/_5$ longitudinis efformante, postice depresso, dorso subcylindrico, antice paulum velociter in caudam brevem et latam, leviter obliquam, transversim regulariter paucisulcatam exeunte; ore breviusculo, latiusculo; columella sinuosa, quadriplicata, basin versus arcuata; labro paulum arcuato, basi pæne emarginato. — Long. 58, lat. 19 mm.

Dertonianum I: Lapugy (1).

Dertonianum II, a: Lapugy (2).

E serie Mitrae scrobiculatae.

Mitra Sallomacensis, May.-Eym.

Mitra striatula, Bell., Mitre, t. 1, f. 22, 23. Font., Moll. plioc., vol. 1. pl. 6, f. 7, 8 (non Broc.). — M. affinis, Cocc., Mollus. Parma, Piacenza, t. 3, f. 1, 2 (non Reeve).

M. testa fusiformi, turrita; spira plus minusve elongata, apice acuta; anfractibus plano-convexis, postice obtuse angulatis, leviter contabulatis, transversim sulcatis; sulcis punctatis; ultimo anfractu breviusculo, modo spiram æquante, modo paulo longiore, modo breviore, cylindraceo, modo ex toto, modo postice et antice transversim sulcato, antice sensim attenuato et in caudam brevissimam latamque exeunte; ore breviusculo, oblongo; columella subquadriplicata; labro fere recto, basi valde emarginato. — Long. 29, lat. 9 mm.

Helvetianum II, b: Salles prope Burdigalam (3–4).

Dertonianum I: S. Agata prope Dertonam (2).

Dertonianum II, a: Stazzano prope Dertonam, Lapugy (2).

Astianum I: Prato-Ottesola prope Parmam (2).

— II: Asti (3), Perpignan (4), Bollène (2–3), St. Amand (3–2).

Mitteilungen

von

Prof. **A. Weilenmann.**

In den nachfolgenden Zeilen beabsichtige ich nicht, wesentlich Neues zu bringen, sondern der Zweck derselben ist ein mehr didaktischer. Ich habe einige Sachen herausgegriffen, um mehr meine Ansicht über deren Behandlungsweise darzulegen, insbesondere in dem Falle, da Infinitesimalrechnung ausgeschlossen ist. Die Reihenfolge der Artikel ist etwa diejenige, welche der Gang des Unterrichtes erfordert.

1. Die Reibung. Die hier niedergelegte Art der Bestimmung des Reibungskoeffizienten durch Bewegung eines Körpers, besonders eines rollenden, halte ich namentlich deswegen für wichtig, um neben dem freien Falle ein anderes auch praktisch verwertbares Beispiel veränderlicher Bewegung vorzuführen.

2. Die Fliehkraft. Den Begriff der Fliehkraft im Unterrichte zurecht zu legen und verständlich zu machen bietet immer seine gewissen Schwierigkeiten, die nach meiner Ueberzeugung durch die hier niedergelegte Ableitung beseitigt werden.

3. Zur Gastheorie. Man ist jedenfalls genötigt, dieses Kapitel mehr oder weniger eingehend zu behandeln. Der hier eingeschlagene Weg führt in möglichst kurzer und einfacher Art das Hauptsächlichste zur Erkenntnis vor.

4. Potential eines Punktes in Bezug auf eine elektrische Kugel. Man kann sich wohl heutzutage der Notwendigkeit kaum entziehen, selbst im Unterrichte

an Mittelschulen auf das Wesen des Potentials, insbesondere des elektrischen, einzugehen, da nur dann der Unterricht in Elektrizität den neuern Anschauungen entsprechend sich gestalten kann. Die Einsicht in die Erscheinungen wird viel einfacher und klarer, insbesondere in die Wirkung der Kondensatoren, die Stromwirkungen u. s. f., besonders wenn man schon in der Mechanik darauf Bedacht genommen hat, die Zuhörer mit den absoluten Maassen vertraut zu machen.

1. Ueber die Reibung.

Die Ermittlung der Reibungskoeffizienten wird nach dem Vorgange von Coulomb für gleitende Reibung mit dem sog. Tribometer ausgeführt, für rollende durch an Walzen gehängte Gewichte. Auch die schiefe Ebene kann mit Vorteil zur Bestimmung benutzt werden. Beide Methoden passen vortrefflich für das Gleiten, dagegen weniger für das Rollen, weil das anzuhängende Gewicht oder bei der schiefen Ebene der Neigungswinkel für das Abrutschen sehr gering sind.

Dagegen ist eine andere Methode äusserst geeignet zur Beobachtung des Koeffizienten der rollenden Reibung.

Bei jedem in Bewegung sich befindenden Körper tritt die Reibung als hindernde Kraft auf. Wirken ausser dem einmaligen Antriebe keine weitern Kräfte mehr, so kann, da die Reibung bei gleicher Flächenbeschaffenheit nahezu konstant ist, die Bewegung sehr angenähert als eine gleichmässig verzögerte angenommen werden.

Bezeichnen wir daher mit m die bewegte Masse, mit a ihre Verzögerung, und mit R die reibende Kraft, so ist jedenfalls

$$R = m\,a \quad \text{Dyns } (m \text{ Gramme, } a \text{ cm})$$

Gewöhnlich wird aber die Reibung in Grammdruck angegeben, wenn die Masse m in Grammen gegeben ist. Bedeutet daher g die Beschleunigung der Schwerkraft in cm, so wird in Grammdruck

$$R = \frac{a}{g} m = km$$

Hier ist dann $$k = \frac{a}{g}$$

der Wert, den man in der Praxis gewöhnlich als den Reibungskoeffizienten bezeichnet. Sobald mithin a bekannt ist, lässt sich jener sofort angeben. a erhält man aber leicht:

Man erzeugt auf horizontaler Unterlage durch einen Schlag, z. B. mit einem Pendelhammer, die Bewegung, zählt die Zeit t vom Beginne bis zum Momente, da der Körper von selbst zur Ruhe kommt, und misst den zurückgelegten Weg s. Dann ist $$s = \frac{at^2}{2}$$

folglich $$a = \frac{2s}{t^2}$$

$$k = \frac{2s}{gt^2}$$

Als Beispiel möge die rollende Reibung einer Eisenholzkugel auf glattem Eichenholz bestimmt werden. Die Beobachtung gab:

$$s = 121{,}2 \text{ cm} \quad t = 8{,}47 \text{ Sek.} \quad g = 981 \text{ cm}$$

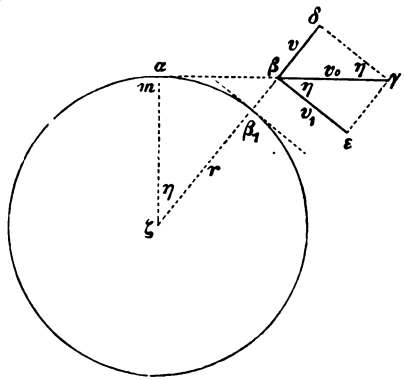
somit $$k = 0{,}00344.$$

Natürlich könnte man auch zwei Zeiten und die zugehörigen Wege messen, während der Körper in Bewegung ist, um daraus Anfangsgeschwindigkeit und a zu berechnen.

2. Ueber die Fliehkraft.

Ist ein Körper sich selbst überlassen, so bewegt er sich mit einer gleichförmigen Geschwindigkeit, z. B. v_0,

geradlinig weiter. Soll er sich daher krummlinig bewegen, so muss er durch eine Kraft beständig aus seiner Richtung abgelenkt werden. Betrachten wir speziell eine Kreisbahn, auf welche alle elementaren Stücke einer beliebigen Kurve zurückgeführt werden können. Die Kraft, welche die Masse m immer wieder in die Kreisbahn treibt, muss normal zu letzterer stehen, d. h. ihre Richtung weist nach dem Mittelpunkte, ist daher eine Zentralkraft, die mit z bezeichnet werden möge. Hat die Masse in der Richtung der Tangente die Geschwindigkeit v_0, und würde sie in der unendlich klein gedachten Zeit τ von α nach β getrieben, so muss dieselbe in der gleichen Zeit wieder auf den Kreis nach β_1 durch die Zentralkraft z getrieben werden.



Die in der Tangentenrichtung $\alpha\,\beta$ vorkommende Geschwindigkeit v_0 zerlegt sich in zwei Komponenten, die radiale v und die für β_1 tangentiale v_1, so dass

$$v = v_0 \sin \eta$$
$$v_1 = v_0 \cos \eta.$$

Die von der Zentralkraft in der Zeit τ zu überwindende Kraft ist daher die der radialen Geschwindigkeit v entsprechende

$$f = \frac{m\,v}{\tau} = \frac{m\,v_0}{\tau} \sin \eta.$$

Diese Komponente ist es, mit welcher die Masse m sich vom Zentrum radial zu entfernen, d. h. das Zentrum

zu fliehen versucht, und welche mithin als Fliehkraft bezeichnet wird. Sie lässt sich noch in anderer Weise ausdrücken. $\alpha\,\beta$ ist der unendlich kleine Weg während der Zeit τ, somit

$$\alpha\,\beta = v_0\,\tau$$

Ferner $$\sin\eta = \frac{\alpha\,\beta}{\zeta\,\beta}$$

Wegen des unendlich kleinen τ ist aber auch Winkel η unendlich klein, mithin

$$\sin\eta = \frac{\alpha\,\beta}{r} = \frac{v_0\,\tau}{r},$$

wenn r den Kreisradius bedeutet. Mit Benutzung dieses Wertes ergibt sich $$f = \frac{m\,v_0^2}{r}$$

für den Betrag der Fliehkraft, der zugleich denselben Wert wie die Zentralkraft haben muss. Die weitern Formen

$$f = m\,r\,\omega^2 = \frac{4\,\pi^2\,r}{T^2},$$

wo ω die Winkelgeschwindigkeit, T die Umlaufszeit bedeuten, sind auf bekannte Art leicht zu finden.

Die Komponente v_1 liefert die Tangentialkraft u, als Sekundenkraft geschrieben

$$u = m\,v_1 = m\,v_0\cos\eta$$

oder weil η unendlich klein:

$$u = m\,v_0$$

Ein ganz ähnliches Verfahren kann auch angewendet werden, um die Bewegung einer Kreiselaxe zu erläutern.

3. Zur Gastheorie.

Bezeichnen wir die kinetische Energie eines Körpermoleküls als die absolute Temperatur, mit μ die Masse eines Moleküls, mit v seine Geschwindigkeit, so wird jene ausgedrückt durch $\frac{\mu\,v^2}{2}$. Da jedoch die absolute

Masse der Moleküle nicht mit Sicherheit bekannt ist, so kennen wir ebenfalls den absoluten Wert der Temperatur, die in Energieeinheiten gegeben werden sollte, nicht, und müssen uns daher mit einem Relativmaasse begnügen. Wenn wir zwei Körper zur Berührung bringen, so gleichen sich die Energiebeträge der einzelnen Moleküle der Körper aus. Die Körper haben dieselbe Temperatur, wenn die einzelnen Moleküle des einen dieselbe kinetische Energie besitzen wie diejenigen des andern. Um zu einem Relativmaasse zu gelangen, bringt man einen Körper in schmelzendes Eis bis zur Temperaturausgleichung. Dann besitzt jedes Molekül eine bestimmte Energie. Erhöhen wir nun die Temperatur bis zu derjenigen des siedenden Wassers unter Atmosphärendruck, so nimmt die Energie jedes Moleküls um einen gewissen nicht sicher bekannten Betrag zu. Diese Zunahme teilt man in hundert gleiche Teile und nennt einen solchen Teil einen G r a d. Ein solcher entspricht also einer bestimmten Anzahl Energieeinheiten (Ergs), die für ein Molekül jedes Körpers dieselbe ist. Bezeichnen wir sie mit e und die absolute Temperatur in Graden mit T, so wird

1) $$\frac{\mu v^2}{2} = e T$$

Die einem Körper zugeführte Wärmeenergie wird in verschiedener Weise verwertet. Ein Teil E dient zur Erhöhung der kinetischen Energie der Moleküle, d. h. zur Erhöhung der Temperatur, ein anderer K zur Ueberwindung der Kohäsion, ein dritter D zur Ueberwindung des äussern Druckes und ein vierter J zu Arbeitsleistung innerhalb der Moleküle (Verminderung der sog. Affinität). Beziehen wir die Wärmezufuhr auf 1 Gramm des Körpers und auf einen Grad Temperaturerhöhung, und nennen sie c (spezifische Wärme), so ist

2) $$c = E + K + D + J.$$

Es sei z die im Gramme enthaltene Anzahl Moleküle. Dann ist $E = z\,e$.

Ferner wird auch die Kohäsionsarbeit K nahe der Molekülzahl proportional sein, ebenso die Arbeit J im Innern der Moleküle, und es kann gesetzt werden

$$K = zk, \quad J = zi,$$

so dass man erhält

3) $$c = z\,(e + k + i) + D.$$

Für feste und auch flüssige Körper kann unter gewöhnlichen Druckverhältnissen die äussere Druckarbeit in erster Annäherung ausser Betracht fallen und wir haben

4) $$c = z\,(e + k + i).$$

Da die Gleichung sich auf ein Gramm bezieht, und μ die Masse eines Moleküls ist, so muss

$$z\,\mu = 1, \quad \text{oder} \quad z = \frac{1}{\mu}$$

sein. Dann gibt 4

5) $$c\,\mu = e + k + i.$$

e ist ein konstanter Reduktionsfaktor. Die Kohäsionsarbeit wird wegen der geringen Volumenänderung jedenfalls nur klein sein, daher in verschiedenen Körpern auch nicht sehr verschieden. Die Arbeit i innerhalb des Moleküls aber wird bei verschiedenen Körpern ungleich sein, und man darf schliessen, im allgemeinen um so grösser, je komplizirter das Molekül ist, d. h. aus je mehr Atomen dasselbe besteht. Für Körper ähnlicher Zusammensetzung wird i nicht sehr verschieden sein. $c\,\mu$ ist einfach die Molekularwärme. Wir erkennen daher das Gesetz von Neumann, aber erkennen es auch nur als ein Näherungsgesetz: Für Körper ähnlicher Zusammensetzung ist die Molekularwärme ungefähr gleich gross.

Dasselbe wird am ehesten gelten für die einfachsten Körper, die Elemente. Dann kann statt der Molekular-

masse auch die Atommasse gesetzt werden. Es folgt das Gesetz von Dulong und Petit, jedoch auch nur als Annäherung:

Die Atomwärme aller festen Elemente hat nahezu denselben Wert.

Wegen der Zunahme des i muss mit der Atomzahl im Moleküle auch die Molekularwärme wachsen, und wir haben hiefür den Ausdruck in dem Gesetze von Kopp:

Die Molekularwärme eines Körpers ist ungefähr gleich der Summe der Atomwärmen der zusammensetzenden Elemente.

Für die Gase fällt die Kohäsionsarbeit weg, dagegen darf die äussere Druckarbeit wegen der starken Ausdehnung nicht vernachlässigt werden. Es ist daher in diesem Falle Gleichung 3 zu schreiben:

6) $$c = z\,(e + i) + D.$$

Denken wir uns ein Gramm Gas vom Volumen V und die Druckkraft auf den cm² Fläche gleich p Dyns, so ist

7) $$E_p = p\,V$$

die entsprechende potentielle Energie z. B. eines Kolbens in einem Zylinder. Diese wird erzeugt durch die kinetische Energie der Gasmoleküle. Für die absolute Temperatur T beläuft sich diese im Ganzen auf

8) $$E_k = z\,e\,T.$$

In der Kolbenrichtung wirkt jedoch nur ein Drittel derselben. Die Kolbenmoleküle besitzen aber wegen der gleichen Temperatur auch dieselbe Energiemenge, die sich zu der des Gases addirt, d. h. diese verdoppelt.

Der die potentielle Energie erzeugende Teil ist mithin:

9) $$E_k' = \frac{2}{3}\,z\,e\,T.$$

Die Gleichheit von 7 und 9 gibt demnach:

10) $$p\,V = \frac{2\,z\,e}{3}\,T.$$

Das sogenannte Mariotte-Gay-Lussac'sche Gesetz, aus welchem $T = \frac{\mu\,v^2}{2}$ setzend auf bekannte Art die Geschwindigkeit der Gasmoleküle erhalten wird. Ebenso erhält man sofort das Gesetz von Avogadro, sowie die Proportionalität zwischen Dichte und Molekularmasse.

11) $$R = \frac{2\,z\,e}{3}$$

ist die sogenannte Gaskonstante.

Wird die Temperatur T um 1° erhöht, so nimmt die auf den Kolben wirkende Gasenergie um $\frac{2\,z\,e}{3}$ zu und vermehrt sich um ebensoviel die potentielle Energie des Kolbens; dieser steigt bei konstantem Drucke. Die Druckarbeit ist daher:

12) $$D = \frac{2\,z\,e}{3}.$$

Mithin folgt aus 6:

13) $$c = z\left(\frac{5}{3}\,e + i\right).$$

Dies ist die sogenannte spezifische Wärme bei konstantem Drucke.

Wird das Volumen konstant erhalten, so fällt die äussere Druckarbeit weg, und es bleibt nach 6 noch

14) $$c_o = z\,(e + i)$$

oder die spezifische Wärme bei konstantem Volumen.

Der Unterschied beider ist

15) $$c - c_o = R = \frac{2\,z\,e}{3}$$

d. h. gleich der Gaskonstanten, wie allgemein bekannt.

Durch Division ergibt sich ferner:

16) $$\frac{c}{c_o} = 1 + \frac{2}{3}\frac{e}{e+i}.$$

Für einatomige Gase ist

17) $$i = o,$$

daher

18) $$\frac{c}{c_o} = 1{,}667$$

wie auch wirklich von Kundt und Warburg experimentell für das einatomige Quecksilber gefunden wurde.

Für Gase ähnlicher Konstitution werden die Werte von i noch weniger abweichen als für feste Körper. Dies wird insbesondere gelten für die zweiatomigen Gase. Da i aber hier nicht mehr Null ist, so muss für dieselben $\frac{c}{c_o}$ kleiner als 1,667 sein. Es sind auch wirklich für die Gase Luft, H_2, CO, NO, HCl die von Wüllner und E. Wiedemann gegebenen Werte von $\frac{c}{c_o}$ zwischen den Grenzen 1,39 und 1,41 liegend. Nur für Cl_2 ergibt sich, unter Annahme des Arbeitswertes der Grammkalorie zu 0,427 Mkg, und der in Kalorien gegebenen spezifischen Wärme des Chlors $c = 0{,}1210$ der wesentlich kleinere Wert

$$\frac{c}{c_o} = 1{,}301.$$

Es scheint also hier die Arbeit im Innern des Moleküls ziemlich grösser zu sein als bei den andern zweiatomigen Gasen. Das würde auch damit stimmen, dass nach V. Meyers Bestimmungen in höhern Temperaturen das Chlor einatomig zu werden scheint. Bei komplizirteren Molekülen wird i jedenfalls immer grösser und daher auch $\frac{c}{c_o}$ immer kleiner. Beispielsweise giebt Kohlensäure (CO_2) 1,30, Aether $(C_4 H_{10} O)$ 1,08 nach Wiedemann.

Es lässt sich dann auch, wie es Wüllner und E. Wie-

demann getan, das Verhältniss $\frac{i}{e}$ bestimmen, welcher Quotient für zweiatomige Gase 0,6—0,7, für Aetherdampf aber 7,6 beträgt.

Da auch hier wieder $z\mu = 1$, so folgt

19) $$c\mu = \frac{5}{3}e + i$$

20) $$c_o\mu = e + i.$$

Hieraus folgt zunächst jedenfalls

21) $$c\mu - c_o\mu = \frac{2}{3}e$$

d. h. die Differenz der Molekularwärmen bei konstantem Drucke und konstantem Volumen hat für alle Gase denselben Wert.

Dieser Satz ist nur eine andere Form für den Satz, dass die Gaskonstanten den Dichten oder den Molekularmassen umgekehrt proportional seien.

In der Tat ergeben sich folgende Werte, wenn die Molekulargewichte nur angenähert genommen werden, und die üblichen Konventionseinheiten, sowie die Kalorie zu Grunde gelegt werden, aus den Beobachtungen von E. Wiedemann (Wiedemann, Annalen 1877 N. F., Bd. II S. 195):

Tabelle I.

Stoff	μ	c	$\frac{c}{c_o}$	$c\mu - c_o\mu$	i	$\frac{c}{c_o}$(24)
Wasserstoff H_2	2	3,4090	1,410	1,982	1,822	1,415
Kohlenoxyd CO	28	0,2426	1,415	1,994	1,799	1,417
Kohlensäure CO_2	44	0,1952	1,300	1,980	3,609	1,308
Stickoxydul N_2O	44	0,1983	1,294	1,984	3,741	1,298
Ammoniak H_3N	17	0,5009	1,303	1,981	3,535	1,307
Chloroform $CHCl_3$	119,5	0,1341	1,139	1,950	11,065	1,143
Aethylen C_2H_4	28	0,3364	1,270	2,001	4,417	1,270
Aethylbromid C_2H_5Br	109	0,1354	1,159	2,020	9,731	1,157
Aceton C_3H_6O	58	0,2984	1,132	2,018	12,289	1,131
Benzol C_6H_6	78	0,2237	1,129	1,997	12,396	1,129
Essigäther $C_4H_8O_2$	88	0,2738	1,094	2,068	19,048	1,091
Aethyläther $C_4H_{10}O$	74	0,3725	1,078	1,998	22,567	1,078

Als Mittelwert ergibt sich

22) $$c\mu - c_o\mu = 1{,}997 \text{ d. h. nahezu} = 2.$$

In den angenommenen Einheiten wäre mithin sehr nahe

23) $$e = 3.$$

Aus Gleichung 20 oder aus 19 kann dann der Wert von i gerechnet werden, wie er in der vorhergehenden Tabelle steht. Es ist wie zu erwarten diese intramolekulare Arbeit mit wachsender Atomzahl im Allgemeinen eine zunehmende und folglich auch die Molekularwärme eine um denselben Betrag sich vergrössernde. Für Gase ähnlicher Beschaffenheit wird i ungefähr denselben Wert haben können, somit die Molekularwärme $c\mu$ oder $c_o\mu$ ebenfalls ungefähr gleichwertig sein, und zwar noch eher als bei festen Körpern. Es wird dies insbesondere für die zweiatomigen Gase gelten, für welche auch wirklich $c\mu$ nahe gleich 7,0 ist. Bei Aethyläther wächst der Betrag auf 27,6 an. Ein eigentliches Gesetz kann ich aber auch nicht herausfinden. Vielleicht hat die räumliche Anordnung der Atome im Molekül, die bei komplizirtern Fällen sehr verschieden sein kann, einen Einfluss.

Aus Gleichung 19 folgt mit 23

$$i = c\mu - 5.$$

Dann gibt 16:

24) $$\frac{c}{c_o} = 1 + \frac{2}{c\mu - 2}$$

Nach diesem Ausdrucke sind die Werte der letzten Reihe vorstehender Tabelle unter $\frac{c}{c_o}$ (24) berechnet.

Bezüglich der Aenderungen der spezifischen Wärmen ergibt sich aus 13 und 14 eine einfache Beziehung. z und e sind jedenfalls konstant; also kann eine Aenderung nur herrühren durch i. Die intramolekulare Arbeit vergrössert sich mit der Temperatur, indem die Moleküle der Dis-

soziation immer näher kommen. c und c_o müssen aber um den gleichen Betrag zunehmen, d. h.:

Der Aenderungskoeffizient mit der Temperatur ist für die spezifischen Wärmen bei konstantem Drucke und konstantem Volumen für gasförmige Körper derselbe, oder

25) $c = a + bt \quad c_o = a_o + bt \quad i = \mu a_o - 2 + \mu bt$

innerhalb der Versuchsgrenzen.

Mithin lässt sich auch sofort das Verhältniss der beiden spezifischen Wärmen in seiner Abhängigkeit von der Temperatur berechnen. Setzen wir

26) $$\frac{c}{c_o} = k; \quad \frac{a}{a_o} = k_o$$

so wird

27) $$k = \frac{a + bt}{a_0 + bt} = \frac{k_0 \left(1 + \frac{bt}{a}\right)}{1 + \frac{bt}{a_0}} = k_0 \frac{1 + \frac{bt}{a}}{1 + k_0 \frac{bt}{a}}$$

oder genähert:

$$k = \left(k_o + \frac{bt}{a}\right)\left(1 - \frac{bt}{a_0}\right)$$

d. h.

28) $$k = k_0 - \frac{(k_0 - 1)\, bt}{a_0}$$

Die Vergleichung der Bestimmungen von E. Wiedemann über die Aenderung der spezifischen Wärme bei konstantem Drucke einiger Gase und Dämpfe (Wiedemann, Annalen 1877 N. F., Bd. II pag. 195) mit Beobachtungen von A. Wüllner über die Aenderung der Werte von k (Wiedemann, Annalen 1878 N. F., Bd. IV pag. 321) ergeben folgende Kontrole des oben ausgesprochenen Satzes, sowie die von letzterm beobachtete und nach 27 berechnete Aenderung von k. Für die Rechnung des letztern Wertes sind die Zahlen der Tabelle I in der letzten Reihe

zu Grunde gelegt, welche sich auf die Temperatur von 0° beziehen. Ebenso sind für a die daselbst notirten Angaben für c ebenfalls für Null gültig genommen.

Tabelle II.

	c			c_0			bt
Stoff	100°	0°	Diff. 100 b	100°	0°	Diff. 100 b	Diff. Mittel
CO_2	0,2169	0,1952	0,0217	0,1692	0,1489	0,0203	0,0210
N_2O	0,2212	0,1983	0,0229	0,1738	0,1513	0,0225	0,0227
H_3N	0,5317	0,5009	0,0309	0,4163	0,3803	0,0360	0,0334
C_2H_4	0,4189	0,3364	0,0825	0,3537	0,2701	0,0836	0,0830

	k beob.			k berechnet		
	0°	100°	Diff.	0°	100°	Diff.
CO_2	1,311	1,282	0,029	1,303	1,266	0,037
N_2O	1,311	1,272	0,039	1,298	1,262	0,036
H_3N	1,317	1,277	0,040	1,307	1,282	0,025
C_2H_4	1,246	1,187	0,059	1,270	1,206	0,064

Die Uebereinstimmung darf, namentlich in den Aenderungen von c und c_0, als eine genügende bezeichnet werden.

Gehen wir jetzt zurück zu der Gleichung 4 und stellen sie neben 14:

4) $$c = z(e + k + i)$$

14) $$c_0 = z(e + i).$$

Erstere gilt für feste und flüssige, letztere für gasförmige Körper. Es ist nun zu erwarten, dass die Aenderungen von k mit der Temperatur nicht sehr bedeutend, sowie diejenigen von i im flüssigen und gasförmigen Zustande nicht stark verschieden sein werden, somit, wie E. Wiedemann gefunden, die Temperaturkoeffizienten für Flüssigkeiten und die entsprechenden Gase jedenfalls dieselbe Grössenordnung haben müssen.

Es ist eigentlich nicht so ohne weiteres selbstverständ-

lich, dass die intramolekulare Arbeit bei konstantem Drucke und konstantem Volumen dieselbe sei. Dagegen bestätigen die Uebereinstimmung von Beobachtung und Rechnung diese Voraussetzung vollständig.

4) Potential eines Punktes in Bezug auf eine elektrische Kugel.

Zuerst wird durch das Experiment nachgewiesen, dass eine elektrische Kugel so wirkt, wie wenn die ganze elektrische Menge in ihrem Zentrum vereinigt wäre. Zu dem Zwecke zeigt man, dass, wenn eine kleinere z. B. mit positiver Elektrizität geladene Kugel in eine andere grössere nullelektrische versenkt wird, auf dieser durch Influenz innen —, aussen + elektrischer Zustand entsteht. Da beim Herausnehmen der innern Kugel ohne Berührung mit der äussern letztere wieder nullelektrisch wird, so folgt, dass negative und positive Elektrizität der grössern sich aufheben, also gleich sind. Wird die äussere abgeleitet, so zeigt sich, dass die positive der kleinern Kugel bei Berührung die negative der grössern neutralisirt, also auch diese und folglich alle drei gleich sind. Ist mithin die äussere Kugel isolirt und wird ohne Ableitung die kleinere mit dem Innern der grössern zur Berührung gebracht, so verbleibt noch dieselbe Menge e, welche vorher auf der kleinern war, jetzt auf der grössern.

Nach diesen durch die Versuche erläuterten Erörterungen geht man über zum Nachweise des zuerst erwähnten Satzes. Ein Elektroskop wird der Wirkung einer kleinen Kugel ausgesetzt und die Ablenkung gemessen. Dann stülpt man ohne Berührung darüber eine zweite grössere, über diese vielleicht noch eine dritte; die Ablenkung bleibt unverändert. Wird die kleinste mit

der zweiten zur Berührung gebracht, herausgenommen, ebenso die zweite, nachdem dieselbe mit der dritten berührt, so ist keine Aenderung am Elektroskope zu bemerken, wenn die Kugeln möglichst konzentrisch waren. Die anfängliche Elektrizitätsmenge der kleinsten befindet sich jetzt auf der äussersten Kugel.

(Ich bediene mich zu diesen und andern Versuchen mit Vorliebe einer Drehwaage, bei welcher an einem 70 cm. langen Metallfaden unten ein ca. 40 cm. langes horizontales Schellackstäbchen entweder mit Hollundermarkkügelchen oder mit Goldblatt belegten Glimmerscheibchen versehen ist, die entgegengesetzt geladen sind.)

Dann folgt der Nachweis des Gesetzes von Coulomb entweder mit der soeben erwähnten Drehwaage oder mit einem horizontalen elektrischen Pendel.

Im erstern Falle wird, wie es Coulomb gemacht, durch eine Drehung am Aufhängeknopf des Metallfadens der Schellackstab immer in die Normallage zurückgedreht, und die Kraft nach dem Drehwinkel in einfacher, doppelter etc. Entfernung, sowie einfacher, doppelter etc. Ladung gemessen. Da aber ein Zeigerende eine Kreisbewegung ausführt, und diese nicht im ganzen Hörsaale zu verfolgen wäre, so verwandle ich dieselbe in eine geradlinig lotrechte längs eines Massstabes.

Vom abwärts gebogenen, vor einem Ringe sich bewegenden Ende eines Zeigers geht ein Faden wagrecht über eine am lotrecht stehenden Massstabe befestigte Rolle. Der Faden ist durch einen Index gespannt, welcher sich längs des Massstabes verschiebt. Die Bewegung des Index ist dem Drehwinkel proportional, weil sich der Faden auf den Ring legt.

Man wird nicht versäumen, die Parallele zwischen

der elektrischen und der Schwerkraftswirkung zu ziehen, die Analogie der Wirkung einer elektrischen Kugel und der Erde hervorzuheben, ebenso wie die Gleichheit des Newton'schen Schwerkraftgesetzes und des Coulomb'schen Gesetzes. Man kann zeigen, wie ein negativ elektrisches Kügelchen der Drehwaage mit Beschleunigung gegen eine grössere positiv elektrische Kugel sich hinbewegt, ähnlich wie beim freien Falle der Körper. Es ergibt sich, zunächst wenigstens für die Kugel, der Begriff der Niveauflächen oder Flächen gleicher potentieller Energie durch Vergleich mit der Erde von selbst, ebenso die Erkenntniss der Arbeitsleistung, wenn ein negativ elektrisches Kügelchen von der positiv elektrischen Kugel entfernt, oder ein positives genähert wird, und deren Umwandlung in potentielle Energie, sowie Rückverwandlung in kinetische Energie, eventuell in Arbeitsleistung.

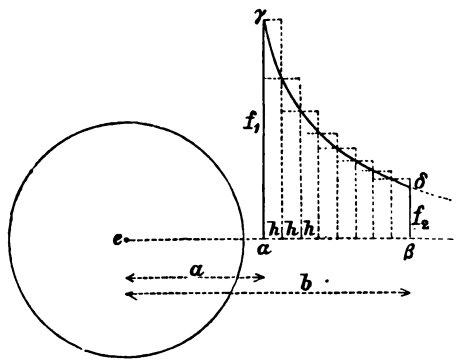
Nach diesen Vorbereitungen, die auch noch den Wert haben, die seltene Gelegenheit zu bieten, ein sogenanntes Fernewirkungsgesetz experimentell einfach und Allen sichtbar zu prüfen, und nach Aufstellung der durch Einführung der elektrostatischen Einheit vereinfachten Kraftformel

$$f = \frac{e\,e_1}{r^2}$$

wo e und e_1 die beiden elektrischen in der Entfernung r wirkenden Mengen sind, kann übergegangen werden zur Berechnung der Arbeit, die nötig ist, um eine elektrische Menge e_1 von einem Punkte nach einem andern zu bringen, wenn die Menge e auf einer Kugel sich befindet. Da diese Arbeit sich in potentielle Energie umsetzt, so ist damit auch der Unterschied an solcher zwischen den beiden Punkten berechnet. Nehmen wir die verschobene Menge $e_1 = 1$ an, so nennen wir diesen Unterschied an

potentieller Energie, sofern er sich auf die Menge 1 bezieht, die Potentialdifferenz der beiden Punkte. Sie ist gleichwertig mit der Arbeit, welche notwendig ist, um die elektrische Menge 1 von dem einen zum andern Punkte zu transportiren.

Die Berechnung ist nun allerdings sofort gemacht, wenn Differentialrechnung vorausgesetzt werden darf. Häufig ist dieses aber nicht der Fall, selbst nicht an Universitäten. Die Kenntniss des Potentials ist aber eine grosse Erleichterung der weitern Untersuchungen und gewährt eine bessere Einsicht. Ich lasse daher hier eine möglichst einfache elementare Ableitung folgen:



Ist e die elektrische Menge der Kugel, a und b die Entfernungen der Punkte α und β von deren Zentrum, so wirkt zwischen e und der Menge 1 in der Entfernung r die Kraft

$$f = \frac{e}{r^2}$$

daher in α und β die Kräfte

$$f_1 = \frac{e}{a^2}; \quad f_2 = \frac{e}{b^2}.$$

Ziehen wir die Kraftkurve $\gamma\,\delta$, so stellt die Fläche $\alpha\,\beta\,\delta\,\gamma$ die geleistete Arbeit dar, wenn die Menge 1 von β nach α geschoben wird. Zur Berechnung der Fläche denken wir uns die Strecke $\alpha\,\beta$ in unendlich kleine gleiche

Teile zerlegt von der Länge h, und Parallele zu den Kraftrichtungen gezogen, so entstehen lauter Trapeze, deren Summe der gesuchte Wert wäre. Die nach f_1 folgenden Senkrechten würden sein:

$$f' = \frac{e}{(a+h)^2};\ f'' = \frac{e}{(a+2h)^2} \text{ u. s. f.; die vorletzte } fn = \frac{e}{(b-h)^2}$$

Je nachdem wir die Rechtecke durch Anfügung von Dreiecken, oder durch Wegschneiden solcher zu Rechtecken umformen, erhalten wir durch Summation der letztern eine zu grosse Fläche F_1 oder eine zu kleine F_2. Es ist

$$F_2 > F > F_1$$

wenn F die wahre Fläche bedeutet. Wir haben

$$F_1 = f_1 h + f' h + f'' h + \ldots\ldots + fn\, h$$
$$F_2 = f' h + f'' h \ldots\ldots\ldots\ldots + fn\, h + f_2 h.$$

Also $F_1 - F_2 = (f_1 - f_2)\, h$, d. h. unendlich klein, weil h unendlich klein. Man kann demnach, wie bekannt, die eine oder die andere statt F nehmen, um so mehr einen zwischen beiden liegenden Wert. Nun ist, nach Einsetzung der f,

$$F_1 = e\left(\frac{h}{a^2} + \frac{h}{(a+h)^2} + \frac{h}{(a+2h)^2} + \ldots\ldots + \frac{h}{(b-h)^2}\right)$$

$$F_2 = e\left(\frac{h}{(a+h)^2} + \frac{h}{(a+2h)^2} + \frac{h}{(a+3h)^2} + \ldots\ldots + \frac{h}{b^2}\right)$$

Für F können wir daher als jedenfalls dazwischen liegenden Wert annehmen

$$F = e\left(\frac{h}{a\,(a+h)} + \frac{h}{(a+h)\,(a+2h)} + \frac{h}{(a+2h)\,(a+3h)} + \ldots + \frac{h}{(b-h)\,b}\right)$$

Aber es ist

$$\frac{h}{a\,(a+h)} = \frac{1}{a} - \frac{1}{a+h};\quad \frac{h}{(a+h)\,(a+2h)} = \frac{1}{a+h} - \frac{1}{a+2h} \text{ u. s. f.}$$
$$\frac{h}{(b-h)\,b} = \frac{1}{b-h} - \frac{1}{b}.$$

Demnach ergiebt sich sofort

$$F = e\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$$

Diess ist auch die gesuchte Potentialdifferenz, d. h. die Arbeit

$$A = \frac{e}{a} - \frac{e}{b}$$

Rückt der Punkt β nach dem Unendlichen, so wird

$$A = \frac{e}{a}$$

Für den Punkt β ist alsdann auch die Kraftwirkung Null, und daher eine kleine Verschiebung ohne Arbeitsleistung, mithin für den Punkt unendlich der Betrag an potentieller Energie gleich Null. Somit stellt $\frac{e}{a}$ den absoluten Wert der potentiellen Energie dar für die Menge Eins im Punkte α im Abstand a vom Zentrum der Kugel mit der Ladung e. Man nennt diesen absoluten Wert der potentiellen Energie eines Punktes, sofern er sich auf die Einheitsmenge bezieht, das Potential des Punktes *(V)*. Es ist gleichwertig mit der Arbeit, welche nötig ist, um die elektrische Menge Eins aus dem Unendlichen an diesen Punkt heranzubringen.

Für α und β sind

$$V_1 = \frac{e}{a}; \quad V_2 = \frac{e}{b}$$

die Potentiale, somit wie oben

$$V_1 - V_2 = \frac{e}{a} - \frac{e}{b}$$

die Potentialdifferenz.

Man kann hierauf den Begriff der Niveauflächen erläutern, erklären wie die Bewegung einer elektrischen Menge, d. h. ein Strom nur zwischen Punkten verschiedenen Potentials stattfindet, dagegen nie auf derselben

Niveaufläche. Schliesst man den Begriff der Kraftlinien, der Kapazität an, hierauf die Theorie des kugelförmigen Kondensators, des Plattenkondensators, des absoluten Elektrometers, etwa wie es in dem trefflichen kleinen Elementarbuche Maxwell's, übersetzt von Grætz, geschieht, so hat man eine solide Grundlage für das Verständniss alles Weitern geschaffen. Zur Ausführung des Einschlägigen eignet sich der Elektrophor in vorzüglichster Weise. Die Auswertung des Potentials kann man aber nicht umgehen und glaube ich dieselbe, so weit es elementar angeht, auf möglichst einfache Art durchgeführt zu haben.

Geometrische Mittheilungen.

Von

Wilh. Fiedler.

X. Kegelschnittconstructionen.

1. Die Constructionen der Kegelschnitte aus zwei Durchmessern mit ihren Polinvolutionen verdienen besondere Durchbildung; ich habe ihnen im ersten Theil meiner »Darstell. Geom. u. Geom. d. Lage« (weiterhin citirt als G. I nach der 3. Aufl. von 1883, ebenso G. II, G. III) eine mehrseitige Erörterung gewidmet, will aber hier Verschiedenes hinzufügen. Es war offenbar, dass für die Ellipse und insbesondere für den Fall conjugierter Durchmesser unter Benutzung ihrer Endpunkte die Sätze von Brianchon und Pascal einzeln oder mit einander verbunden in einer ganzen Reihe von Formen vortheilhafte Verwendung ge-

statten; ich theilte solche von jeher mit, später sind zwei davon als besondere Pohlke'sche Constructionen mehrfach hervorgehoben worden; er hat sie offenbar auch gelehrt, aber Pohlke'sche können sie darum doch nicht genannt werden.

Die Benutzung der Polinvolutionen selbst statt nur ihrer Doppelpunkte wird nöthig, wenn einer der Durchmesser den Kegelschnitt nicht reell schneidet, also für die Hyperbel im Falle conjugierter Durchmesser und wieder im Falle nicht schneidender, nicht conjugierter Durchmesser. Betrachten wir den letzten Fall zuerst. Die elliptischen Polinvolutionen beider Durchmesser seien — da Mittelpunkt M und Richtung des Durchmessers ein Paar sind — durch ihre symmetrischen Paare S, S_1 im einen und S^*, $S_1{}^*$ im anderen bestimmt. (Man wird die Figur hier wie später leicht selbst bilden.) Die Hinzufügung eines Punktes A der Hyperbel erlaubt dann ihre Construction. Von A gehen nach beiden Polinvolutionen involutorische Büschel, die ein reelles gemeinsames Paar haben, weil beide elliptisch sind; die Strahlen desselben sind den Asymptoten der Hyperbel parallel, und man erhält diese selbst als ihre Parallelen durch M (specieller Fall von G. I § 32, 15). Aus ihnen folgen die conjugierten der gegebenen Durchmesser, deren Richtungen ihre Pole P, P^* sind. Damit hat man die doppelte Möglichkeit, den Kegelschnitt aus Pol, Polare (P, p oder P^*, p^*), Involution und Peripheriepunkt A zu construieren (G. I § 32, 13), eine Construction. die zu den Punkten und zugehörigen Tangenten mit gleicher Leichtigkeit hinführt. Durch Benutzung der Theorie der imaginären Elemente (G. III, §§ 9 und 10) kann man auch direct den zweiten Schnittpunkt einer beliebigen Geraden durch A mit dem durch

ihn und die zwei Paare conjugiert imaginärer Punkte (SMS_1), (S_1MS); $(S^*MS_1^*)$, $(S_1^*MS^*)$ definierten Kegelschnitt construieren, wie zuerst von Prof. O. Stolz und neuestens im ersten Bd. der »Monatshefte für Mathematik und Physik« von F. Spath gezeigt worden ist. Ist g diese Gerade, so verbinde man ihren Schnittpunkt B mit der Geraden $S_1S_1^*$ mit dem Schnittpunkt C der Parallelen aus A zu p^* oder $S^*S_1^*$ mit p oder SS_1 und schneide p^* in D; die Parallele zu p durch D schneidet g in dem gesuchten Punkte. Es ist die Anwendung einer Construction von Stolz auf unsern Fall; sie vermeidet die Anwendung des Kreises, welche die Construction der gemeinsamen Paare zweier Involutionen fordert.

2. Im Falle conjugierter Durchmesser mit ihren Polinvolutionen reichen diese allein zur Bestimmung des Kegelschnittes hin und wir haben nun zwei Fälle, den der Ellipse, wo beide hyperbolisch sind oder reelle Endpunkte A, B und C, D besitzen, und den Fall der Hyperbel, wo der eine reelle Endpunkte A, B besitzt, während die Polinvolution des andern elliptisch ist und durch C, D als ihr zum Centralpunkt M symmetrisches Paar bestimmt sein mag. Es ist die Bezeichnung in G. I, § 33, 10 — wo ich diese Construction zuerst veröffentlichte.

Man hat in der Richtung des Durchmessers AB den Pol von CD, und A, B selbst sind die zwei Punkte auf einem Strahl durch den Pol, welche durch Verbindung mit den Paaren der Polinvolution in CD neue Punktepaare des Kegelschnittes auf Strahlen durch den Pol, also in zu AB parallelen Geraden liefern. Von den zugehörigen Tangenten nachher.

Es handelt sich also darum, beliebige Paare X, X_1 der Polinvolution in CD aus ihren Doppelpunkten oder

ihrer symmetrisch harmonischen Darstellung CD möglichst einfach abzuleiten, oder

$$MX.MX_1 = \pm MC.MD$$

zu machen, wo das obere Zeichen für C, D als symmetrisches Paar, das untere für C, D als Doppelpunkte der Involution gilt. Zieht man eine Parallele zu CD, die AB in G, AC und BD im Falle der Hyperbel oder AC und BC im Falle der Ellipse in E und F respective schneidet, so liefern immer die Geraden AF und BE ein Punktepaar X, X_1 der Polinvolution in CD. Denn die Aehnlichkeiten der Constructionsfigur liefern im ersten Falle (Hyperbel)

$$MX : GE = MD : GF,$$

weil beide Verhältnisse gleich $MB : GB$ sind; und wiederum

$$MX_1 : GF = MC : GF,$$

also durch Multiplication

$$MX.MX_1 = MC.MD.$$

Ebenso im zweiten Falle aus

$$MX : GE = MC : GF = MB : GB$$

und

$$MX_1 : GF = MC : GE$$

durch Multiplication

$$MX.MX_1 = MC^2.$$

Jedes so ermittelte Paar X, X_1 liefert zwei Punkte P, P_1 der Hyperbel, resp. Ellipse als Schnittpunkte der Geraden AX, BX_1 und wieder AX_1, BX — auf einer zu AB parallelen Geraden. Und da die Parallelen zu AB durch die Paare X, X_1 der Polinvolution die Paare x_1, x der zugehörigen Polarinvolution bilden, so liefern die zu CD parallelen Tangenten a, b des Kegelschnittes in A, B auch die Tangenten der Hyperbel resp. Ellipse in P, P_1; nämlich als die Verbindungsgeraden von ax, bx_1 die von

AX, BX_1 und als die Verbindungsgerade von ax_1, bx die von AX_1, BX. Ueberdiess die Genauigkeitsprobe, dass beide sich in CD begegnen müssen; wobei noch bemerkt werden kann, dass dieser Begegnungspunkt und der Schnitt von CD mit PP_1 ein neues Paar Y, Y_1 der Polinvolution in CD sind und somit auch ohne Construction neuer Paare X, X_1 durch Parallelen zu CD die Construction neuer Paare von Punkten und Tangenten des Kegelschnittes ohne Ende fortsetzen könnten. Man wird natürlich praktisch das erste, den steten Ausgang von den gegebenen Bestimmungselementen, vorziehen.

Statt AC und BC oder BD kann man auch die Geraden AD, BD im Falle der Ellipse und AD, BC im Falle der Hyperbel benutzen.

3. Ist für die Hyperbel die Parallele EFG von CD zuerst in CD selbst, so fällt X nach C und X_1 nach D und die Geraden AX, BX_1 oder AC, BD liefern P als die eine Asymptotenrichtung; ebenso AX_1, BX oder AD, BC die andere Asymptotenrichtung P_1; die Asymptoten selbst erhält man auch aus x_1, x als die Parallelen zu AB durch C, D resp. mittelst ax, bx_1 und ax_1, bx, also als Verbindungsgerade der Gegenecken in dem Parallelogramm aus a, x_1, b, x und zugleich der Mitten der Gegenseitenpaare in dem Parallelogramm $ABCD$. Die Hyperbel wird gleichseitig, wenn das erstgenannte ein Rhombus ist, also das letzte ein Rechteck, d. h. in der gleichseitigen Hyperbel sind conjugierte Durchmesser von gleicher Länge, insofern man den Abstand des symmetrischen Paares der Durchmesserinvolution des nicht schneidenden Durchmessers als seine Länge bezeichnen kann — deren reeller Factor er nur ist.

Lassen wir die Parallele EFG dann aus CD nach

B hinrücken, so kommt die zu AB parallele Sehne PP_1 der gefundenen Punkte aus dem Unendlichen auf der Seite von D heran gegen AB, und die zugehörigen Tangenten drehen sich aus den Asymptotenrichtungen bis in die Richtung CD. Rückt die Parallele EFG über B hinaus von M fort, so rückt PP_1 aus AB nach der Seite von C, die Tangenten drehen sich bis je gegen die Asymtote weiter, und mit EFG als unendlich fern kommt X nach D und X_1 nach C und die ganze Hyperbel ist beschrieben worden. Ebenso geschähe diess, wenn die Gerade EFG aus CD nach der Seite von A sich bewegend bis ins Unendliche verfolgt wird. Offenbar kann aber je die zweite Hälfte der Erzeugung durch Vertauschung von C mit D d. i. die Benutzung von AD, BC statt AC, BD und der Schnitte der Parallelen zwischen CD und b mit AD in E und mit BC in F erlangt werden, so dass man die ganze Curve durch diese Parallelen allein erhält; denn man findet damit die zum Centralpunkt M symmetrischen Paare X^*, X_1^* von X, X_1 etc. und die zu P, P_1 diametral gegenüberliegenden Punkte der Hyperbel oder die symmetrischen derselben in Bezug auf den Durchmesser AB und die Richtung CD mit den parallelen Tangenten zu den ihren.

Analog im Falle der Ellipse aus AB, CD als conjugierten Durchmessern. Benutzt man zuerst AC, BC, so giebt die Parallele EFG — immer E in AC, also hier F in BC genommen — zuerst X und X_1 in C und damit C selbst mit seiner Tangente c oder $x_1 x$; rückt die Parallele von da gegen B, so rücken die Punkte P, P_1 auseinander gegen A und gegen B resp., ihre zu AB parallele Sehne nähert sich AB, die zugehörigen Tangenten drehen sich aus der Lage c gegen die Richtung

von CD, die sie in A, B erreichen, wenn die Parallele selbst nach B kam. Es ist ersichtlich, dass bei weiterem Fortschreiten der Parallele EF die Sehne PP_1 nach der Seite von D geht, und für die unendlich ferne Lage von jener X, X_1, P, P_1 sich in D vereinigen; aber auch dass diese zweite Hälfte der Ellipse ebenso erhalten wird, indem man für dieselben Parallelen immer nach AC, BC oder X, X_1 auch AD, BD oder X^*, X^*_1 benutzt. Die Construction kann als Erzeugung durch projectivische Strahlenbüschel um A, B mit der Richtung von CD als Perspectivcentrum oder durch projectivische Reihen auf a, b mit AB als Perspective (G. I. §§ 17, 18) aufgefasst und daher natürlich auch in die Form des Pascal'schen und Brianchon'schen Satzes gebracht werden.

Die vorige Nebeneinanderstellung giebt Anlass zur Betrachtung des Zusammenhangs, der zwischen einer Ellipse und einer Hyperbel besteht, wenn beide aus denselben conjugierten Durchmessern AB, CD construiert werden, so zwar, dass AB für beide in A, B reell schneidend ist, während C, D für die Ellipse die reellen Doppelpunkte, für die Hyperbel aber das symmetrische Paar der zugehörigen Polinvolution bilden. Aus Verwendung derselben Parallele in CD erhält man zu X zwei symmetrisch zum Centralpunkt M gelegene X_1 im einen und im andern Falle; daraus entspringt ein Punktepaar P, P_1 der Hyperbel und ein Punktepaar P, P_1 der Ellipse von solcher Lage, dass die zwei auf derselben Seite von CD gelegenen des einen und des andern in der Geraden BX_1 resp. AX_1 sich befinden, während die Tangenten der Ellipse und Hyperbel in diesen Punkten sich in der Tangente in A resp. in B für beide Curven begegnen. Die beiden Kegelschnitte sind also für B und die Tangente in A als Cen-

trum und Axe und wiederum für A und die Tangente in B als Centrum und Axe centrisch collincar und zwar involutorisch, da ihre Gegenaxen in beiden Fällen in CD zusammenfallen; den Asymptoten der Hyperbel entsprechen die Tangenten der Ellipse in C und D, etc.

4. Die Construction liefert auch in der einfachsten Weise den algebraischen Ausdruck. Für AB, CD als Axen Cartesischer Coordinaten und mit $MA = a_1$, $MB = b_1$, werden die Punkte der Kegelschnitte durch Strahlenpaare mit festen Axenabschnitten a_1 und $-a_1$ in AB oder x erhalten, die die Axe y in Entfernungen nb_1 und $\pm \frac{b_1}{n}$ schneiden, weil hier $MX.MX_1 = \pm b_1^2$ sein muss; also aus Strahlen, deren Gleichungen je für einen bestimmten Werth von n sind

$$\frac{x}{a_1} + \frac{y}{nb_1} = 1, \quad -\frac{x}{a_1} \pm \frac{ny}{b_1} = 1;$$

man erhält den Ort des Schnittpunktes derselben für alle n durch Elimination des n zwischen diesen Gleichungen, also durch Multiplication von

$$\frac{y}{nb_1} = 1 - \frac{x}{a_1} \text{ mit } \pm \frac{ny}{b_1} = 1 + \frac{x}{a_1}$$

$$\text{als } \pm \frac{y^2}{b_1^2} = 1 - \frac{x^2}{a_1^2} \text{ oder } \frac{x^2}{a_1^2} \pm \frac{y^2}{b_1^2} = 1.$$

Und ebenso die Gleichung in Plücker'schen Liniencoordinaten ξ, η; denn die Tangente ward erhalten als Verbindungslinie des Punktes von den Coordinaten $-a_1$, $\frac{b_1}{n}$ mit dem Punkte von den Coordinaten a_1, $\pm nb_1$, welchen Punkten also die beiden Gleichungen zukommen

$$-\xi a_1 + \eta \frac{b_1}{n} + 1 = o, \quad \xi a_1 \pm \eta n b_1 + 1 = o$$

aus denen sofort folgt $\pm b_1^2 \eta^2 = (1 - a_1 \xi)(1 + a_1 \xi)$ oder $a_1^2 \xi^2 \pm b_1^2 \eta^2 = 1$.

Für $a_1 = b_1 = r$ wird die Hyperbel gleichseitig und die Ellipse hat ihre Asymptoten zu den Axen; Gleichungen

$$x^2 \pm y^2 = r^2.$$

Ist α der Winkel zwischen a_1 und b_1, so transformiert man zu den Halbierenden dieses Winkels als Axen mittelst der Substitution

$$x \sin \alpha = x' \sin \frac{\alpha}{2} - y' \cos \frac{\alpha}{2}, \; y \sin \alpha = x' \sin \frac{\alpha}{2} + y' \cos \frac{\alpha}{2}$$

und erhält für das untere Zeichen in der That bestätigend

$$2 x'y' = r^2 \sin \alpha;$$

für das obere aber

$$2 x'^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} + 2 y'^2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} = r^2 \sin^2 \alpha$$

oder

$$\frac{x'^2}{1 + \cos \alpha} + \frac{y^2}{1 - \cos \alpha} = r^2.$$

5. Ich will endlich bemerken, dass die Construction ohne wesentliche Aenderung sich für die Bestimmung aus einem Durchmesser mit seinen Endpunkten A, B und einer seiner conjugierten Sehnen CD mit ihrer Polinvolution oder umgekehrt erhält. Ein Paar X, X_1 der Involution giebt durch die Geraden AX, BX_1 und AX_1, BX zwei Punkte P, P_1 des Kegelschnittes auf einer Geraden durch den Pol der Involution P, der als harmonisch getrennt durch A, B vom Fusspunkt der Sehne CD — wir sprechen im Sinne des angenommenen Falles — erhalten wird. Nennt man die Geraden P^*X_1, P^*X resp. x, x_1, so erhält man aus den Tangenten a, b in A und B durch ax, bx_1 und resp. ax_1, bx die Tangenten in P, P_1. So zunächst für die Ellipse und Hyperbel: diess aber auch für die Parabel, wo nur B die Richtung des Durchmessers und P^* der symmetrische zum Fusspunkt der Sehne in Bezug auf A wird. Die Parallelen zu AB durch

X_1, X liefern mit AX resp. AX_1 die Punkte P, P_1, die Parallelen zu x, x_1 durch ax, ax_1 resp. sind ihre Tangenten. Die Ausdehnung der Constructionsmethode auf Flächen zweiten Grades in der Bestimmung durch drei conjugierte Durchmesser mit ihren Polinvolutionen hat keine Schwierigkeit und auch die Gleichungen der Flächen zweiten Grades folgen ebenso, einschliesslich der der Paraboloide.

6. Man erhält bei diesen Constructionen die Punkte und Tangenten des Kegelschnittes in Paaren resp. auf Strahlen durch einen Punkt und aus Punkten auf einer Geraden, die als Pol und Polare zusammen gehören, also kurz als Paare von Involutionen am Kegelschnitt. Da nun aus den fünf den Kegelschnitt bestimmenden Punkten — wir denken sie reell — auf fünfzehn verschiedene Arten je zwei Paare einer solchen Involution gebildet werden können, so liegt es nahe, die Constructionen aus projectivischen Büscheln oder Reihen d. h. auch mittelst des Pascal'schen oder Brianchon'schen Sechsecks und Sechsseits mit diesen Involutionen in Verbindung zu setzen.

Wir wollen die ganz dualistische Betrachtung für Tangenten als bestimmende Elemente führen. Sind a, a_1; b, b_1 vier als zwei Paare einer Involution aufgefasste Tangenten und ist c die zur Bestimmung nöthige fünfte Tangente, ferner t, t_1 ein weiteres Paar der gegebenen Involution von Tangenten desselben Kegelschnittes, so sind a, a_1, b, b_1, c und t durch die Projectivitätsrelation der Reihen auf a und b mit einander verbunden

$$(a\,.\,b_1\ a_1\ t\ c) = (b\,.\,b_1\ a_1\ t\ c),$$

oder (bei Construction dieser Reihen mittelst der perspectivischen Büschel aus den Punkten $b_1 c$, $a_1 c$ resp. wie in G. I. § 28) die Folge der Tangenten $aa_1 cb_1 bt$ bildet ein

Brianchon'sches Sechsseit; wir erhalten seinen Brianchonpunkt auf den Geraden von a_1c nach bt, von b_1c nach at und von aa_1 nach bb_1 d. h. auf der Polare der Tangenten-Involution. Unter Hinzunahme von t_1 haben wir die nothwendige Abhängigkeit des dritten Paares der Involution von Tangenten von ihren beiden ersten Paaren in folgender Form: Das Dreiseit abt liefert mit der Tangente c und den in den Involution seinen Seiten entsprechenden a_1, b_1, t_1 jenen Brianchonpunkt als den Schnittpunkt von drei Geraden, nämlich von a_1c nach bt, von b_1c nach at, von ct_1 nach ab, welche drei Geraden also mit der Polare p der Involution aa_1, bb_1 ein Büschel bilden. Und dual, im Falle der Bestimmung durch Punkte sind zwei Paare AA_1, BB_1 einer Involution mit einem dritten Paare T, T_1 derselben und einem beliebigen Punkte C des Kegelschnittes dadurch verbunden, dass die Schnittpunkte von A_1C mit BT, von B_1C mit AT und von T_1C mit AB mit dem Pol P der Involution AA_1, BB_1 in einer Pascal'schen Geraden liegen. Dabei können nach der Vertauschbarkeit des Entsprechens in der Involution die Dreiecke A_1BT, AB_1T, A_1B_1T an Stelle von ABT genommen werden, natürlich unter Drehung der Pascal'schen Geraden um den Pol der Involution.

Nimmt man einen beliebigen Punkt auf c als ihren Schnitt mit t_1, so liefern die Geraden ab, ct_1 und aa_1, bb_1 den Brianchonpunkt; seine Verbindungslinie mit a_1c bestimmt den Punkt bt, ebenso die mit b_1c den Punkt at, also die Gerade t, und diese durch ihren Schnitt mit der Polare der Involution und ct_1 auch ihre entsprechende in der Involution t_1. Man erhält also weitere Paare der Involution auf dem Kegelschnitt wie in den vorigen Constructionen. Eine Menge einfacher Anwendungen erhellt, natürlich auch in Verbindung beider dualer Constructionen.

So erhält man eine Construction des Kegelschnittes aus vier Punkten und der Tangente des einen, sagen wir C, B, B_1 und a in A, wo wir A_1 als den benachbarten Punkt zu A in a denken; speciell die Parabel aus drei Punkten und der Axenrichtung. Oder aus drei Punkten mit den Tangenten von zweien A, a, B, b, C, wo A_1, B_1 benachbart zu A, B in a, b sind; speciell die Hyperbel aus den Asymptoten und einem Punkt (oder einer Tangente), wo der Mittelpunkt der Pol und der zu CT_1 parallele Durchmesser die Pascal'sche Linie wird (und dual).

7. Wenn für einen Kegelschnitt ein Brennpunkt G, die zugehörige Directrix g und der Linearparameter p oder die Ordinate im Brennpunkt für die Hauptaxe als Abscissenaxe oder auch statt dessen das ihm zukommende Verhältniss e des Radius vector zum Directrixabstand eines seiner Punkte gegeben ist, so construiert man ihn am besten wie folgt. Sind L, L_1 die Endpunkte der zur Directrix parallelen Focalsehne, also $GL = L_1G = p$ und die Verbindungsgeraden von L, L_1 mit dem Fusspunkt L^* der Hauptaxe in der Directrix die Tangenten l, l_1 in L und L_1, so liefert jedes Paar rechtwinkliger Geraden x, x_1 durch den Brennpunkt G zwei Tangenten t, t_1 des Kegelschnittes, die sich in der Directrix in T^* schneiden, als die Geraden von lx nach l_1x_1 und von lx_1 nach l_1x; und die Schnittpunkte der Strahlen x, x_1 mit der Directrix, die zugleich ihre Pole X, X_1 sind, bestimmen die zugehörigen Berührungspunkte T und T_1 als Schnitte der Geraden LX, L_1X_1 und der Geraden LX_1, L_1X respective; sie liegen in einer Geraden durch G und ihr Schnitt T_1^* mit der Directrix bildet mit dem der Tangenten dort ein neues Paar der Polinvolution, das am Brennpunkte G ein neues nothwendig rechtwinkliges Paar der Polarinvolution liefert. (G. I, § 36, 14.)

Für die beiden Strahlen x und x_1, die mit der Directrix Winkel von 45° einschliessen, oder aus dem symmetrischen Paar der Polinvolution in der Directrix erhält man insbesondere die Scheitel A, A_1 der Brennpunktaxe und ihre Tangenten.

Es ist von Nutzen zu zeigen, dass diese Construction die Definition des Kegelschnittes aus Brennpunkt und Directrix einfach ausdrückt, dass also nach ihr der Radius vector zum Directrixabstand ein constantes Verhältniss e hat. Betrachten wir den vorher construierten Punkt T und sei wie gesagt $GL = p$, also der Abstand des Brennpunktes G von der Directrix $(G, g) = \frac{p}{e}$, so folgt aus der Aehnlichkeit der Dreiecke LTL_1 und XTX_1 durch Vergleichung der parallen Grundlinien mit den Höhen

$$XX_1 : 2p = (T, g) : (G, g) - (T, g).$$

Ist dann $T_1{}^*$ der Schnitt der Directrix mit TT_1, als entsprechend zu dem Schnittpunkte der zugehörigen Tangenten T^* in der Polinvolution, so ist $T_1{}^*$ offenbar die Mitte von XX_1 und wegen der Rechtwinkligkeit des Dreiecks XGX_1 bei G auch $T_1{}^*G$ gleich der Hälfte von XX_1; die Vergleichung der Abstände von T und P von $T_1{}^*$ und g liefert analog

$$XX_1 : (G, g) = TG : (G, g) - (T, g)$$

oder

$$XX_1 : \frac{2p}{e} = TG : (G, g) - (T, g);$$

also entsteht durch Division

$$e = \frac{TG}{(T, g)}, \text{ die fragliche Definition.}$$

Algebraisch für die Directrix als Axe der g und die Brennpunktsaxe als Axe der x

$$e^2 x^2 = (x - \tfrac{p}{e})^2 + y^2 \text{ oder } x^2 (e^2 - 1) + 2 \tfrac{p}{e} x = y^2 + \tfrac{p^2}{e^2}.$$

Für die Abscissen α und α_1 der Hauptscheitel hat man $\frac{p}{e} - \alpha = \alpha e$, $\alpha_1 - \frac{p}{e} = \alpha_1 e$, also $\alpha = \frac{p}{e(1+e)}$, $\alpha_1 = \frac{p}{\alpha(1-e)}$; somit die Mittelpunktsabscisse, den Abstand der Brennpunkte vom Mittelpunkt, den Abstand der Directrixen von einander und die Halbaxenquadrate der Reihe nach

$$= \frac{p}{e(1-e^2)}, c = \frac{pe}{1-e^2}, = \frac{2p}{e(1-e^2)}, a^2 = \frac{p^2}{(1-e^2)^2},$$

$$b^2 = \frac{p^2}{1-e^2} \text{ mit } a^2 - b^2 = c^2.$$

Für $a^2 = b^2$ und resp. $a^2 = -b^2$ ist erforderlich $1 - e^2 = \pm 1$, also $e = o$, was $a^2 = b^2 = p^2$ giebt ($c = 0$, der Abstand der Directrixen vom Mittelpunkt unendlich gross); oder $e = \sqrt{2}$ mit $a^2 = -b^2 = p^2$, $c = -p\sqrt{2}$ und Abstand der Directrixen $= p\sqrt{2}$.

Mit $e = \sqrt{\frac{1}{2}}$ erhält man eine specielle Ellipse, für welche $a = 2p$, $b = p\sqrt{2} = c$ und der Abstand der Directrixen $4p\sqrt{2}$ ist. Ihre Krümmungskreise in den Hauptaxenscheiteln haben die halbe Hauptaxe zum Durchmesser oder berühren sich im Mittelpunkt, während für die Scheitel in der Nebenaxe der Krümmungsradius gleich der ganzen Nebenaxe ist. Der Ort der Punkte mit Normalen von gleichen fundamentalen Doppelverhältnissen wird für sie nach ihrer Gleichung

$$\frac{x^2}{4p^2} + \frac{y^2}{2p^2} = 1 \text{ zu } \frac{x^2}{p^2} + \frac{y^2}{2p^2} = 1,$$

eine Ellipse von derselben Art, welche ihre Nebenaxe in der Hauptaxe der ersten hat und umgekehrt. Sie enthält als ihre Scheitel die 4 Spitzen der Evolute, die in der That die einzigen reellen Punkte mit jener Normalenrelation sind. So rückwärts und vorwärts ad infinitum. Bei Ellipsen dieser Art ist die Länge der Nor-

male vom Fusspunkt in der Curve bis zur Hauptaxe das geometrische Mittel zwischen den Abschnitten, in die sie die Entfernung der Brennpunkte zerlegt.

Auch die Projection der Normale auf den Radius vector ist gleich dem Viertel der Hauptaxe wie bei der gleichseitigen Hyperbel gleich der Hälfte derselben, und für γ, γ' als halbe Winkel der Radien vectoren an den Endpunkten zweier conjugierten Durchmesser ist immer die Summe der Quadrate ihrer Tangenten gleich Eins.

8. Die gleichseitige Hyperbel kann mit dieser Ellipse aus dem nämlichen Kreis K durch involutorische Centralcollineation mit dem Collineationscentrum im Mittelpunkt des Kreises abgeleitet werden, indem man eine Quadrantensehne von K zur Gegenaxe $q'r$ für die gleichseitige Hyperbel und den Pol dieser Quadrantensehne als einen Punkt der Gegenaxe $q'r$ für die specielle Ellipse wählt, welche letztere Gegenaxe dann zugleich die Collineationsaxe für die gleichseitige Hyperbel sein soll. Der Radius des Kreises ist dann der Linearparameter für beide Kegelschnitte.

Ich habe beide schon in einer ganz andern Hinsicht als mit einander verbunden in »Geometr. Mittheilungen« VIII erläutert und will hier nun noch eine andere gemeinsame Entstehung für sie angeben. Man erhält nämlich in einem gewissen Falle der Lage beide zugleich als orthogonale Projectionen in der Richtung der Axen für die Durchdringungen von gleichseitigen Rotationskegeln mit parallelen Axen über denselben Basiskreisen. Denken wir die Basiskreise K_1, K_2 der Kegel in einer zu den Axen normalen Ebene durch die Mittelpunkte C_1 und C_2 und Radien R, r gegeben, so ist der Durchstosspunkt der Verbindungsgeraden ihrer Spitzen der äussere Aehnlich-

keitspunkt E der Kreise, wenn beide Spitzen auf derselben Seite der Ebene liegen; und es ist der innere Aehnlichkeitspunkt J, wenn sie auf verschiedenen Seiten derselben liegen. Man construiert nun die Durchdringung mittelst Hülfsebenen durch die Verbindungsgerade der Spitzen, also ihre Projection auf die Basisebene mittelst Aehnlichkeitsstrahlen der Kreise K_1, K_2 durch E im ersten und durch J im zweiten Falle. Jeder solche Strahl schneidet die Kreise in entsprechenden Punktpaaren und die Durchmesser dieser Punktepaare, die paarweis parallel sind, liefern durch die Schnittpunkte der nicht parallelen unter ihnen stets je zwei Punkte der Projection auf einem Durchmesser derselben und mit parallelen Tangenten, welche nach den Schnittpunkten der in der Aehnlichkeit nicht entsprechenden Tangenten der Grundkreise in jenen Punkten auf dem Aehnlichkeitsstrahl gehen (die in der Potenzlinie der Kreise liegen). (Vergl. G. I, § (36) ff.) Für die berührenden unter den Aehnlichkeitsstrahlen erhält man die unendlich fernen Punkte der Durchdringungsprojection und die Asymptoten, so dass die Grundkreise sich schneiden müssen, damit die Projection der einen Durchdringung Hyperbel und die der andern Ellipse sei. Die Projection der Durchdringung hat, weil diese zugleich ein gemeinsamer ebener Querschnitt der Kegel ist, die Projectionen ihrer Spitzen also die Kreismittelpunkte zu Brennpunkten (Vergl. G. II, § 9, 2); unsere Ellipse und Hyperbel werden somit confocal; etc. Es ist klar, dass beide Kegelschnitte unseres Durchdringungsfalles durch die Grundkreise allein bestimmt sind; und wir gelangen damit zu der Frage, ob die Grundkreise so gewählt werden können, dass die gleichseitige Hyperbel und die erwähnte specielle Ellipse als Durchdringungsprojectionen er-

halten werden. Sie ist zu bejahen, weil die Gleichseitigkeit der Hyperbel nur fordert, dass die gemeinsamen Tangenten der Grundkreise aus E zu einander rechtwinklig seien, während das Verhältniss ihrer Radien frei bleibt. Wird es gleich 3 : 1, so entsteht der gesuchte Fall. Die zugehörige Disposition ist in der That sehr einfach. Die Aehnlichkeitspunkte J und E theilen die Strecke der Mittelpunkte $C_1\ C_2$ innerlich und äusserlich im Verhältniss 3 : 1, die gemeinsamen Tangenten aus E bilden mit der Centrale Winkel von 45°; ist r also der Radius des kleineren Kreises K_2, so ist $E\ C_2 = r\sqrt{2}$, $C_2\ J = \frac{r}{\sqrt{2}}$, $JC_1 = \frac{3r}{\sqrt{2}}$, der Radius des grösseren Kreises $= 3r$.

Wir geben den algebraischen Ausdruck. Die Mitte der Strecke $C_1\ C_2$ ist der Mittelpunkt der Durchdringungsprojectionen und somit der angezeigte Coordinatenanfangspunkt; die Centrale sei die Axe der x, die Kreisebene die Ebene xy, ihre Normale im Anfangspunkt die Axe der z. Die Gleichungsform des gleichseitigen Rotationskegels von der Axe z und dem Grundkreisradius R ist dann

$$x^2 + y^2 = (R \mp z)^2;$$

man erhält also durch Einsetzung von $x - r\sqrt{2}$ für x und r für R die Gleichung des einen und durch die von $x + r\sqrt{2}$ für x und $3r$ für R die Gleichung des andern Kegels unseres Falles; also

$$(x - r\sqrt{2})^2 + y^2 = (r - z)^2,\ (x + r\sqrt{2})^2 + y^2 = (3r \mp z)^2.$$

Daraus entspringen durch Subtraction die Gleichungen der Ebenen der gemeinsamen Querschnitte

$$2r - x\sqrt{2} = z \text{ und } 2r - x\sqrt{2} = -2z$$

resp. für das obere und das untere Zeichen der zweiten Gleichung. Setzen wir diese Werthe für z in eine der

ursprünglichen Gleichungen ein, so erhalten wir die Projectionen der Durchdringungskegelschnitte; im ersten Falle nämlich

$$x^2 - y^2 = r^2,$$

die gleichseitige Hyperbel von der Halbaxe r; im zweiten Falle aber

$$x^2 + 2y^2 = 4r^2 \text{ oder } \frac{x^2}{(2r)^2} + \frac{y^2}{2r^2} = 1,$$

die Ellipse mit den Halbaxen $c = 2r$, $b = r\sqrt{2}$. Für Ersetzung von $r\sqrt{2}$ durch c sind beide Gleichungen

$$\frac{x^2}{\frac{1}{2}c^2} - \frac{y^2}{\frac{1}{2}c^2} = 1, \quad \frac{x^2}{2c^2} + \frac{y^2}{c^2} = 1.$$

Die vier Schnittpunkte beider Curven haben die Ordinaten $y = \pm r$ oder $c\sqrt{\frac{1}{2}}$, ihre Abscissen sind $x = \pm r\sqrt{2}$, d. h. sie liegen in den durch die Mittelpunkte der zwei Kreise gehenden Senkrechten zur Centrale; die durch C_2 gehende ist zugleich die gemeinsame Sehne beider Grundkreise, die Spur der Ebenen beider Durchdringungskegelschnitte. Die nach ihnen gehenden Durchmesser $x = \pm y\sqrt{2}$ sind die gleichen conjugierten der Ellipse und schneiden die Centrale unter dem gleichen Winkel, wie die Verbindungslinie der Kegelspitzen.

9. Durch einen Brennpunkt G und drei Tangenten a, b, c ist ein Kegelschnitt bestimmt; man construirt ihn aus der rechtwinkligen Polarinvolution um G. Sind x, y die nach den Schnittpunkten ab, bc gehenden Strahlen derselben und x_1, y_1 die zu ihnen normalen entsprechenden, so wie x', y' ihre harmonisch conjugierten in Bezug auf die Paare ab, bc resp., so ist die Gerade $x'x_1$, $y'y_1$ die Directrix g, die Polare des Brennpunkts G. Man erhält durch cy_1 und ax_1 die Tangente b' des Kegel-

schnittes, die sich mit b auf der Directrix schneidet; ebenso a' aus bx_1, $b'x$ und c' aus by_1, $b'y$. Ebenso entspringen aus jedem neuen Paare z, z_1 der Rechtwinkelinvolution um G durch bz, $b'z_1$ und bz_1, $b'z$ ein neues Tangentenpaar aus einem Punkte T^* der Directrix und durch die Normale zu GT^* in G ihre Berührungspunkte, wie vorher in 1.

Diese Construction besteht ohne wesentliche Aenderungen fort, wenn zwei der Tangenten als zusammenfallend angenommen werden und ihr Berührungspunkt bekannt ist, der ja ihr Schnittpunkt ist.

Wendet man sie auf die Parabel aus Brennpunkt und Tangente mit Berührungspunkt an, so liefert sie drei wohlbekannte Sätze; sie zeigt, dass die Directrix der Ort der Schnittpunkte rechtwinkliger Tangentenpaare der Parabel ist, dass ihr Scheitel mitten zwischen Brennpunkt und Directrix liegt und dass die Fusspunkte der Perpendikel vom Brennpunkt auf die Tangenten in der Scheiteltangente liegen.

Die gleiche Construction für die Hyperbel aus einem Brennpunkt, einer Asymptote und einer andern Tangente liefert die drei Sätze: Der Fusspunkt des Perpendikels vom Brennpunkt auf die Asymptote liegt in der Directrix. Die Mitte zwischen Brennpunkt und Directrix in der zur Asymptote parallelen Focalsehne ist der Berührungspunkt der zweiten Tangente, die vom Schnittpunkt der Asymptote mit der Directrix ausgeht. Die beiden so durch die Directrix mit der Asymptote bestimmten Tangenten gehen nach den Schnittpunkten der Asymptoten mit dem im Brennpunkt auf der Hauptaxe errichteten Perpendikel. Man erhält unmittelbar ihre Berührungspunkte und die Scheiteltangente der Hyperbel.

10. Es ist bekannt, dass die Brennpunkte eines Kegelschnittes die Grundpunkte eines Büschels von gleichseitigen Hyperbeln sind, zu denen die Axen selbst als einzige reelle Grenzform gehören, da von den Grundpunkten nur zwei reell sind. Wie findet man die durch einen beliebigen Punkt P der Ebene gehende Hyperbel des Büschels? (G. I. § 36, p. 195 f.) Die Antwort ist einfach.

Man bildet von ihm als Scheitel das involutorische Büschel über der Brennpunktinvolution in der Hauptaxe oder in der Nebenaxe und bestimmt mittelst Hülfskreis durch P sein Rechtwinkelpaar. Sind die Brennpunkte G, H selbst gegeben und ist M der Mittelpunkt des Kegelschnittes, so giebt der Kreis aus M durch G und H das symmetrische Paar S, S_1 der Brennpunktsinvolution in der Nebenaxe; die Strahlen aus P nach G, H sind die Doppelstrahlen einer Involution, deren Pol in einem durch P gelegten Hülfskreis in den Endpunkten des nach ihm gehenden Durchmessers die Fusspunkte des gesuchten Rechtwinkelpaares liefert. Man erhält dasselbe Rechtwinkelpaar, wenn man das Büschel aus P über der Involution S, S_1; M und der Richtung der Nebenaxe bildet, der Pol derselben im Hülfskreis — wir denken denselben Kreis durch P in beiden Fällen benutzt — liegt zwar innerhalb des Kreises, aber beide liegen auf dem nämlichen Durchmesser und der der vorigen Involution ausserhalb desselben und der eine auf der Polare des andern. Legt man den Hülfskreis durch P und die reellen Brennpunkte G, H, so dass sein Mittelpunkt in der Nebenaxe liegt und der Pol der Involution mit den Doppelstrahlen PG, PH auch in diese fällt, so muss auch der Pol der Involution über der Nebenaxe in diese fallen und das Rechtwinkelpaar geht nach den Schnitten des Kreises

PGH mit der Nebenaxe. Dies gilt auch noch für die Punkte P im Unendlichfernen der Ebene; für P als Richtung geht der Kreis PGH in seinem endlichen Theil in die Gerade GH über und der ins Endliche gehende Rechtwinkelstrahl des Parallelenbüschels — der andre ist immer die unendlich ferne Gerade — ist der zu ihm gehörende Durchmesser, die eine Asymptote der zugehörigen gleichseitigen Hyperbel. Sind nicht die Brennpunkte selbst bekannt, sondern ausser den Axen ein Pol sammt seiner Polare oder eigentlich eine Polare und das Perpendikel zu ihr, das ihren Pol enthält — denn mehr ist nicht erforderlich, — so liefern die Schnitte dieser beiden Geraden mit der einen Axe ein Paar X, X_1 und mit der andern ein Paar Y, Y_1 und diese bestimmen mit M als gemeinsamem Centralpunkt die Involutionen, in deren einer die Doppelpunkte reell und die Brennpunkte sind, während in der andern ein symmetrisches Paar existiert. Die Involutionen aus den Strahlenpaaren PX, PX_1; PM und dem Parallelstrahl zur Axe X, X_1 und wieder aus PY, PY_1; PM und dem Parallelstrahl zur Axe YY_1 liefern in einem Hülfskreis durch P zwei Pole von der vorigen Relation und das nämliche Rechtwinkelpaar. Liegt der Punkt P in einer der Axen, so wird das von ihm über den Punktepaaren dieser Axe gebildete Büschel zu einem vielfachen Strahl, genauer einer parabolischen Involution, die Involution über der andern Axe hat den Strahl parallel zu ihr und die durch P gehende Axe zum Rechtwinkelpaar.

Liegt der Pol in dem Kreise durch G, H, S und S_1, so kann man diesen zum Hülfskreis wählen und erkennt, dass die Rechtwinkelstrahlen durch S und S_1 gehen. Es ist klar, dass man durch die Punkte dieses Kreises

ebenso wie durch die Punkte der unendlich fernen Geraden alle Hyperbeln des Büschels erhält.

Nach Ermittelung des Rechtwinkelpaares von P entsteht die fragliche gleichseitige Hyperbel aus den Strahlenpaaren, die man durch die Paare beider Brennpunktsinvolutionen parallel zu den Rechtwinkelstrahlen zieht; also durch X und X_1, Y und Y_1, sodass jedes dieser Paare in den Ecken des daraus entstehenden Rechtecks zwei Punkte der gesuchten gleichseitigen Hyperbel liefert; dazu liefert M mit den Richtungen der Axen durch die zugehörigen Parallelen des Rechtwinkelpaares dasselbe unendlich ferne Punktepaar, d. h. in den Strahlen durch M selbst die Asymptoten. Sind die Brennpunkte und das symmetrische Paar bekannt, so fallen zwei jener Punkte nach G und H und die andern sind die orthogonalsymmetrischen S^*, $S_1{}^*$ zu S, S_1 in Bezug auf die Asymptoten.

Die Hyperbeln des Büschels schneiden die Grundellipse und alle ihr biconfocalen Ellipsen in Punkten, wo die Tangente und Normale der Ellipsen entsprechende Strahlen der erzeugenden Parallelen-Büschel der Hyperbel sind, die Tangenten der Ellipse in vier solchen Punkten sind also stets in Paaren rechtwinklig und parallel zu einander; ihre Schnittpunkte im Endlichen liegen auf dem zugehörigen Hauptkreis. Und für die Hyperbeln?

XI. Die regelmässigen Polyeder.

Die fünf regulären oder Platonischen Körper bieten für die Entwickelung des Vermögens der Raumanschauung ein sehr reiches Material, das in verschiedenen Stufen in der Geometrie zur Benutzung kommen kann;

etwa beim Nachweis ihrer Möglichkeit und Herstellbarkeit in Verbindung mit der Netzbildung, bei der Erklärung der Symmetrieen, bei der Berechnung der Oberflächen und der Rauminhalte sowie bei der der Flächenwinkel.

Besonders ausgezeichnete Objecte sind die Körper für die darstellend geometrische Behandlung; namentlich führen ihre Symmetrieeverhältnisse zu einer Fülle von involutorischen Beziehungen in ihren Darstellungen, die ebenso viele Proben der Genauigkeit der ausgeführten Constructionen bieten. Man kann nicht sagen, dass sie in entsprechendem Umfange behandelt würden; man hat nicht Raum und Zeit dafür. Nach der Methode der orthogonalen Parallelprojection giebt man etwa ihre Darstellung unter der Voraussetzung, dass eine Fläche (oder ausser beim Tetraeder zwei parallele Flächen) zu einer Projectionsebene parallel resp. normal liegt; oder unter der Annahme, dass eine Verbindungsgerade zweier Gegenecken eine projicierende Linie ist — zumeist nur das eine bei dem einen und das andere bei einem andern der fünf Polyeder. Man sollte diesen Darstellungen unter Voraussetzung besonderer Lagenbeziehungen zu den Projectionsebenen noch diejenigen hinzufügen, wo die gemeinsame Mittelsenkrechte zu zwei gegenüberliegenden Kanten eine projicierende Linie ist, da auch für sie die Formen und Maassverhältnisse der Projectionen leicht näher angebbar sind.

Die Methode der Centralprojection wendete man dagegen noch viel weniger, oder vielmehr fast gar nicht auf sie an, während doch gerade sie zu den interessantesten Figuren führt und die wesentlichsten Eigenschaften der regulären Körper dadurch aufschliesst — natürlich

nicht dann, wenn man nur auf die Darstellung ihrer Bilder ausgeht, wie man sie in alten Perspectivbüchern findet, z. B. in des Nürnbergers Paul Pfinzing «Optica», der sie als Bilder der Elemente noch Plato's Timäos voranstellt; sondern wesentlich durch die constructive Untersuchung der Fluchtelemente ihrer Kanten und Diagonalen, Flächen und Diagonalebenen.

An diesem Orte wird der Versuch erlaubt sein, auch ohne Figuren diese geometrischen ebenso einfachen als reichhaltigen Verhältnisse zu beschreiben, nachdem ihnen gerade durch die wichtigsten neuen Fortschritte der Mathematik ein allgemeines hohes Interesse verliehen worden ist. Die Arbeiten von J. Steiner über Maximum und Minimum von 1836—1841, von F. Möbius über die Symmetrie und die Polyeder von 1852—1861, die uns seit den Ausgaben der gesammelten Werke beider Meister correct und vollständig vorliegen, sind dadurch mit einander und mit den neueren über dieselben Fragen von C. Jordan 1867—1868 verbunden, aber auch mit wichtigen Arbeiten von anscheinend ganz anderen Zielpunkten wie A. Clebsch's Abh. über das ebene Fünfseit und die Gleichungen fünften Grades 1871 in Bd. 4 der «Math. Ann.», zur Theorie der hypergeometrischen Reihe von H. A. Schwarz 1872 in Bd. 15 des «Journal f. Math.» und F. Klein's über das Ikosaeder und die Gleichungen fünften Grades 1877 in Bd. 12 der «Math. Ann.», welche letzteren von ihrem Urheber 1884 zu dem schönen Werke «Vorlesungen über das Ikosaeder und die Auflösung der Gleichungen fünften Grades» ausgestaltet worden sind.

In dem Zusammenhang der fünf regulären Körper unter einander, wornach sie in einfacher Art auseinander entstehen, liegt dabei die Möglichkeit abkürzender Be-

schränkung. Man erhält aus dem Octaeder ein Hexaeder auf dreifache Weise, nämlich seine Flächen als die in den Octaederecken zu den Verbindungsgeraden seiner Gegeneckenpaare normalen Ebenen, oder die Ecken eines solchen als die acht Mittelpunkte der Flächen des Octaeders, sodass für die durch die Ecken des Octaeders gehende Kugel die Hexaederflächen die Tangentialebenen in den Octaederecken und für die seine Flächen berührende Kegel die Hexaederecken die Berührungspunkte dieser Flächen sind; endlich aber auch mittelst der die Kanten des Octaeders berührenden Kugel die Kanten eines Hexaeders als die zu den Octaederkanten in ihren Mittelpunkten rechtwinkligen Tangenten dieser Kugel. In denselben drei Arten entsteht zu einem Ikosaeder immer ein Dodekaeder; und ebenso aus einem Tetraeder wieder ein solches, so zwar, dass die Ecken beider die acht Ecken eines Hexaeders und die acht Flächen die Flächen eines Octaeders bilden. Da nun die Rechtwinkligkeit von Gerade und Ebene in der Centralprojection als eine Abhängigkeit vom Fluchtpunkt der einen von der Fluchtlinie der andern in Rücksicht auf den Distanzkreis ausgedrückt wird, welche identisch ist mit der von Pol und Polare in einem Polarsystem, das den durch den Distanzkreis als symmetrisch-harmonische Darstellung vertretenen imaginären Kreis (mit jenem concentrisch und statt vom Radius d vom Radius $d\sqrt{-1}$) zu seiner Directrix hat, so bilden die Fluchtlinien der Hexaeder- resp. Octaeder-Flächen die Polarfiguren zu denen der Fluchtpunkte der Octaeder- resp. Hexaeder-Diagonalen etc. Da aber ferner die Rechtwinkligkeit zweier Geraden in einer Ebene durch die Zusammengehörigkeit ihrer Fluchtpunkte als ein Paar in der Polinvolution ihrer Fluchtlinie für dieses nämliche

Polarsystem sich kennzeichnet, so stehen die Fluchtpunkte der zusammengehörigen Kanten dieser Körperpaare auch in dieser Relation. Im Hexaeder umgekehrt sind die Verbindungsgeraden nicht benachbarter Ecken auf seinen Flächen die Kanten zweier Tetraeder; im Octaeder bilden die Schnittgeraden nicht benachbarter Flächen an seinen Ecken — wieder zwei für jede — die Kanten von zwei Tetraedern. Bezeichnen wir die Ecken eines Hexaeders in einer seiner Flächen der Reihe nach durch 1, 2, 3, 4 und die ihnen gegenüberliegenden desselben Hexaeders, durch 1*, 2*, 3*, 4* resp., so sind 1 2* 4* 3 und 1* 2 4 3* die durch ihre Ecken bezeichneten beiden Tetraeder; das eine enthält von den Diagonalpaaren der Flächen 13, 24; 2* 4*, 1* 3*; 12*, 3* 4; 34*, 1* 2; 14*, 23*; 2*3, 1*4 je alle ersten und das andre alle zweitgenannten. Nennen wir die Flächen des aus dem Hexaeder nach den vorangezeigten Modalitäten entstehenden Octaeders, welche als die Hexaederecken 1, 2, etc. gleichseitig abstumpfend bezeichnet werden können, mit denselben Ziffern, so sind wieder 12* 4* 3 und 1* 2 4 3* die beiden aus ihm entspringenden Tetraeder und das erste enthält von den Abstumpfungsebenen der Ecken einer Fläche des Hexaeders, die das Octaeder bildeten, das eine Paar, das zweite das andere Paar. Wir haben ebenso unter den zwanzig Ecken des Dodekaeders fünfmal acht Hexaederecken, so dass die Kanten eines solchen Hexaeders einzeln auf den Flächen des Dodekaeders als Verbindungsgerade nicht benachbarter Ecken derselben erscheinen und in der That jede von diesen als erste gewählte Kante eines der fünf Hexaeder bestimmt; es bleiben jeweilen die zwölf Ecken in drei Paaren zu einander rechtwinkligen Kanten des Dodekaeders übrig und jede Ecke kommt zweimal

als Hexaederecke vor. Und wir finden unter den zwanzig Flächen des Ikosaeders fünfmal acht Octaederflächen — jede wieder zweimal betheiligt — nämlich so, dass die Kanten eines solchen einzeln von Ecken des Ikosaeders als Schnittgerade nicht benachbarter Ebenen derselben erscheinen, und jede von diesen Schnittgeraden als erste eines der Octaeder bestimmt. Oder da im regulären Fünfeck jede Verbindungsgerade nicht benachbarter Ecken parallel ist zu der Kante in derselben Fläche, deren Endpunkte beide auf derselben Seite von ihr liegen, die dreissig Kanten des Dodekaeders gruppieren sich in fünfmal drei parallele Paare so, dass die drei Richtungen in jeder Gruppe zu einander rechtwinklig sind und den Kanten eines Hexaeders angehören. Ebenso offenbar die eines Ikosaeders. Und da die Verbindungsgeraden der Mitten gegenüberliegender Kanten des Dodekaeders wie des Ikosaeders zugleich ihre gemeinsamen Mittelsenkrechten sind, so besagt dies das Nämliche, wie dass die gemeinsamen Mittelsenkrechten der fünfzehn Paare paralleler Kanten des einen wie des andern Körpers sich in fünf Tripel von trirectangulären theilen. Offenbar sind dann auch die je drei Paare zugehöriger Kantenmitten die Ecken eines Octaeders; und wiederum bilden die zehn Diagonalen des Dodekaeders fünfmal die Diagonalen eines Hexaeders. Bezeichnen wir der geringeren Zahlen wegen wie beim Ikosaeder die Ecken, so beim Dodekaeder die Flächen durch Ziffern, nämlich mit gleicher Ziffer die Ecken und Flächen des Ikosaeders resp. Dodekaeders, welche nach der ersten und zweiten Ableitungsart die eine aus der andern hervorgehen, sodass dann auch die auseinander nach der dritten Ableitungsart entspringenden Kanten des einen und des andern Körpers gleiche

Ziffernpaare haben; und halten wir auch fest, dass die Paare gegenüberliegender Ecken des Ikosaeders gleiche Ziffern ohne und mit Stern erhalten, so bleibt nur noch die Festsetzung übrig, dass von einer Ecke des Ikosaeders aus, die als die erste bezeichnet werden soll, die fünf benachbarten der Reihe nach als 2, 3, 4, 5 und 6 bezeichnet werden sollen.

Dann ist im Dodekaeder eine Gruppe von acht Hexaederecken, geordnet nach Paaren in vier parallelen Kanten 126, 145; 235*, 346*; 1*4*5*, 1*2*6*; 3*4*6, 2*3*5. Die diesen Hexaederkanten parallelen Dodekaederkanten sind 13, 1*3* und ihre Mitten sind zwei Octaederecken; zu den beiden andern Vierergruppen paralleler Hexaederkanten sind parallel die Dodekaederkanten 56, 5*6* und resp. 24*, 2*4. Eine zweite Gruppe in derselben Ordnung der Aufzählung ist 126, 134; 24*5*, 35*6*; 1*3*4*, 1*2*6*; 3*56, 2*45 — Dodekaederkanten 15, 1*5*; 23, 2*3*; 46*, 4*6 mit Octaederecken als Mitten; die letzten zugleich der Reihe nach parallel den Mittelsenkrechten der Gegenkantenpaare 46, 4*6*; 15, 1*5*; 23, 2*3*. Die dritte Gruppe ist 123, 156; 346*, 2*45; 1*5*6*, 1*2*3*; 24*5*, 3*4*6; Dodekaederkanten von gleicher Richtung 14, 1*4*; 26, 2*6*; 35*, 3*5, Mittelsenkrechte der Paare 35*, 3*5; 14, 1*4*; 26, 2*6*. Vierte Gruppe: 123, 145; 35*6*, 2*46*; 1*4*5*, 1*2*3; 24*6, 2*46*; Dodekaederkanten 26, 1*6*; 25*, 2*5; 34, 3*5*; parallele Mittelsenkrechte zu 34, 3*4*; 16, 1*6*; 25*, 2*5. Fünfte Gruppe: 134, 156; 2*46*, 2*3*5; 1*5*6*, 1*3*4*; 235*, 24*6; Dodekaederkanten 12, 1*2*; 36*, 3*6; 45, 4*5*; parallele Mittelsenkrechte 45, 4*5*; 12, 1*2*; 36*, 3*6.

Am Ikosaeder haben wir fünf Gruppen von je acht

Octaederflächen 126, 145; 235*, 346*; 1*4*5*, 1*2*6*; 3*4*6, 2*3*5; geordnet in Paaren durch rechtwinklige Gerade je in derselben Ebene durch zwei parallele Gegenkanten des Ikosaeders 13, 1*3*; 56, 5*6*; 24*, 2*4 der Reihe nach mit den Mittelsenkrechten parallel den Kantenpaaren 24*, 2*4; 13, 1*3*; 56, 5*6* des Ikosaeders, etc. — alles Analoge mit den gleichen Bezeichnungen, da bei jedem der vorgeschilderten Uebergänge auch die Rechtwinkligkeit der gleichnamigen Kantengruppen erhalten bleibt.

Aus diesen geht aber auch das Gesetz hervor, dass die durch die Geraden 11*, 22*, ... 66* zwischen gegenüberliegenden Eckenpaaren des Ikosaeders in Paaren gehenden Ebenen 121*2*, ... 565*6* oder kürzer 12, ... 56, an Zahl fünfzehn, sich zehnmal zu drei in den zehn Geraden schneiden, welche die gegenüberliegenden Eckenpaare des zugehörigen Dodekaeders mit einander verbinden; oder wie man diess auch ausdrücken kann, dass das Sechskant, welches jene Ikosaeder-Diagonalen bilden, auf zehn Arten ein Brianchon'sches Sechsflach bildet, mit den zehn Dodekaeder-Diagonalen als Brianchonkanten. Betrachtet man z. B. die Ebene des Fünfecks 23456 als Basisebene für dieses Sechskant, so sind die Ecken 2, 3, 4, 5, 6 und der Mittelpunkt des Fünfecks 1′ die Fusspunkte jener Diagonalen in ihr und die angegebene Eigenschaft besagt, dass die Gruppen von je drei Geraden 23, 45, 1′6; 34, 56, 1′2; 45, 62, 1′3; 56, 13, 1′4; 62, 34, 1′5; und wieder 24, 35, 1′6; 35, 46, 1′2; 46, 25, 1′3; 52, 36, 1′4; 63, 42, 1′5 sich je in einem Punkte schneiden, nämlich in den Eckpunkten zweier anderer regulärer Fünfecke, die zum ersten concentrisch und invers ähnlich liegen, während sie zugleich in Bezug auf

seinen Umkreis zu einander polarreciprok sind. Offenbar entspringt aus einem regulären Fünfeck und ebenso aus jeder seiner Collinearfiguren eine Kette neuer gleichartiger Fünfecke vorwärts und rückwärts, sodass jedes derselben als zu einem Ikosaeder gehörig im vorigen Sinne erscheint, während seine beidseitigen nächsten Nachbarn dem zugehörigen Dodekaeder angehören. Die Existenz solcher Fünfecke hat A. Clebsch zuerst aus der ebenen Abbildung einer von ihm als Diagonalfläche benannten speciellen Fläche 3. Ordnung entnommen, bei welcher die Durchdringungscurve mit ihrer Hesse'schen Fläche sich auf die zehn Knotenpunkte dieser letztern reduciert; und er hat sie mit der Auflösung der Gleichungen fünften Grades in die engste Verbindung gesetzt; in der Ausführung von F. Klein ist dann das Ikosaeder zu seiner vollen Bedeutung gelangt.

Wenn ich daher jetzt das System der Fluchtelemente des regulären Ikosaeders beschreibe, wie es die Centralprojection desselben liefert, so werden wir in dieser Figur alle im Vorigen aufgeführten Charakterzüge wiederfinden und mit ihr zugleich die allen anderen regulären Körpern entsprechenden Systeme gleicher Art mehrfach erhalten oder mit ihr in einfacher Verbindung.

Die fünfzehn Paare paralleler Kanten des Ikosaeders liefern fünfzehn Fluchtpunkte Q'_{12}, etc., die nach der Vereinigung der Kanten zu zehn Paaren paralleler Dreiecke zehnmal zu drei in geraden Linien q'_{123}, etc. liegen müssen; die aber auch nach der Vereinigung der Kanten zu fünf Paaren von Fünfecken in parallelen Ebenen und mit paarweis parallelen Seiten sechsmal zu fünf in geraden Linien q'_{23456} enthalten sind; durch jeden der Fluchtpunkte gehen von jenen wie von diesen Geraden je zwei,

weil jede Kante nicht nur zu zwei Flächen, sondern auch zu zwei solchen ebenen Fünfecken gehört. Es giebt daher von jedem Fluchtpunkt aus nur noch zwei Gerade, die je einen der beiden letzten noch unverbundenen Fluchtpunkte enthalten. Da nun die Geraden mit drei Fluchtpunkten unter den Verbindungsgeraden derselben dreifach, also zusammen für dreissig, und die Geraden mit fünf Fluchtpunkten unter ihnen zehnfach und zusammen für sechzig zählen, so bleiben von der Gesammtzahl zu erwartender Verbindungslinien nämlich $\frac{1}{2}$. 15 . 14 oder 105 eben noch jene fünfzehn Geraden übrig, die nur je zwei Fluchtpunkte des Systems enthalten. Für den Fluchtpunkt Q'_{35^*} der Kanten, 35* und 3*5 sind die beiden Geraden durch je fünf Fluchtpunkte die nach Q'_{15}, Q'_{12}, Q'_{24^*}, Q'_{34} und nach Q'_{45}, Q'_{46^*}, Q'_{16}, Q'_{13}, welche zu den ebenen Fünfecken 5*1*2*43 und 5124*3* resp. 4*5*316 und 453*1*6* gehörig; die beiden Geraden aus Q'_{35^*} durch je drei Fluchtpunkte gehören zu den Seiten der Flächen 35*6*, 3*56 und 235*, 2*3*5. Neben den Ausgangskanten 35*, 3*5 sind durch die genannten Fünfecke sechszehn und durch die Dreiecke acht andre Kanten mit ihren Fluchtpunkten betheiligt, so dass zur Erfüllung der dreissig Kanten des Ikosaeders eben noch die Fluchtpunkte von zwei Paaren paralleler Kanten übrig bleiben, nämlich Q'_{14}, Q'_{26} — die Fluchtpunkte derjenigen beiden Kantenpaare, die mit den Ausgangskanten Q'_{35^*}, Q'_{3^*5} orthogonale Tripel bilden. Wir haben diese Tripel im Vorigen bereits aufgezählt, wollen sie aber hier in Abkürzung wiederholen; ausser dem soeben wiedergefundenen 14, 26, 35* sind sie 12, 45, 36*; 13, 56, 24*; 15, 23, 46*; 16, 34, 25*. Sie sind immer zugleich die

Fluchtpunkte der drei zugehörigen Mittelsenkrechten, somit zugleich von drei Dodekaederdiagonalen und Kantenpaaren. Solche drei Fluchtpunkte bilden stets ein Dreieck, dessen Höhenschnittpunkt der Hauptpunkt C_1 der Centralprojection, der Mittelpunkt ihres Distanzkreises, ist, während das geometrische Mittel zwischen den Abschnitten seiner Höhen dem Radius des Distanzkreises gleich ist; d. h. sie bilden je ein Tripel harmonischer Pole oder ein Polardreieck in dem Polarsystem, für welches der Distanzkreis die symmetrisch-harmonische Darstellung seiner Directrix ist.

Sodann aber sind die Fluchtpunkte der Diagonalen des Ikosaeders oder der Verbindungsgeraden seiner Gegeneckenpaare 11*, 22*, . . ., 66* — wir wollen sagen Q'_1, Q'_2, . . . Q'_6 —, weil sie normal sind zu den Ebenen je zweier der regulären ebenen Fünfecke auf dem Ikosaeder, nämlich resp. zu 23456 und 2*3*4*5*6*, zu 135*4*6 etc., zu 125*6*4 etc., zu 136*2*5, etc., zu 142*3*6 und endlich zu 124*3*5 etc., die Fluchtpunkte der Normalen zu den Ebenen jener sechs Fünfecke oder die Pole der sechs oben aufgezählten Geraden mit je fünf Kantenfluchtpunkten in jenem Polarsystem, und zugleich die Schnittpunkte der Polaren der je zugehörigen fünf Fluchtpunkte in demselben. Ihre fünfzehn Verbindungsgeraden q'_{12}, etc. sind die Polaren der Fluchtpunkte der Ikosaederkanten, und da die Fluchtpunkte der Ikosaederkanten auch zehnmal zu drei in geraden Linien liegen, so gehen jene Verbindungsgeraden zehnmal zu drei durch einen Punkt oder die sechs Fluchtpunkte der Diagonalen bilden die Ecken eines zehnfach Brianchon'schen Sechsseits; z. B. für das Dreieck 235* und sein centrisch symmetrisches 2*3*5 folgt, dass die Verbindungsgeraden der Fluchtpunkte der

Diagonalenpaare 2 und 6, 1 und 5, 3 und 4 durch den Pol ihrer Fluchtlinie gehen, u. s. w.

Jede solche Diagonale 11*, etc. bestimmt mit jedem Paar paralleler Kanten, die von ihren Ecken ausgehen, eine Ebene, zu welcher zwei andere parallele und zu jenen beiden normale Kanten parallel sind; die Fluchtpunkte der sechs Diagonalen sind also Schnittpunkte von je fünf Verbindungsgeraden von Kantenfluchtpunkten; nämlich Q'_1 ist der Schnittpunkt der Geraden $Q'_{12}\ Q'_{36^*}$, $Q'_{13}\ Q'_{24^*}$, $Q'_{14}\ Q'_{35^*}$, $Q'_{15}\ Q'_{46^*}$, $Q'_{16}\ Q'_{25^*}$, — immer also auch in einer Geraden durch zwei Fluchtpunkte, von denen jeder in der Polare des andern liegt, oder welche harmonische Pole sind in unserm imaginär circularen Polarsystem; so zwar, dass sich diese auf die fünf orthogonalen Tripel je zu Eins vertheilen. Der Diagonalenfluchtpunkt Q'_2 ist der Schnitt der Geraden $Q'_{21}\ Q'_{36^*}$, $Q'_{23}\ Q'_{15}$, $Q'_{24^*}\ Q'_{56}$, $Q'_{25^*}\ Q'_{34^*}$, $Q'_{26}\ Q'_{14}$; Q'_3 der von $Q'_{31}\ Q'_{24^*}$, $Q'_{32}\ Q'_{15}$, $Q'_{34}\ Q'_{16}$, $Q'_{35^*}\ Q'_{26}$, $Q'_{36^*}\ Q'_{45}$; Q'_4 von $Q'_{14}\ Q'_{35^*}$, $Q'_{24^*}\ Q'_{56}$, $Q'_{34}\ Q'_{16}$, $Q'_{45}\ Q'_{12}$, $Q'_{46^*}\ Q'_{23}$; Q'_5 von $Q'_{15}\ Q'_{4^*6}$, $Q'_{25^*}\ Q'_{34}$, $Q'_{35^*}\ Q'_{26}$, $Q'_{45}\ Q'_{12}$, $Q'_{56}\ Q'_{13}$; endlich Q'_6 von $Q'_{16}\ Q'_{25}$, $Q'_{26}\ Q'_{14}$, $Q'_{36^*}\ Q'_{45}$, $Q'_{46^*}\ Q'_{23}$, $Q'_{56}\ Q'_{13}$. Die fünf Kantenfluchtpunkte in einer Geraden z. B. Q'_{21}, Q'_{34}, Q'_{45}, Q'_{56}, Q'_{62} in q'_1 bilden mit den Schnittpunkten ihrer nach Q'_1 gehenden Polaren $Q'_{15}\ Q'_{46^*}$, $Q'_{16}\ Q'_{25^*}$, $Q'_{12}\ Q'_{36^*}$, $Q'_{13}\ Q'_{24^*}$, $Q'_{14}\ Q'_{35^*}$ die Involution harmonischer Pole in ihrer Geraden q'_1 und diese Polaren mit den Geraden von Q'_1 nach ihren resp. vorbenannten Polen die dazu perspectivische Involution harmonischer Polaren um Q'_1. Die Figur wird sich selbst reciprok. Daher liegen auch die Normalenfluchtpunkte der Ebenen 123, 235* z. B. oder die Pole der Geraden $Q'_{12}\ Q'_{23}\ Q'_{31}$,

Q'_{23} Q'_{35}. Q'_{25}. in der Geraden Q'_{15} Q'_{46}. — die Ebene durch zwei parallele Kanten des Ikosaeders ist parallel zu zwei andern parallelen Kanten desselben und normal zu zwei Paaren paralleler Flächen, denen ihre Ecken einzeln angehören oder sie enthält zwei Diagonalen des zugehörigen Dodekaeders. Es sind die fünfzehn Symmetrieebenen des Ikosaeders und Dodekaeders, welche durch ihre Schnitte mit den Flächen jedes der zwanzig Dreiecke des ersten in sechs, resp. jedes der zwölf Fünfecke des letztern in zehn congruente Dreiecke theilen — immer durch die Höhen oder vom Durchstosspunkt der Dodekaeder- resp. Ikosaeder-Diagonale in der Ikosaeder- resp. Dodekaeder-Fläche aus. Und man erkennt damit die sechzig Ikosaeder- und Dodekaeder-Drehungen in sich selbst; nämlich um jede der sechs Ikosaeder-Diagonalen resp. der Geraden durch die Mitten paralleler Flächen beim Dodekaeder vier Drehungen von der Periode fünf mit Winkeln $\pm \frac{2\pi}{5}, \frac{4\pi}{5}$ äquivalent vier und zwanzig; um jede der zehn Dodekaeder-Diagonalen resp. der Geraden durch die Mittelpunkte paralleler Flächen beim Ikosaeder zwei Drehungen von der Periode drei oder um Winkel $\frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}$, äquivalent zwanzig; um jede der fünfzehn kantenhalbirenden Diagonalen des Ikosaeders und Dodekaeders eine Drehung mit der Periode zwei und dem Winkel π, äquivalent fünfzehn — also mit der Identität znsammen sechzig. Die concentrische Kugel — wir wollen sie uns durch die Ecken des Ikosaeders oder Dodekaeders denken — wird durch diese Symmetrieebenen in 120 abwechselnd congruente und symmetrische Dreiecke mit den Winkeln $\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{5}, \frac{\pi}{2}$ zerlegt.

So haben die Systeme der Fluchtelemente von Ikosaeder und zugehörigem Dodekaeder die Fluchtpunkte der Symmetrieaxen, man sagt der sechs quinären, der zehn ternären und der fünfzehn binären, und die Fluchtlinien der Symmetrieebenen gemein; das System des Dodekaeders enthält wie das des Ikosaeders fünfzehn Fluchtpunkte der Kanten, identisch mit denen der binären Axen, wiederum sechsmal zu fünf und zehnmal zu drei in einer Geraden, als Fluchtpunkte der Seiten paralleler Flächen und resp. als Fluchtpunkte von drei Kanten, die auf drei in einer Ecke zusammenstossenden Flächen dieser Ecke jeweilen gegenüber liegen, wie z. B. für die gemeinsame Ecke der Flächen 1, 2, 3 die Kanten 15, 24*, 36* und für die von 2, 4*, 5* die Kanten 12, 3*4*, 5*6*. Von jedem Fluchtpunkt des Systems gehen zwei Gerade der ersten und zwei Gerade der zweiten Art aus, weil die zugehörige Kante der Schnitt von zwei benachbarten Flächen ist und an ihren beiden Ecken zwei Gruppen von drei Flächen liegen; und da jene sechs Geraden zehnfach und diese zehn Geraden dreifach d. h. zusammen für neunzig im System der 105 Verbindungsgeraden der fünfzehn Fluchtpunkte zählen, so bleiben fünfzehn Verbindungsgerade von je zwei Fluchtpunkten, zwei von jedem Fluchtpunkt aus, die fünfmal drei Geraden der Fluchtpunkte der orthogonalen Tripel von Dodekaederkanten und zugleich der Fluchtpunkte der gemeinsamen Mittelsenkrechten paralleler Kantenpaare oder der binären Axen.

Es sind Figuren von den gleichen mannigfachen Relationen in sich und mit einander, die — das ist wenn man will die Kehrseite der Sache — die Genauigkeit der graphischen Ausführung auf die allerschärfste Probe stellen.

Die Systeme der Fluchtelemente von Octaedern, Hexa-

edern und Tetraedern lassen sich nach dem Früheren vielfach aus denen des Ikosaeders und Dodekaeders ableiten, wie wir wissen; die je fünf Tripel der orthogonalen unter den parallelen Kantenpaaren liefern im Dodekaeder fünf Hexaeder, die ihre Ecken in Ecken des Dodekaeders und ihre Diagonalen unter seinen Diagonalen oder ternären Axen haben; und wiederum fünf Octaeder, die ihre Ecken in Mittelpunkten seiner Kanten und ihre Diagonalen unter seinen binären Axen haben; und sie liefern im Ikosaeder fünf Octaeder aus Flächen des Ikosaeders und mit Diagonalen unter seinen binären Axen, so wie fünf Hexaeder aus Ebenen, welche die Flächenwinkel des Ikosaeders äusserlich halbieren und deren Diagonalen zu seinen ternären Axen gehören. Von jedem Hexaeder wie von jedem Octaeder erfolgt der Uebergang zu zwei Tetraedern in der früher geschilderten Art. Mit jedem dieser Theilsysteme haben wir das System ihrer Symmetrieebenen; für das Hexaeder neun, nämlich die drei Mittelebenen zwischen den parallelen Flächenpaaren rechtwinklig zu einander wie diese, und die sechs Ebenen durch die Paare paralleler Kanten, welche sich zu zwei in den sechs Geraden zwischen den Mitten paralleler Kanten, zu drei in den Hexaeder-Diagonalen (vier der zehn Dodekaeder-Diagonalen) unter $\frac{\pi}{3}$, und zu vier in den Verbindungsgeraden der Mittelpunkte paralleler Flächen (drei unter den Halbierenden paralleler Kanten des Dodekaeders) unter $\frac{\pi}{4}$ schneiden.

Analog beim Octaeder mit seinen drei Diagonalen, seinen vier Geraden zwischen den Mitten paralleler Flächen und den sechs zwischen den Mitten paralleler Kanten, denen Winkel von $\frac{\pi}{2}$, $\frac{2\pi}{3}$ und π entsprechen oder in denen

die Symmetrieebenen zu vier, drei und zwei resp. sich schneiden. Endlich beim Tetraeder die sechs Ebenen durch die Kanten normal zu den windschiefen Gegenkanten, welche sich viermal zu drei gleichwinklig in den Tetraederhöhen und dreimal zu zwei rechtwinklig in den Halbierenden der Gegenkantenpaare schneiden. Offenbar wird hier die concentrische Kugel in vier und zwanzig congruente Dreiecke mit Winkeln $\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}$ zerlegt, die um sechs Punkte zu vier, um acht andre zu sechs geordnet sind; während im Falle des Hexaeders und Octaeders acht und vierzig congruente Dreiecke mit $\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{4}$ entstehen, die zu vier um zwölf, zu sechs um acht und zu acht um sechs Punkte geordnet sind.

Von dem System der Fluchtelemente aus erhalten wir leicht das Bild eines bestimmten unter allen den parallel gestellten Ikosaedern, Dodekaedern etc., welche verschiedene Punkte des Raumes zu Mittelpunkten haben und verschiedene Kantenlängen besitzen. Eine beliebige Gerade der Bildebene durch einen der Kantenfluchtpunkte Q'_{ik} kann als Bild einer der beiden parallelen Kanten ik und i^*k^* gewählt werden und man kann ferner die Bilder der beiden ihr angehörenden Ecken jeweilen beliebig in ihr festsetzen; angenommen man hätte auf einer Geraden durch Q'_{12} die Bilder $1'$ und $2'$ der Ecken gewählt, so erhält man $3'$ als Schnitt der Geraden Q'_{13} $1'$ und Q'_{23} $2'$ und $6'$ als Schnitt von Q'_{16} $1'$ mit Q'_{26} $2'$, und so fortfahrend die Bilder aller Kanten und Ecken. Ebenso aber bei allen andern regulären Körpern; nur dass man etwa bemerken kann, wie beim Dodekaeder durch den Fluchtpunkt irgend eines Paares paralleler Kanten nicht nur das Bild einer von diesen mit den Bildern der

zugehörigen Ecken, sondern statt dessen das Bild einer gleichgerichteten Diagonale in einer der zwei anliegenden Flächenpaare angenommen werden kann; etc. Zeichnet man dasselbe Fluchtpunktsystem nach einander in zwei verschiedenen aber parallelen Lagen oder für dieselbe Bildebene und den nämlichen Körper, aber für zwei verschiedene, jedoch von der Bildebene gleich entfernte Projectionscentra, so können die steroskopisch combinirbaren Zeichnungen derselben erhalten werden, u. s. w.

Man erhält die Systeme der Fluchtelemente und die Bilder für besondere Lagen der Körper gegen Bildebene und Projectionscentrum, wenn man einige Fluchtpunkte des Systems ins Unendliche hinaus rückt. So das System der Ikosaederfluchtpunkte und seine Bilder bei Normalstellung einer Diagonale zur Bildebene, wenn man eine der sechs Geraden q'_1 mit fünf Fluchtpunkten als unendlich fern oder resp. den Fluchtpunkt der zu den zugehörigen Fünfecksebenen normalen Diagonale im Hauptpunkt wählt; System und Bilder mit zwei zur Bildebene parallelen Flächen, wenn man eine Fluchtlinie paralleler Flächen unendlich fern oder den Fluchtpunkt einer ternären Axe und Dodekaederdiagonale im Hauptpunkt annimmt; oder Systeme und Bilder für zwei Paare zur Bildebene parallele Kanten und ein Paar zu ihr senkrechter, wenn man eines der fünf Polardreiecke aus Kantenfluchtpunkten in ein unendlich grosses überführt, sodass die eine seiner Ecken im Hauptpunkt ist und die beiden andern Ecken die Richtungen conjugierter d. h. zu einander rechtwinkliger Durchmesser werden. Es ist klar, dass damit auch die hexaedrischen, octaedrischen und tetraedrischen Theilfiguren in ähnlichen besondern Lagenverhältnissen erhalten werden.

Wir haben schon angemerkt, dass man etwa die eine oder die andere dieser Darstellungen in orthogonaler Parallelprojection ausgeführt findet; es ist aber klar, dass die Anschauung des zugehörigen Systems der Richtungen oder der Fluchtpunkte immer nur durch Centralprojection gebildet werden kann, etwa auch vom Mittelpunkt des Körpers aus durch die Diagonalen etc. und die Parallelen der Kanten u. s. w. Aber auch davon abgesehen, für Orthogonalprojection etwa mit den Annahmen, dass ein Flächenpaar 123, 1*2*3* parallel, resp. eine Diagonale des Ikosaeders 11* oder auch eine Kante normal zur Grundrissebene sei, entspringen noch immer Hauptdaten der Darstellung aus der Existenz orthogonaler Tripel unter den Kanten; in jedem der Fälle sind unter ihnen Paare von solchen mit parallelen Grundrissen, im ersten z. B. 14 und 2*6* oder 25* und 1*6*, und im zweiten 12 und 3*6; und für solche zwei Kanten ist der Unterschied zwischen den z Coordinaten der Endpunkte der einen gleich dem Grundriss der andern.

Wenn man sich erinnert, dass die zwei mal zwei regelmässigen Sternpolyeder aus dem regulären Ikosaeder und Dodekaeder durch Verlängerung der Kanten gebildet werden können, die sich zu drei resp. fünf in den Ecken eines zugehörigen Dodekaeders resp. Ikosaeders schneiden, so sieht man ohne weiteres Eingehen, dass auch deren Darstellung sich hier anschliesst. Ebenso aber auch die Darstellung der sogenannten Rhomboeder und der ihnen polar entsprechenden Körper, deren Entstehung wir noch kurz erinnern. Wenn man bei Hexaeder oder Octaeder durch alle Kanten die Halbirungsebenen der Aussenflächenwinkel gelegt denkt, so entsteht ein von zwölf congruenten Rhomben begrenzter Körper (daher

Rhomben-Dodekaeder) mit vierzehn Ecken, von denen sechs vierkantig und acht dreikantig sind, und dessen Flächendiagonalen die Kanten eines Octaeders und dieses zugehörigen Hexaeders sind. Derselben Construction beim Ikosaeder oder Dodekaeder entspringt ein halbregulärer Dreissigflächner mit zwanzig Dodekaederecken und zwölf Ikosaederecken mit rhombischen Flächen, deren Diagonalen die Ikosaeder- resp. Dodekaederkanten sind (Rhomben-Triakonta-Octaeder). Und man erhält polar entsprechende Körper, indem man die Kantenmitten eines regulären Körpers als Ecken eines neuen halbregulären Körpers wählt; so entspringt aus dem Hexaeder und Octaeder ein zwölfeckiger Körper, der von acht regulären Dreiecken und zwölf Quadraten begrenzt ist; und es entspringt aus dem Ikosaeder und Dodekaeder ein Körper von dreissig congruenten Ecken, der von zwanzig regulären Dreiecken und zwölf regulären Fünfecken begrenzt ist.

Ich schliesse mit einigen literarischen Bemerkungen, die wieder an im Anfang Gesagtes anknüpfen. Alle die Erörterungen über die Symmetrieen der regulären Körper, die nun in ihrer ganzen vielseitigen Bedeutung so wohl bekannt sind und die wir im Vorhergehenden in der Ausdrucksweise der Centralprojection besprachen, gehen zurück auf eine Bemerkung J. Steiner's in seiner grossen Abhandlung «Ueber Maximum und Minimum». (2. Abh. «Crelle's Journal» Bd. 24 — 1842 und «Werke» Bd. 2, p. 243—308, hier nach dem ursprünglichen deutschen Manuscript.) Am Schluss seiner Erörterungen über die Figuren in einer Ebene wirft er in Nr. 26 die Frage auf nach der möglichen Form einer Figur, die zwei sich unter irgend einem Winkel schneidende Symmetralaxen hat,

von denen jede ihrem Umfange nur in zwei Punkten begegnet — und findet die Antwort, dass die Figur ausser den gegebenen im Allgemeinen noch weitere Symmetralaxen hat, nämlich überhaupt m solche, wenn jener Winkel gleich $\frac{\pi}{m}$ ist, und unendlich viele (was die Figur zum Kreise macht) wenn er mit π incommensurabel ist. Und nun kommt er am Schlusse der Untersuchungen über die Körper in Nr. 72 zu der analogen Frage nach den Gestalten, welche ein Körper möglicherweise haben kann, wenn er zwei und wenn er drei gegebene Symmetralebenen hat. Und findet im ersten Falle im Falle der Incommensurabilität des Winkels der Symmetralebenen zu π die Rotationsflächen um ihre Schnittgerade etc. Im zweiten Falle aber giebt er folgende Ausführung: «Hat der Körper drei Symmetralebenen X, Y, Z, die sich in drei Geraden z, y, x und unter den Winkeln α, β, γ schneiden, so muss, sobald von diesen Winkeln zwei, etwa α und β, zu π incommensurabel sind, der Körper in Rücksicht zweier Axen durch Umdrehung entstanden und daher eine Kugel oder ein System von concentrischen Kugeln sein. Ist von den drei Winkeln nur einer zu π incommensurabel oder gar keiner, so werden doch selbst in dem letzten Falle unter den drei Systemen von Symmetralebenen (z), (y) und (x), welche zufolge des vorigen Falles durch die Geraden z, y und x gehen, sich im Allgemeinen irgend zwei Paare befinden, (da nämlich die beiden Ebenen jedes Paares verschiedenen Systemen angehören), die sich unter solchen Winkeln schneiden, welche zu π incommensurabel sind, sodass dann der Körper wiederum eine Kugel sein muss. Es sind nur wenige beschränkte Fälle möglich, die hierbei eine Ausnahme machen». Mit der Anmerkung, an welche sich die Ein-

gangs genannte Abhandlung von H. A. Schwarz zur Theorie der hypergeometrischen Reihe angeschlossen hat: «Nämlich im Wesentlichen nur folgende vier: 1) Wenn $\alpha = \beta = \frac{1}{2}\pi$ und γ beliebig; 2) wenn $\alpha = \frac{1}{2}\pi$ und $\beta = \gamma = \frac{1}{3}\pi$; 3) wenn $\alpha = \frac{1}{2}\pi, \beta = \frac{1}{3}\pi$ und $\gamma = \frac{1}{4}\pi$; 4) wenn $\alpha = \frac{1}{2}\pi$, $\beta = \frac{1}{3}\pi$ und $\gamma = \frac{1}{5}\pi$. Eine weitere Discussion dieser Fälle, die zu einigen interessanten Eigenschaften führt, behalte ich mir für einen andern Ort vor.»

Diese weitere Ausführung nun hat J. Steiner nicht gegeben. Aber nach dem Früheren ist klar, dass der Fall 1) für γ als $\frac{1}{m}\pi$ auf die regelmässige symmetrische m-seitige Doppelpyramide als Grundform führt und für γ als incommensurabel mit π entsprechend in gleicher Weise auf den doppelten symmetrischen Rotationskegel. Und ferner ist J. Steiner natürlich nicht verborgen geblieben, dass die übrigen möglichen mehrfach symmetrischen Körper die regelmässigen Platonischen Körper sind und keine anderen, wenn schon er 1836 am Schluss der Abh. «Einfache Beweise der isoperimetrischen Hauptsätze» wirklich von nur zwei Ausnahmefällen spricht, die der Satz zulasse: Ein Körper mit drei beliebigen Symmetralebenen ist eine Kugel. Aber er hat das in Aussicht gestellte Nähere niemals veröffentlicht. Erst in seinem Nachlass hat man eine bezügliche Ausführung gefunden, die im 2. Bd. der «Werke» (1882) unter den Anmerkungen und Zusätzen als Nr. 21) (p. 235—238) gedruckt ist und bei der uns persönlich auch die einleitende Bemerkung interessiert, dass Herr Stud. Clausius zwei andere Ausnahmefälle gefunden und zugleich gezeigt habe, dass weiter keine andern möglich sind.

Es sei erlaubt, zwei kurze Stücke aus dem Inhalt dieser Blätter hier zu wiederholen. Einmal den Schluss der Erläuterungen zu System 4) mit seinen sechs quinären Axen, den Eckendiagonalen des Ikosaeders und den Flächenmittendiagonalen des Dodekaeders, und seinen fünfzehn binären Axen, den Kantenmittendiagonalen beider Körper, die zu fünf in den sechs Normalebenen der erstern durch den Mittelpunkt liegen. «Wird das ganze System von Symmetralebenen und Axen von einer Ebene geschnitten, so geben die sechs genannten Ebenen sechs Gerade, die sich in fünfzehn Punkten P_2 schneiden, welche den fünfzehn binären Axen entsprechen. In Bezug auf ein elliptisches Involutionsnetz sind von diesen fünfzehn Punkten P_2 — den Q'_{ik} oder Kantenfluchtpunkten unserer Bezeichnung — fünf mal drei einander polar zugeordnet, so wie die fünfzehn binären Axen selbst — wir verstehen, im Orthogonalsystem um den Mittelpunkt oder das Projectionscentrum. Die sechs quinären Axen geben sechs Punkte P_5 — es sind unsere Q_i' —, welche die Pole jener sechs Geraden sind. In jedem elliptischen Involutionsnetz — wir sagen Orthogonalsystem und imaginär circulares Polarsystem — muss es demnach unendlich viele solcher geschlossenen Systeme von fünfmal drei zugeordneten Punkten geben, wovon jedes mit dem Dodekaeder oder Ikosaeder übereinstimmt resp. seine Natur andeutet und die gegenseitige Lage seiner Axen angiebt. Daher sind auch durch je drei zugeordnete Punkte die viermal drei übrigen bestimmt oder es finden nur zwei verschiedene Systeme statt, was man am Dodekaeder leicht anschauen kann, indem die Kanten den binären Axen parallel sind. (Wie sind aber die viermal drei übrigen Punkte zu finden? —)» Es ist wie die Beschrei-

bung vom bezüglichen Theil des Systems der Fluchtpunkte der centralprojectivischen Darstellung und auch die angehängte Frage findet durch diese ihre einfache Beantwortung.

Sodann als Vertreter des analogen reichen Inhalts der übrigen Abschnitte aus dem das System 3) Betreffenden das Folgende. Sind auf der concentrischen Kugel die zwölf, acht, sechs Austrittspunkte der binären, ternären und quaternären Axen P_2, P_3, P_4 resp., so gehört jeder angenommene Punkt A zu einem System von acht und vierzig Punkten, welche einander in Bezug auf die neun Symmetralebenen entsprechen, allemal in einer Kugelfläche liegen und homologe Punkte in den acht und vierzig Dreiecken derselben sind. «Gemäss den sechs und zwanzig Punkten P_4, P_3, P_2 liegen von den acht und vierzig Punkten α) sechsmal acht, β) achtmal sechs und γ) zwölfmal vier in einer Ebene. Die sechs Ebenen (α) bilden einen Würfel, die acht Ebenen (β) ein Octaeder und die zwölf Ebenen (γ) ein Rhombendodekaeder.» Es werden dann die Körper aus den Ebenen (α) und (β), aus den (α) und (γ), den (β) und (γ) und aus den (α), (β) und (γ) besprochen und ebenso die durch Hemiedrie aus den (β) und (γ) zu bildenden Tetraeder und Hexaeder nebst ihren Combinationen. «Die Symmetralebenen zerfallen in zwei Abtheilungen von drei Ebenen A und sechs Ebenen B. Wird insbesondere der Punkt A in einer Ebene A angenommen, so entstehen nur vier und zwanzig Punkte; gemäss den Punkten P_4, P_3 liegen sechsmal vier und achtmal sechs in einer Ebene α oder β; diese Ebenen bilden einen Körper, begrenzt von sechs Quadraten α und acht Sechsecken β. Wird A in einer Ebene B angenommen, so kann es auf zwei Arten geschehen; zwischen

P_3 und P_2 oder zwischen P_3 und P_4; in beiden Fällen giebt es vier und zwanzig Punkte A. Im ersten Falle liegen sechsmal acht in einer Ebene α und achtmal drei in β, die zwölf Ebenen γ verschwinden wie vorhin. Im zweiten Falle liegen sechsmal vier in α, achtmal drei in β und zwölfmal vier in γ. Fällt endlich A in P_2, so giebt es nur zwölf Punkte A und sie liegen sechsmal vier in α und achtmal drei in β; diese 6 + 8 Ebenen α, β bilden einen Körper, der ein enteckter Würfel oder ein entecktes Octaeder ist. Die unter den acht und vierzig sphärischen Dreiecken liegenden ebenen Dreiecke bilden den Achtundvierzigflächner (Hexakisoctaeder)» etc. mit weiterem Eingehen auf vorkommende Krystallformen.

Durch die Ausgabe der «Gesamm. Werke» von A. F. Möbius wissen wir nun, dass auch dieser Meister in seinen Manuscript-Tagebüchern von 1847 bis 1855 dieselben Dinge weiter und vollständiger ausgeführt hat. (Bd. 2, p. 649—708.) Aber auch schon die Steiner'schen Betrachtungen führen zu der Vorstellung von krummen Oberflächen, welche mit einem der regulären Körper dieselben Symmetrieebenen besitzen und zu der Frage nach der Bestimmung derselben, einer Frage, der 1886 von Lecornu eine ausgedehnte und interessante Abhandlung gewidmet worden ist. («Acta Mat.» Bd. 10, p. 201—280.)

Notizen.

Zwei Notizen aus den nachgelassenen Papieren von Hofrath Horner. — In den unter Nr. 347 des Sammlungs-Verzeichnisses erwähnten Heften aus dem Horner'schen Nachlasse finden sich unter Anderm folgende zwei Notizen, von welchen die Eine gerade gegenwärtig ein unverkennbares Interesse hat, und die andere, wenn auch mehr als ein Curiosum, beigefügt zu werden verdient:

„I. Ueber die Dicke des Eises auf dem Zürchersee im Februar 1830. — Den 17. Februar 1830 N. M. wurde an drei Stellen am untern Theil des Sees die Eisdicke, die Tiefe des Wassers und die Temperatur desselben untersucht. Zu dem Letztern diente ein Sixthermometer. Die Stationen wurden durch Peilungen mit der Boussole bestimmt.

Gepeilte Stationen	Nr. I	Nr. II	Nr. III
Bürgli	281°,0	296°,0	328°,0
Kratzthurm . . .	356 ,7	11 ,7	—
Wytikon	—	—	91 ,9
Carlsthurm . . .	26 ,8	30 ,2	0 ,9
Kreutzbühl . . .	92 ,7	78 ,8	—
Zollikon	161 ,0	157 ,0	49 ,2
Kilchberg . . .	—	—	217 ,0
Wollishofen . . .	—	—	272 ,0
Tiefe	21′ Z.	52′ Z.	116′ Z.
Eisdicke	1,1	1,1	1,2
Temperatur in der Tiefe . .	+ 2°,5 R	+ 2°,3 R	+ 2°,2 R

Temperatur an der Oberfläche unterhalb des Eises . + 1°,2 R
— nahe an der Oberfläche des Wassers, 3 Z. tief + 0 ,7 —
— der Luft . . . . . — 1 ,0 —

Den 18. Februar N. M. wurden die Thermometer-Messungen an der Station Nr. II sorgfältig wiederholt, wobei das Thermometer 10 Minuten lang in der Tiefe blieb. Man erhielt in 50′ Tiefe: + 2°,3 R, — in 25′ Tiefe: + 2°,0 R, — in 5′ Tiefe: 1°,5 R; Temperatur der Luft: + 3°,0 R.“

„II. Versuche mit einem Dynamometer nach Regnier (Herrn Professor Trechsel in Bern zuständig). — Die Prüfung dieses Dynamometers durch Gewichte ergab:

A. Druck.	Aufgelegte Gewichte in Zürch. Pfunden	Angabe der untern Scale
	40	22,5
	50	29,0
	100	55,0
	140	73,0

B. Zug.	Angehängte Gewichte in Zürch. Pfunden	Angabe der obern Scale
	50	5,5
	100	8,1
	160	11,0
	200	13,0

Versuche angestellt in der Künstlergesellschaft den 16. November 1825:

Nr.	Personen	Alter	Beruf	Druck		Zug	
				Scale	Pfund	Scale	Pfund
1	Escher . . .	50	Architekt . .	81	164	17,5	297
2	Gessner . . .	38	Tabakfabr. . .	70	131	18,0	308
3	Hegi	50	Kupferstecher .	61	109	—	—
4	Horner, J. . .	53	Gelehrter . .	75	146	14,2	225
5	— C. . .	51	Gelehrter . .	71	134	16,0	265
6	Meyer v. Meilen	38	Kunstmaler .	78	155	24,3	447
7	—	23	Kupferstecher .	67	123	21,0	375
8	Oberkogler . .	51	Kupferstecher .	58	103	16,2	270
9	Oeri, G. . . .	45	Mechaniker. .	67	123	22,3	403
10	— J. . . .	43	Kunstmaler .	65	118	22,0	396
11	Pestaluzz . .	41	Kaufmann . .	79	158	24,0	440
12	Schinz . . .	31	Kunstmaler. .	74	143	19,8	325
13	Schulthess, P. .	52	Kaufmann . .	72	137	18,0	308
14	— L. .	50	Kaufmann . .	70	131	—	—
15	Vogel . . .	65	Kaufmann . .	58	103	16,0	265
16	Huber . . .	74	Kunstmaler. .	45	79	14,5	231
17	Zollinger . .	44	Gärtner . . .	87	184	24,5	452
18	Mad. Zollinger.	38	—	38	66	—	—
19	?	23	Hausknecht. .	67	123	21,0	375
Mittel aus 1—19,		45,3		68,1	127,9	19,33	336,4
— aus 1—6 u. 8—14		45,6		70,8	134,8	19,30	334,9

[R. Wolf.]

Auszüge aus den Sitzungsprotokollen.

Sitzung vom 3. November 1890.

1. Herr Bibliothekar Dr. Ott legt folgendes Verzeichniss der seit der letzten Sitzung eingegangenen Schriften vor:

A. Geschenke.

Von Herrn Professor P. Choffat:

Extrait de l'annuaire géolog. univers. Tome V. 1888.

Von der Tit. Schweizerischen Ausstellungs-Commission der Weltausstellung 1889 in Paris:

René, F. le Feuvre. La Quinta normal d'agricultura. Section Chilienne. 1889.

Zeballos, S. A travers les bergeries. Paris 1889.

Ramirez, P. P. La mineria en San Juan. San Juan 1889.

Klett, C. Lix. Étude technique sur la race ovine. Paris 1889.

Note explicative des objects exposés par l'école agricole et forest. de Komaba. Paris 1889.

Horticulture générale d'Algérie. Alger 1889.

Les forêts d'Algérie. Alger 1889.

La viticulture algérienne. Alger 1889.

Just, Thom. C. Official hand-book of Tasmania. Tasmania 1888.

Konya, S. O apa mineralá purgativa. Jasi 1888.

Rapport sur la production agricole des Etats-Unis d'Amérique. 1889.

Wing, H. H. L'industr. de la laiterie des Etats-Unis d'Amèrique. 1889.

Myrick, H. Les associations de laiterie dans la Nouvelle-Angleterre. 1889.

Dodge, J. R. Statistique de l'agriculture dans les Etats-Unis. 1889.

True, A. C. La science agricole et l'éducation agricole aux Etats-Unis. 1889.

Wilcy, H. W. Rapport sur l'industrie sucrière dans les Etats-Unis. 1889.

Vasey, Geo. Plantes et herbes fourragères. 1889.

Kern, G. L'industrie des légumes aux Etats-Unis. 1889.

Hill, G. W. Les céréales aux Etats-Unis. 1889.
Whitney, M. La culture du riz dans la Caroline du Sud. 1889.
Rapports sur divers produits et procédés dans les Etats-Unis. 1889.
Clarke, H. C. Industrie de la viande aux Etats-Unis. 1889.
Morrow, E. G. Élévage et nourrissage des bestiaux et porcs aux Etats-Unis. 1889.
Fernow, B. E. L'industrie forestière aux Etats-Unis. 1889.
Deman, H. E. van. L'industrie des fruits aux Etats-Unis. 1889.
Riley, C. W. Les insectes nuisibles et les insectes utiles aux Etats-Unis 1889.
Donald, A. Mc. Le tabac aux Etats-Unis. 1889.
Dodge, Ch. R. Les fibres textiles aux Etats-Unis. 1889.
Woods, D. Composition comparée de la viande de boeuf en Amérique et en Europe. 1889.
Lobstein, E. Les mines de diamant du Cap.
Catalogue spécial des plantes d'ornement expos. par le jardin des plantes attenant à l'université de Tokio (Japon). 1889.
Note explicative des objects expos. par la direction d'agriculture de Tokio (Japon). 1889.
Note explicative des objets expos. par diverses directions du ministère de l'agriculture et du commerce etc. Tokio (Japon).
Selmer, M. Les forêts de la Norvège. Expos. 1889.
Tostrup, Th. Le commerce des bois de Norvège. Expos. 1889.
Les Renseignements statistiques: La Norvège en 1878—1889. Expos. 1889.

Von Herrn Fr. Graberg:

Ueber Axenbünde des Massraumes.

Von Herrn Prof. Stossich in Triest:

1) I distomi degli anfibi.
2) I distomi dei pesci marini e d'acqua dolce.
3) Brani di elmintologia tergestina, parte 1—6.

Von Herrn Prof. Dr. Rudio:

Das Problem von der Quadratur des Zirkels.

Von Herrn Prof. Dr. R. Wolf:

Vierteljahrsschrift der naturforschenden Gesellschaft in Zürich. Jahrg. 35. Heft 1.

Von Herrn Prof. M. Stern:

Zur Theorie der Funktion Ex.

Von Herrn Prof. Dr. Frd. Goppelsröder:

Ueber Feuerbestattung.

Von Herrn Thurston in Madras:

Notes of the pearl et chank fisheries.
Catalogue of the batrachia salientia et apoda.

Von Herrn Prof. Dr. R. Wolf:

1) Astronomische Mittheilungen Nr. 76.
2) Procès-verbal de la 33. séance de la commission géodésique suisse.

Vom Tit. Fries'schen Fond:

Topographischer Atlas d. Schweiz. Lief. 36.

Von Herrn Baron Ferdinand von Müller in Melbourne:

Second systematic census of australian plants. Part. 1.

Von der Tit. Stadtbibliothek:

Nouvelles archives du muséum d'histoire naturelle. III. Série. Tome 1, partie 1, 2 et III. Série, Tome 2, partie 1.

Von Herrn Prof. A. v. Kölliker in Würzburg:

Ueber die erste Entwickelung der nervi olfactorii.

Von Herrn Dr. F. Hantschel:

Botanischer Wegweiser im Gebiete des nordböhmischen Excursions-Clubs.

Von Herrn Dr. Ulbricht Richard:

Adatok a bor-es mustelemzés módszeréhez.

Von Herrn Dr. Daday de Deés:

A mariopoda regni Hungariae.

B. In Tausch gegen die Vierteljahrsschrift:

Jahresbericht der naturhistorischen Gesellschaft zu Hannover für 1887—1889.

Van de Sande Bakhuyzen et Bassot: Détermination de la différence de longitude entre Leyde et Paris. (Publication internationale.)

Abhandlungen der mathemat.-physikal. Classe d. k. sächs. Ges. d. Wissensch. Bd. 15. Nr. 7—9.

Proceedings of the London math. soc. Nr. 372—376.

Berichte über die Verhandlungen d. k. sächs. Ges. d. Wiss. zu Leipzig, für 1889. Nr. 2—4.

Naturwissenschaftl. Rundschau 1890. Nr. 22—27.

Bericht, XI., des botan. Vereins in Landshut für 1888/89.

Memoirs of the R. irish academy. Mai 1890. Nr. 5.

Jahrbuch d. naturh. Landes-Museums v. Kärnthen. Heft 19, 20.

Proceedings of the scientif. zoolog. soc. of London for 1889. Part 4.

Bulletin of the museum of comp. zoology. Vol. 19, Nr. 3, 4. Vol. 16. Nr. 8.

Leopoldina. Heft 26. Nr. 7, 8.

Industrie-Zeitung von Riga. Jhrg. 16. Nr. 8—10.

Oversigt over det k. danske Videnskabernes Selskabs forhandlinger. 1890 Nr. 1. 1889. Nr. 3.

Erste Mittheilung d. Centralcommission für schw. Landeskunde.

Atti della società Toscana di scienze naturali. Marzo 1890. Aprile.

Jahresbericht, 74., der naturforschenden Gesellschaft im Emden, 1888/89 und Festschrift.

Sitzungsberichte und Abhandlungen der Isis in Dresden. Jhrg. 1889. Nr. 2.

Bulletin de la société des sciences etc. de la Basse Alsace, Tome 24. Nr. 5, 6.

Proceedings of the R. geographical soc. Vol. 12. Nr. 6.

Abhandlungen des naturwissenschaftl. Vereins zu Bremen. Bd. 11. Heft 2.

Jahreshefte d. Vereins f. vaterländische Naturkunde in Württemberg. Jhrg. 46.

Festschrift des naturwissenschaftlichen Vereins zu Bremen.

Sitzungsberichte der k. preuss. Akademie der Wissenschaften zu Berlin. 1890. Nr. 1—19.

Jahresbericht des physikalischen Vereins zu Frankfurt a. M., für 1888/89.

Anzeiger der Akademie der Wissensch. in Krakau. 1890. Nr. 5.
Mémoires de la soc. des naturalistes de la Nouvelle-Russie. Tome 14. Nr. 3.
Den Norske Nordhavns Expedition. 1876—1878. Bd. 19.
Proceedings of the R. soc. Nr. 289, 290.
Jahresbericht der kgl. ungarisch-geolog. Anstalt für 1888.
Földtani Közlöny. 1890. Vol. 20. Heft 1—4.
Mittheilungen aus dem Jahrbuch der k. ungar.-geolog. Anstalt. Bd. 9. Heft 1.
Neues Lausitzisches Magazin. Bd. 66. Heft 1.
Rendiconto dell' istituto reale Lombardo. II. Serie. Vol. 21.
Atti della soc. italiana di science naturali. Vol. 32, fasc. 1—4.
Zeitschrift für Naturwissenschaften v. Halle. Bd. 63. Heft 1.
Mittheilungen des Siebenbürgischen Museums. Bd. 12. Heft 2.
Abhandlungen d. k. böhmisch. Gesellschaft der Wissenschaften. 7. Folge. Bd. 3.
Sveriges geologiska undersökning. Serie Bb. Nr. 4. Serie C. Nr. 92, 99 und 102.
Sveriges geologiska undersökning. Serie Aa. Nr. 84, 100, 103—107.
„ „ „ „ Bb. Nr. 6. Serie C. Nr. 93—98, 100, 101, 103—111, 113—115 und bezügliche Karten.
Proceedings of the California academy of sciences. II. Serie. Vol. 2. 1889.
Smithsonian contributions to knowledge. Vol. 26.
Catalogue of stars observ. ad the U. S. naval observatory. 1845—1877. 3d. Ed.
Geolog. et nat. history survey of Minnesota. for 1888.
Bulletin of the nat. „ „ „ „ Nr. 1. 5.
Journal of the Elisha Mitchel scientif. soc. 1889. Part 2.
Proceedings of the academy of natural sciences of Philadelphia. 1889. Part 3.
Annals of the New-York academy of sciences. Vol. 5. Nr. 1—3.
Transactions of the „ „ „ „ Vol. 9. Nr. 1, 2.
Annalen des k. k. naturhistor. Hofmuseums. Bd. 5. Heft 1, 2.
Bulletin de la soc. des sciences nat. de Neuchâtel. Tome 17.
Boletin mensual del observatorio de Mexico. Tome 2. Nr. 7—9.
Bulletin de la soc. imp. des naturalistes de Moscou. 1889. Nr. 3.

Naturwissenschaftliche Rundschau. 1890. Nr. 28—35.
Proceedings of the London math. soc. Nr. 377—380.
Proceedings of the London geograph. soc. 1890. Nr. 7, 8.
Industrie-Zeitung von Riga. Jhrg. 16. Nr. 11—13.
Records of the geolog. survey of India. Vol. 23. Part 2.
Leopoldina. Heft 26. Nr. 9—14.
Proceedings of the zoolog. soc. of London. 1890. Part 1.
Verhandlungen der k. k. geolog. Reichsanstalt. 1890. Nr. 6—9.
Memorias de la sociedad cientifica „Antonio Alzate". Tome 3. Nr. 7, 8.
Anzeiger der Akademie der Wissensch. in Krakau. 1890. Nr. 6.
27. Bericht d. oberhessischen Gesellschaft f. Natur- u. Heilkunde.
Verhandlungen der k. k. zoolog.-botan. Gesellschaft in Wien. Bd. 40. Nr. 1, 2.
Atti della r. accademia dei Lincei. Vol. 6. Nr. 8—10, 12. Zweites Semester Vol. 6. Nr. 1.
Vierteljahrsschrift der astronom. Gesellschaft. Jhrg. 25. Heft 2.
Schriften der physikal.-ökonomischen Gesellschaft zu Königsberg. Jhrg. 30.
Monatliche Mittheilungen aus dem Gesammtgebiete d. Naturwissenschaften. Jhrg. 7. Nr. 12. Jhrg. 8. Nr. 1—3.
Publikation der norwegischen Commission der europäischen Gradmessung. Heft 6, 7.
Abhandlungen der mathemath.-physik. Classe der k. sächsischen Gesellschaft. Bd. 16. Nr. 1, 2.
Proceedings of the R. irish academy. III. series. Vol. 1. Nr. 3.
Bulletin of the museum of comparative zoology. Vol. 20. Nr. 1.
Annuaire statistique de la province de Buénos-Ayres. Année 8. 1888.
Transactions of the seismological soc. of Japan. Vol. 13. Part 2.
Mittheilungen des nordböhmischen Exkursions-Clubs. Jhrg. 13. Heft 2, 3.
Jahresbericht der physikalischen Gesellschaft für 1889.
Proceedings of the r. soc. Vol. 47. Nr. 291—293.
Bulletin de la soc. vaudoise. 3. série, vol. 25. Nr. 101.
Mittheilungen des Musealvereines für Krain. Jhrg. 3.
Atti della soc. dei naturalisti di Modena. III. serie, vol. 9.
Proceedings of the Canadian institute. III. serie, vol. 7. Nr. 2.

Verhandlungen des deutschen wissenschaftl. Vereins zu Santiago. Bd. 2. Heft 2.

Boletim da sociedade de geographia de Lisboa. VIII. Serie. Nr. 9—12. IX. Serie. Nr. 1.

Abhandlungen der math.-phys. Classe d. k. bayr. Akademie der Wissenschaften. Bd. 17. Nr. 1 und Beilage.

Mittheilungen des Vereins der Aerzte in Steiermark. Bd. 26.

Die Trollhättan Fahrt der geograph. Gesellschaft zu Greifswald.

Jahresbericht und Abhandlungen des naturwissenschaftl. Vereins in Magdeburg f. 1889.

Jahresbericht der naturforschenden Gesellschaft Graubündens. Beilage zu Bd. 33.

Naturkundig tijdschrift voor Nederlandsch Indie. Deel 49.

Smithsonian Report of the national museum. 1886. Part 2 und 1887.

Smithsonian Report 1887.

Bulletino della soc. Veneto Trentina di scienze naturali. 1890. Tome IV. Nr. 4.

Bulletin of the Minnesota academy of natural sciences. Vol. 3. Nr. 1.

Mittheilungen der Pollichia. 1888 Nr. 12 und 1889 Nr. 3.

Publications of the Cincinnati observatory. Nr. 10.

Jahrbücher der k. k. Centralanstalt für Meteorologie. Jahrg. 1888. Bd. 33.

Acta universitatis Lundensis 1888/89. Tome 25.

Travaux et mémoires du bureau internat. des poids et mesures. Tome VII.

Comptes-rendus de la conférence internat. des poids de 1889.

Bulletin de la soc. d'hist. naturelle de Toulouse. Année 23. Nr. 1—6.

Mémoires de la soc. d'hist. naturelle de Cherbourg. Tome 26.

Mémoires de la soc. des sciences de Bordeaux. III. série, tome 5, 6 und Append.

Actes de la soc. linnéenne de Bordeaux. Vol. 42.

Mémoires de la soc. d'émulation de Montbéliard. Vol. 20.

Mémoires de l'académie de Dijon. IV. série, tome 1. 1888/89.

Bulletin de la soc. d'études scientif. d'Angers für 1888.

Journal de l'école polytechnique. Cahier 59.

Bulletin de la soc. des sciences de Nancy. II. série, tome 10, fasc. 23.

Catalog der astronomischen Gesellschaft in Leipzig. I. Abth. 4. und 14. Stück.

Berichte über die Verhandlungen der k. sächs. Gesellschaft zu Leipzig. 1890. Nr. 1.

Bulletin of the museum of comp. zoology. Vol. 16. Nr. 9.

Naturwissenschaftl. Rundschau. Jhrg. 5. Nr. 36—43.

Industriezeitung von Riga. Jhrg. 10. Nr. 14—18.

Bulletin des séances de la soc. des sciences de Nancy. Année 2. Nr. 3—5.

Bulletin de la soc. imp. des naturalistes de Moscou. 1890. Nr. 1.

Jahrbuch der k. k. geolog. Reichsanstalt. Jhrg. 1890. Bd. 40. Heft 1. 2.

Report of the chief signal officer. War dep. 1889, part 1. 2.

Jahresbericht der schles. Gesellschaft für vaterländische Kultur. Jhrg. 67. 1889.

Proceedings of the R. geograph. soc. 1890. Vol. 12. Nr. 9. 10.

Zeitschrift für Naturwissenschaften. Bd. 63. Heft 2. 3.

Annual report of the U. S. geolog. survey. Vol. 8. Part 1. 2. 1886/87.

Jahresbericht d. industr. Gesellschaft v. Mülhausen i. E. 1890.

Bulletin de la soc. des sciences etc. de la Basse-Alsace. Tome 24. Nr. 7.

Sitzungsberichte der math.-physik. Classe der k. bayr. Akademie zu München. 1890. Heft 1—3.

Zeitschrift der deutschen geologischen Gesellschaft. Bd. 42. Heft 1, 2 und Reg. von 31—40.

Proceedings of the zoological soc. 1890, part 2.

Annalen des k. k. naturhistorischen Hofmuseums in Wien. Bd. 5. Nr. 3.

Mittheilungen des Vereins für Erdkunde zu Leipzig für 1889.

Atti della r. accademia dei Lincei. IV. serie. 2. semestre, vol. 6. Nr. 2—4.

Proceedings of the r. soc. of Edinburgh. Vol. 15. 16.

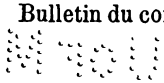
Leopoldina. 1890. Heft 26. Nr. 15. 16.

Journal of the Linnean soc. bot. Bd. 25. Nr. 171. 172. Bd. 26. Nr. 174. Bd. 27. Nr. 181. 182.

Journal of the Linnean soc. zoology. Bd. 20. Nr. 122. 123. Bd. 21. Nr. 133—135. Bd. 23. Nr. 141—144.
Memoirs of the R. astronom. soc. Vol. 49. Part 2.
Naturkundig tijdschrift voor Nederlandsch Indie. Deel 49. VIII. Serie. Deel 10.
Records of the geolog. survey of India. 1890. Vol. 23 part 3.
Sitzungsberichte der k. böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften. 1890. Nr. 1.
Bericht über die senkenbergische naturf. Gesellschaft. 1890.
Boletin mensual del observatorio de Mexico. Tome 2. Nr. 11.
Deutsches meteorologisches Jahrbuch für 1890. Heft 1.
Mittheilungen des naturwissenschaftl. Vereins für Steiermark. Jhrg. 1889.
Jahresbericht der naturhistor. Gesellschaft zu Nürnberg f. 1889.
Annalen des physikal. Central-Observatoriums St. Petersburg. Jhrg. 1889. Heft 1.
Nederlandsch meteorolog. Jaarboek für 1889.
Transactions of the Wagner Free institute of science of Philadelphia. Vol. 3.
Scientific proceedings of the R. Dublin soc. N. S. Vol. 6. Nr. 7—9.
Mittheilungen der thurgauischen naturf. Gesellschaft. Heft 9.
Actas de la accademia nacional de ciencias en Cordoba. Text und Atlas. Vol. 6.
Proceedings of the London math. soc. Nr. 381—387.
Upsala universitets Arsskrift. 1889.
Manifestation à l'honneur de Gust. Ad. Hirn.
First annual publication of the Colorado college of studies.
Journal of the Elisha Mitchel scientif. soc. 1890. Part 1.
Bulletin of the Museum of comparative zoology. Vol. 20. Nr. 2.
Zeitschrift für Meteorologie. 1890. Heft 5—10.
Bulletin de la soc. math. de France. Tome 18. Nr. 1.
Berichte über die Verhandlungen der sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften. 1889. Nr. 2—4. Reg. 1846—1885.
Zeitschrift für wissenschaftl. Zoologie. Bd. 50. Heft 1—4.
Archives néerlandaises des sciences exactes et naturelles. Tome 24. Nr. 2. 3.
Proceedings of the R. society. Nr. 294.

C. Anschaffungen.

Repertorium der Physik. Bd. 26. Heft 4. 5.
Astronomische Nachrichten. Nr. 2967—2974.
Parlatore. Flora italiana. Vol. 9, parte 1.
Annalen der Chemie. Bd. 257. Heft 2. 3. Bd. 258. Heft 1.
Mémoires de l'académie imp. des sciences de St. Pétersbourg. VII. série, tome 37. Nr. 6. 7.
Jahresbericht über die Fortschritte der Chemie für 1887. Heft 4, und für 1886 Heft 6.
Journal für praktische Chemie. Neue Folge Bd. 41, Nr. 9—12.
Engler & Prantl. Die natürlichen Pflanzenfamilien. Lief. 41—50.
Annales de chimie et de physique. VI. série, 1890. Nr. 6—10.
La nature 1890. Nr. 886—905.
Humboldt. 1890. Nr. 6—10.
Forschungen zur deutschen Landes- und Volkskunde. Bd. 4. Heft 2. Bd. 5. Heft 2.
Lacaze-Duthiers. Archives de zoologie expérimentale. II. série, vol. 2—7.
Boveri. Zellen-Studien. Heft 3.
Bulletin de la soc. géolog. de France. III. série, tome 18. Nr. 2. 3.
Journal de physique. II. série, tome 9. Nr. 5. 6.
Biologisches Centralblatt. Bd. 10. Nr. 7—16.
Gazzetta chimica italiana. Anno 20. Nr. 5—9.
American journal of science. Vol. 39. Nr. 1—6.
Hooker. Flora of british India. Vol. 5.
Acta mathematica. Vol. 14. Nr. 2.
Abhandlungen d. k. k. geologischen Reichsanstalt. Bd. 15. Heft 2.
Transactions of the zoolog. soc. of London. Vol. 12, part 10.
Fatio, V. Faune des vertébrés de la Suisse. Vol. 5.
Geological magazine. Nr. 312—316.
Quarterly journal of pure et appl. mathemat. Nr. 96.
Transactions of the entomological soc. of London. 1890. Nr. 1.
Archiv für Naturgeschichte. Jhrg. 56. Bd. 1. Heft 2.
Archives italiennes de biologie. Tome 13, fasc. 2.
Mémoires du comité géologique de St. Pétersbourg. Vol. 9. Nr. 1. Vol. 11. Nr. 1.
Bulletin du comité géologique de St. Pétersbourg. 1889. Nr. 6, 7, 8.



Annales des sciences nat. botanique. VII. série, tome 11. Nr. 2.
Gazzetta chimica. Anno 20. Nr. 6.
Zeitschrift für Krystallographie und Mineralogie. Bd. 17. Heft 6.
Zeitschrift für wissenschaftl. Mikroskopie. Bd. 7. Nr. 1.
Mineralogische u. petrographische Mittheilungen. Bd. 11. Heft 3.
Mémoires de la société de physique et d'hist. nat. de Genève. Tome 30. Part 2.
Mittheilungen der zoologischen Station zu Neapel. Bd. 9. Heft 3.
Bulletin de la soc. botanique de France. Tome 35. Nr. 1—3.
Zeitschrift für analytische Chemie. Jhrg. 29. Heft 3. 4.
Rabenhorst: Kryptogamenflora. Bd. 1. Abth. 3. Pilze. Lief. 33. Laubmoose. Bd. 4. Abth. 2. Lief. 14.
Astronomische Nachrichten. Nr. 2975—2978.
Zeitschrift der deutschen geolog. Gesellschaft. Bd. 41. Heft 4.
Stanley. Im dunkelsten Afrika. Bd. 1. 2.
Transactions of the entomolog. soc. of London. 1890. Part 2.
Forschungen zur deutschen Landes- und Volkskunde. Bd. 5. Heft 1.
Annalen der Chemie. Bd. 258. Heft 2. 3.
Mémoires de l'académie imp. des sciences de St. Pétersbourg. VII. série, tome 37. Nr. 8—13. Tome 38. Nr. 1.
Annales des sciences naturelles botanique. VII. série, tome 9. Nr. 3.
Archives italiennes de biologie. Tome 13. Nr. 3. Tome 14. Nr. 1. 2.
Journal für praktische Chemie. 1890. Nr. 13—20.
Repertorium der Physik. Bd. 26. Heft 6.
Fauna und Flora des Golfes von Neapel. Monographie 17.
Moleschott. Untersuchungen zur Naturlehre. Bd. 14. Heft 3.
Internationales Archiv für Ethnographie. Bd. 1. 2. Bd. 3. Nr. 1—3.
American journal of science. Vol. 4. Nr. 235—237.
Archiv für die gesammte Physiologie. Bd. 47. Heft 6—8.
Bulletin de la soc. géologique de France. III. série, tome 18, feuilles 16—20.
Journal de physique. II. série, tome 9. Nr. 7—9.
Annales du jardin botanique de Buitenzorg. Vol. 8, part 2, vol. 9, part 1.
Zeitschrift für Krystallographie und Mineralogie. Bd. 18. Heft 1.

Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik. Bd. 19. Heft 3.
Nova acta regiae societatis scientiarum Upsaliensis. III. series, vol. 14. Nr. 1.
Archiv für mikroskopische Anatomie. Bd. 36. Heft 1.
Kerner v. Marilaun. Pflanzenleben. Bd. 2. Heft 8.
Geographisches Jahrbuch. Bd. 14. Heft 1. 1890.
Mémoires de la soc. des sciences de Liège. II. série, tome 16.
Repertorium der Physik. Bd. 26. Heft 7. 8.
Recueil zoolog. suisse pr. Fol. Tome 5. Nr. 2.
Hooker: Handbook of the New-Zealand flora.
Friederich, C. G. Naturgesch. d. deutschen Vögel. Lief. 1—14.
Neue Denkschriften der allgem. schweiz. Gesellschaft für die gesammten Naturwissenschaften. Bd. 32. Th. 1 u. Bd. 30, Th. 2.
Hudson u. Grosse: The rotifera or wheel animalcules. Tome 1, 2.
Annalen der Chemie. Bd. 259. Nr. 1. 2. 3.
Lendenfeld. Monograph of the horny spongies.
Boisduval. Essai sur l'entomologie horticole.
Fatio, V. Faune des vertébrés de la Suisse. Vol. 5. Pois. Part. 3.
Archimedis opera omnia. Vol. 1—3.
Puschmann. Alexander von Tralles. Bd. 1. 2.
Bulletin de la soc. geolog. de France. III. série, tome 18. Nr. 5. 6.
Kerner v. Marilaun. Pflanzenleben. Bd. 2. Heft 9.
Dames u. Kayser. Paläontolog. Abhandlungen, Bd. 5. Heft 3.
Matériaux pour la carte géolog. de la Suisse. Livrais. 16.
Willkomm. Illustrationes florae Hispaniae insularumque Balearium. Lief. 17.
Zeitschrift für Krystallographie u. Mineralogie. Bd. 18. Heft 23.
Zeitschrift für wissenschaftliche Mikroskopie. Bd. 7. Heft 2.
Internationales Archiv für Ethnographie. Supplement zu Bd. 3. und Bd. 3. Heft 4.
Archiv für mikroskopische Anatomie Bd. 36. Heft 2.
Mathemat. u. nat urwissenschaftl. Berichte aus Ungarn. Bd. 6. 7

2. Die Herren Moser und Pfister werden als Mitglieder aufgenommen.

3. Die Herren Apotheker Gamper (Winterthur), Lehrer Bretscher, Prof. Dr. Pernet, Dr. R. Martin und Dr. v. Tavel melden sich zum Eintritt in die Gesellschaft.

4. Es wird eine Einladung zu dem in Pesth stattfindenden ornithologischen Congress verlesen.

5. Herr Prof. Dr. Bühler hält einen Vortrag: „Das Auftreten der Nonnenraupe in den süddeutschen Waldungen, während der Jahre 1889 und 1890.

6. Herr Prof. Dr. Keller weist springende Bohnen (carpo capsa) vor.

Sitzung vom 17. November 1890.

1. Herr Bibliothekar Dr. Ott legt folgendes Verzeichniss der seit der letzten Sitzung eingegangenen Schriften vor:

A. Geschenke.

Von Herrn J. Thoulet:

L'étude des lacs en Suisse.

Von Herrn Baron Ferd. v. Müller:

Select extra-tropical plants.

Vom Tit. Departement des Innern:

Schweiz. hydrometrische Beobachtungen für 1886 u. Hydrometrie der Reuss, der Limmat, der Rhone, des Tessin und des Inn.

Von der soc. de physique et d'histoire naturelle de Genève:

Souvenir de son centenaire le 23 X. 1890.

Von Herrn Prof. Dr. R. Wolf:

Das schweizerische Dreiecknetz. Bd. 5.

B. In Tausch gegen die Vierteljahrsschrift:

Sitzungsberichte der preuss. Akademie der Wissenschaften zu Berlin. Nr. 20—38.

Bulletin de la soc. des sciences de la Basse-Alsace. Tome 24. Nr. 8—10.

Industriezeitung von Riga. Jhrg. 16. Nr. 19. 20.

Korrespondenzblatt des Naturforscher-Vereins zu Riga. Bd. 33.

Öfersigt of finska vetenskaps societetens förhandlingar. Bd. 31. 1888/89.

Bidrag till kännedom af Finlands natur och folk. Heft 48.

Boletim da sociedade de geogr. de Lisboa. XI. Serie. Nr. 2—6.

Sitzungsberichte der physikalisch. medizinischen Societät in Erlangen. Heft 22. 1890.
Boletin mensual del observ. meteor. de Mexico. Tome 2. Nr. 12.
Journal of the college of science of Japan. Vol. 3. Part 4.
Proceedings of the R. geographical soc. 1890. November.
Mittheilungen der Pollichia. 1890. Nr. 4.
Atti della reale accademia dei Lincei. 1890. 2. Sem. Vol. 6. Nr. 5.
Zeitschrift für Naturwissenschaften. Bd. 63. Heft 4. 5.
Boletin del observ. astron. nacional de Tacubaya. Tome 1. Nr. 1.
Anzeiger d. Akademie der Wissensch. in Krakau. 1890. Nr. 10.
Mittheilungen des Vereins für Erdkunde zu Halle für 1890.
Proceedings of the academy of natural sciences of Philadelphia. 1890. Part 1.
Publications of the Washburn Observatory. Vol. 6.
Observations at the U. S. naval observatory made in 1884.
Proceedings of the zoological society of London. 1890. Part 3.
Aarsberetning Bergens museums for 1889.
Leopoldina. Heft 26. Nr. 19. 20.
Verhandlungen der naturf. Gesellschaft in Basel. Bd. 9. Heft 1.
Proceedings of the London mathemat. soc. Nr. 388—390.
Naturwissenschaftliche Rundschau. 1890. Nr. 45—48.

C. Anschaffungen.

Astronomische Nachrichten. 1890. Nr. 2999—3005.
Annales de chimie et de physique. VI. série. 1890. Nr. 11.
American journal of science. Vol. 40. Nr. 238.
Annalen der Chemie. Bd. 260. Heft 1. 2.
Annalen der schweiz. meteorolog. Central-Anstalt. 1888. Jhrg. 25.
Annuaire du club alpin français. 1889. Année 16.
Biologisches Centralblatt. Bd. 10. Nr. 17—29.
Flora oder allgem. botanische Zeitung. Jhrg. 16. Bd. 2.
Humboldt. 1890. Jhrg. 9. Heft 11.
Zeitschrift für analytische Chemie. Jhrg. 29. Heft 5.
Rabenhorst's Kryptogamenflora. Laubmoose. Lief. 15.
Repertorium der Physik. Bd. 26. Heft 9.
Gray, Asa. Plantae Fendlerianae Novi-Mexicanae.
Engelmann & Gray. Plantae Lindheimerianae.
Flora, botanische Zeitung.

La nature. 1890. Nr. 910. 911.
Tschermak's mineralog. u. petrogr. Mittheilg. Bd. 11. Heft 4. 5.
Acta mathematica Bd. 13. Nr. 1. 2.
Gazzetta chimica. Vol. 20. Nr. 10.
Quarterly journal of pure et appl. mathemat. 1890. Nr. 97.
Transactions of the entomolog. soc. of London. 1890. Part 3.
Geological magazine. 1890. Nr. 317.
Weber, Max. Zoologische Erlebnisse einer Reise in Niederländisch Ost-Indien. Heft 1.
Kerner v. Marilaun. Pflanzenleben. Bd. 2. Heft 10.
Journal für praktische Chemie. 1890. Nr. 21.
Jahresbericht über die Fortschritte d. Chemie f. 1887. Heft 5.
Zeitschrift für Krystallogr. u. Mineralogie. Bd. 18. Heft 4.
Zittel. Handbuch der Paläontologie. II. Abth. Paläophytologie.

2. Herr Prof. Dr. Lunge, Vicepräsident, widmet dem unterm 6. November verstorbenen ältesten Mitgliede der Gesellschaft, Herrn Prof. Dr. Mousson, einen warmen Nachruf.

3. Die Herren Prof. Dr. Pernet, Dr. v. Tavel, Dr. Martin, Gamper und Bertscher werden als Mitglieder aufgenommen.

4. Es wird beschlossen, keine Delegirten nach Budapest zu senden, da das Departement in Bern dies direct besorgt.

5. Herr Prof. Dr. Keller hält einen Vortrag: „Neue Untersuchungen über die Fauna des rothen Meeres".

Sitzung vom 1. December 1890.

1. Herr Bibliothekar Dr. Ott legt die seit der letzten Sitzung eingegangenen Schriften vor (siehe Verzeichniss vom 15. Dez.).

2. Der Präsident Herr Prof. Dr. Weber macht die Mittheilung, dass die Bibliothek des sel. Hrn. Prof. Mousson der naturforschenden Gesellschaft vermacht sei. Der Vorstand werde die werthvolle Schenkung aufs Wärmste verdanken.

3. Herr Dr. Ebert meldet sich zur Aufnahme in die Gesellschaft.

4. Herr Prof. Dr. Lunge hält einen Vortrag: „Notizen von einer Studienreise in Nordamerika" mit Vorweisungen.

Sitzung vom 15. Dezember 1890.

1. Herr Bibliothekar Dr. Ott legt folgendes Verzeichniss der seit der letzten Sitzung eingegangenen Schriften vor:

A. Geschenke.

Von Herrn A. Rilliet:

Jaques Louis Soret.

Von Herrn Dr. O. E. Imhof:

Notizen über Süsswasser Calaniden.

Von Herrn Prof. A. v. Kölliker:

Zur feineren Anatomie des centralen Nervensystems I. II.

Von Herrn Prof. Dr. R. Wolf:

Vierteljahrsschrift der naturf. Gesellschaft. Jhrg. 35. Heft 2.
Zeitschrift für Instrumentenkunde. 1890. Jhrg. 10.

Von Herrn Math. M. Draghicénu:

Erläuterungen zur geolog. Uebersichtskarte des Königreichs Rumänien.

B. In Tausch gegen die Vierteljahrsschrift:

Atti della r. accademia dei Lincei. IV. Serie. 2. Semester. Vol. 6. Nr. 6—9.
Naturwissenschaftl. Rundschau. Jhrg. 5. Nr. 49—53. Jhrg. 6. Nr. 1.
Monatl. Mittheilungen aus dem Gesammtgebiete der Naturwissenschaft. Jhrg. 8. Nr. 4—7.
Catalog Nr. 5 des Kartenvereins Zürich.
Bulletin de la soc. des sciences de la Basse-Alsace. Tome 26. Nr. 9.
Industriezeitung von Riga. Jhrg. 16. Nr. 21. 22.
Bericht der naturw. Gesellschaft zu Chemnitz. Nr. 11. 1887—89.
Proceedings of the r. geogr. soc. London. Vol. 12. Nr. 12.
Verhandlungen d. k. k. geolog. Reichsanstalt. 1890. Nr. 10—13.
Proceedings of the London math. soc. Nr. 388—390.
Annales de la soc. r. malacolog. de Belgique. IV. série, tome 3.
Procès verbal de la soc. r. „ „ „ v. Nr. 7 1888 bis Nr. 7 1889.
Annales de la soc. entomologique de Belgique. Tome 33.
Transactions of the seismological soc. of Japan. Vol. 15.
Bericht der naturf. Gesellschaft in Bamberg. Nr. 15.
Anzeiger der Akademie der Wissensch. in Krakau. 1890. Nr. 11.
Atti de la soc. Toscana di scienze naturali. Vol. 7. Nr. 7. 8.
Zeitschrift für wissenschaftliche Zoologie. Bd. 51. Heft 1.

Schriften der naturforschenden Gesellschaft in Danzig. Neue Folge Bd. 7. Heft 3.
Bulletin of the museum of comp. zoology. Vol. 20. Nr. 3.
Schriften zur Verbreitung naturw. Kenntnisse. Wien. Bd. 30.
Mittheilungen des nordböhm. Exkursionsclubs. Jhrg. 13. Heft 4.
Bulletin de la soc. imp. des natural. de Moscou. 1890. Nr. 2.
Journal of comp. medicine and veterinary arch. Nr. 12 v. Vol. 12.
Bulletin de la soc. belge de microscopie. Tome 17. Nr. 2.
Publicationen d. siebenb. Museumvereins in Klausenburg. Vol. 15.
Bulletin de la société ouralienne. Tome 12. Nr. 1.
Leopoldina. Heft 26. Nr. 21. 22.
Report and Proceedings of the Belfast natural history soc. for 1889/90.
Berichte über die Verhandlungen der k. sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften. 1890. 2.
Lotos. Jahrbuch für Naturwissenschaft. Bd. 39.
Verhandlungen der schweiz. naturf. Gesellschaft in Davos.
Vierteljahrsschrift der astronom. Gesellschaft. Jhrg. 25. Heft 3.
Zeitschrift des Ferdinandeums für Tirol und Vorarlberg. III. Folge. Heft 34.
Oversigt over det kong. danske Videnskabernes selskabs forhandlinger. 1890. Nr. 2.
Meteorologische Zeitschrift. 1890. Jhrg. 7. Heft 12.

C. Anschaffungen.

Annales des sciences nat. botanique. VII. série, tome 11. Nr. 4 bis 6. Tome 12. Nr. 1—3.
Denkschrift des schweiz. Alpenclubs (die ersten 25 Jahre).
Nansen, Auf Schneeschuhen durch Grönland. Lief. 1—10.
Annales de chimie et de phys. Tome 21. Nr. 12. Tome 22. Nr. 1.
Jakobi. Gesammelte Werke. Bd. 5.
Astronomische Nachrichten. Nr. 3006—3009.
Repertorium der Physik. Bd. 28. Heft 10—12.
Engler und Prantl. Die natürl. Pflanzenfamilien. Lief. 51—54.
La nature. 1890. Nr. 914. 915.
Internationales Archiv für Ethnographie. Bd. 3. Heft 5.
Friederich. Naturgeschichte der deutschen Vögel. Lief. 15. 16.
Schmidt. Atlas der Diatomaceenkunde. Heft 39. 40.
Journal für praktische Chemie. 1890. Nr. 22.

Biologisches Centralblatt. Bd. 10. Heft 21. 22.
Bulletin de la soc. géolog. de France. III. série, tome 18. Nr. 7, 8.
Gazzetta chimica italiana. Vol. 20. Nr. 11.
Geological magazine. 1890. Nr. 318.
Journal de physique. 1890. Tome 9. Nr. 11.
American journal of science. Vol. 40. Nr. 239. 240.
Beilage zur Paläontologie Oesterreich-Ungarns und des Orients. Bd. 8. Heft 1—3.
Annalen der Chemie. Bd. 261. Heft 1.
Humboldt. 1890. Nr. 12.
Sagorski und Schneider. Flora der Centralkarpathen (in 2 Thl.).
Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik. Bd. 30. Heft 1.
Handbuch der Paläontologie. I. Abth. Bd. 3. Lief. 4.

2. Herr Dr. Ebert wird als Mitglied aufgenommen.

3. Herr Prof. Dr. Lang macht eine Mittheilung: „Ueber den bei Niederweningen ausgegrabenen Mammuth-Embryo mit Demonstrationen."

4. Herr Dr. Hs. Schinz macht eine Mittheilung: „Demonstration und Besprechung zweier Vertreter der Litoralflora Südwestafrikas."

Notizen zur schweiz. Kulturgeschichte (Fortsetzung).

432) Die Verhandlungen der schweizer. Naturforsch. Gesellschaft bei ihrer im Sept. 1889 in Lugano abgehaltenen Versammlung enthalten unter Anderm auch einen von Professor Dr. Gustav Schoch verfassten kurzen Nekrolog des leider so früh verstorbenen Dr. Gottlieb Asper (Wollishofen 1853 — Weissenburg 1889, VI. 23), Professor der Zoologie an der Universität Zürich, — eines äusserst beliebten Lehrers, um die Fischzuchtanstalten des Cantons höchst verdienten Mannes, und ganz vorzüglichen Kenners der Fauna unserer Schweizer-Seen.

433) Der in 421 als Neffe und Schüler von Favre-Bülle, sowie als Verfertiger der vortrefflichen Hauptuhr der Zürcher Sternwarte genannte Sylvain Mairet starb am 12. August 1890 zu Montmirail bei Neuenburg, wo er seine letzten Lebensjahre zubrachte, und erhielt alsbald sowohl in dem „Journal suisse

d'horlogerie (1890, VIII.)", als in dem zu Halle erscheinenden „Allgemeinen Journal der Uhrmacherkunst (1890, Nr. 17)" ehrende Nachrufe, welchen ich folgende Notizen entnehme: Mairet wurde 1805 in Locle geboren, — arbeitete, wie schon angedeutet, längere Zeit bei Favre-Bülle, — hielt sich sodann die vier Jahre 1831–1834 in London auf, — kehrte nachher in seine Heimat zurück, — und richtete sich dort ein eigenes Atelier ein, das er bis in hohes Alter fortführte. Seine Arbeiten zeichneten sich durch eine seltene, ja kaum zu übertreffende Vollendung aus, — erwarben ihm trotz seiner fast übertriebenen Bescheidenheit einen grossen Ruf, — und wurden auch von 1851 hinweg, wo in London die erste internationale Industrieausstellung statt hatte, fast auf jeder Ausstellung ausgezeichnet, ja 1867 zu Paris mit der goldenen Medaille bedacht.

434) Die Neue Zürcher-Zeitung brachte in ihrer Nummer vom 20. Juli 1890 als „Correspondenz von Genf" folgenden interessanten Nachruf an den am 11. Juli in Genf verstorbenen, um die Geologie der Schweiz und ihrer Umgebung hochverdienten Alphons Favre: „Seit der Mitte des 18. Jahrhunderts erfüllte, bis dahin bei uns wenig bekannt, der Trieb talentvolle Männer, unsere Berge, deren Schrecknisse und Schönheiten näher kennen zu lernen; man fing an, sich für die Naturwissenschaften zu erwärmen, allerdings als Zürich und Basel schon lange auf diesem Gebiete gearbeitet, und als in der deutschen Schweiz Albrecht Haller (1708—77) die „Alpen" schon lange besungen hatte. Ein bedeutender Unterschied zwischen Genf und vielen Städten der deutschen Schweiz ist indessen deutlich erkennbar. Dort sind diese Wissenschaften vielfach ins Volk übergegangen, in Genf blieben sie mehr im alleinigen Besitz der Gelehrten und Liebhaber, besonders der wohlhabenden Familien. Botanik und Zoologie werden in unsern Mittelschulen sehr wenig, Geologie z. B. gar nicht gelehrt; die jungen Leute verlassen die Sekundarschulen, ja das klassische Gymnasium, ohne auch nur ein Pflanzensystem recht zu kennen. Unser schöner botanischer Garten und andere ähnliche Anlagen, die berühmten Herbarien, das Naturmuseum werden von Schülern fast gar nicht benutzt. — Die Erforschung der Alpen fand bei uns seit 1760 Anklang. Bourrit und die Brüder de Luc trieben

fleissig Botanik und Zoologie. Der eigentliche Bahnbrecher für das Studium der Alpen ist aber Horaz Benedict de Saussure (1740—1799). Er und Bourrit versuchten wiederholt den Montblanc zu besteigen, allein erst nachdem der bekannte Bergführer Balmat endlich einen Pfad gefunden, gelangte de Saussure 1787 auf die Spitze und seit jener Stunde begann auch das bessere Verständniss für die Alpen. Der gelehrte Genfer stellte die richtige Theorie über die Gletscherwelt auf, studirte die Wärmeverhältnisse und den Bau der Berge, der grosse Botaniker Pirame de Candolle beschrieb die Pflanzenwelt. Seither hat Genf eine fortlaufende Kette berühmter Forscher. Der Fortsetzer und Nachfolger de Saussure's auf dem Gebiete der Geologie und der Alpenkunde ist Alphons Favre, der besonders die Savoyer Alpen zu seinem Forschungsfelde gemacht hat. — Alphons Favre wurde am 15. März 1815 in Genf geboren. Der schwächliche Knabe konnte die öffentlichen Schulen nur mit langen Unterbrechungen besuchen. Sein gelehrter Vater Wilhelm Favre gab sich in seiner Jugend mit Mineralogie ab, machte bedeutende Sammlungen, verlegte sich später aber auf das Studium der Geschichte. Der Sohn zeigte in seinen frühesten Jahren ebenfalls grosse Lust zum Studium des Steinreichs. 24 Jahre alt ging der junge Mann nach Paris, um Chemie und Mineralogie unter den damaligen Grössen in den Naturwissenschaften zu studieren. Es gefiel ihm aber in den Laboratorien nicht recht, darum ging er zur Geologie über, besonders zu der der Alpen, deren Gründer H. B. de Saussure gewesen, und trat zu Anfang der Vierziger Jahre in die Reihe der grossen Schweizer Geologen und Naturforscher. Es herrschte damals eine merkwürdige mit reichen Erfolgen gekrönte Thätigkeit: voran Professor P. Merian in Basel, Bernhard Studer in Bern, der zuerst eine Geologie der Schweiz veröffentlicht hat; in Zürich der weltberühmte Oswald Heer (Urwelt der Schweiz) und Escher von der Linth; Agassiz in Neuenburg; der Sonderling A. Gressly durchstöberte den Basler und Berner Jura, August Quiquerrez das Pruntrut, Mösch den Aargauer Jura, Theobald die rhätischen Alpen, Kaufmann in Luzern den Rigi, Pilatus und Napf. Genf ist allerdings bald durchforscht, da Gletscherablagerungen — Grien, Geröll, Kies, erratische Blöcke

zu Hunderttausenden, Moränen, Rüfenen — fast das ganze Gebiet bedecken. Nur an wenigen Stellen tritt die Molasse zu Tage. Die Fündlinge hätte Favre als Andenken an jene entfernte Gletscherzeit gerne geschont wissen wollen; allein sie sind dem Pfluge und der Schaufel des Landmannes so hinderlich; sie werden daher zersprengt, oder zu Bauten verwendet. Sind ja doch die Hälfte der Bauernhäuser bei uns aus Fündlingen gebaut. Die erste grössere Arbeit Favre's war die Untersuchung des alpinen Anthrazites, worüber er 1841 eine Schrift veröffentlichte. Ich will hiebei bemerken, dass seit fünfzig Jahren fast alle Arbeiten der Genfer Naturforscher in den „Archives des sciences physiques et naturelles de la bibliothèque universelle" (Genf) gesammelt sind. — Durch seine Untersuchung des eine Stunde von Genf entfernten Berges Salève (der Genfer Rigi) wurden die Gelehrten auf Favre aufmerksam und die Regierung ernannte ihn 1844 zum ausserordentlichen Professor. Wegen seiner neuen Theorien überwarf sich der junge Gelehrte mit dem Franzosen Elie de Beaumont, der damals in der Geologie den Ton angab und seine Lehren für unfehlbar hielt. Mit der politischen Umwälzung von 1847 ging die aristokratische Herrschaft zu Ende, und der reiche Favre, ein Aristokrat reinen Wassers, aber ein edler Mensch, konnte sich mit dem radikalen Volkstribun James Fazy unmöglich lange vertragen; er gab seinen Lehrstuhl an der Akademie 1851 auf und widmete sich von nun an ausschliesslich dem Studium der Alpen. Seine gelehrte Gattin, eine Tochter des ehemaligen ersten Landammanns (premier Syndic) J. J. Rigaud stand ihm treulich bei. Mit dem Hammer und Meissel, in der Arbeiterblouse, dem Ränzchen am Rücken, wanderte er ganze Sommermonate hindurch über die Savoyeralpen, immer näher dem Riesen Mont-Blanc zu; die dortigen, allerdings unwissenden aber unverdorbenen Bewohner gewannen den freundlichen Genfer lieb. — Nach einander entstanden jetzt die wichtigen Werke über die westlichen Schweizeralpen und die Savoyeralpen, die weisse Kreide bei der Verbindung des Juras mit den Alpen, über die Geologie des Fusses des Môle (1868 m ü. M.), über die Lias und Keuperformation in den Alpen, die Steinkohlen u. s. w. Im folgenden Jahre erschien die erste geologische Karte von Savoyen und

Piemont bis an den Montblanc, die 1867 an der Pariser Ausstellung Preise erhielt, und 1867 drei Bände über die Geologie dieser Berge sowie über den Montblanc, den er inzwischen durchforscht und beschrieben; das Werk war von einem Atlas mit 32 Karten begleitet. Auch die alte und neue Gletscherwelt unterwarf er neuen Forschungen. 1876 veröffentlichte er seine Studien über die terrains glaciaires et postglaciaires an den Südabhängen der Tessiner Alpen und die erratischen Blöcke an den Nordalpgehängen. (Die Karte über die Ausdehnung der alten Gletscher auf der Nordseite der Alpen wurde an der Pariser Ausstellung 1878 mit der goldenen Medaille bedacht.) Im Jahre 1868 hatte er bei Veyrier (eine Stunde von Genf am Fuss des Salève) eine menschliche Niederlassung aus der Steinzeit nachgewiesen, welche Herr Prof. Dr. H. Gosse aber für viel älter, aus der Zeit zwischen den beiden Eisperioden hält. — Für Genf war die geologische Beschreibung (zwei Bände mit acht Zeichnungen 1879) und die 1878 erschienene geologische Karte des Kantons Genf (vier Blätter im Masstab von 1:25,000) von grosser Wichtigkeit. — Ich kann natürlich nicht alle Arbeiten berühren. Aber erwähnen will ich noch seine Thätigkeit bei der Herstellung der geologischen Karte der Schweiz, welche bei der Versammlung der schweizerischen naturwissenschaftlichen Gesellschaft in Genf vom 10. bis 12. August 1886 zum erstenmal aufgelegt war. Der 71 Jahre alte Mann war gerührt vor Freude, als er das Werk, dem er so viele Zeit gewidmet hatte, vollendet sah. Die letzten Jahre (bis 1888) brachte A. Favre, geistig immer thätig, auf seinem herrlichen Landgut Ormeaux bei Pregny, oberhalb des Sees, das er vor etwa 45 Jahren gekauft hatte, zu. Nach Bernhard Studers Tod war er Präsident der Commission für die geologische Karte der Schweiz; 1874 wurde er ausländisches Mitglied der geologischen Gesellschaft in London und 1879 correspondirendes Mitglied des Institut de France. Gross war die Zahl seiner gelehrten Freunde in allen Ländern. Am 11. Juli entschlief Alphons Favre." — Ich füge noch bei, dass, als die Academie des Sciences Nachricht von dem Tode ihres correspondirenden Mitgliedes erhielt, G. A. Daubrée dem Verstorbenen (vgl. Compt. rend. 1890 VII 21) einen ehrenvollen Nachruf widmete.

435) Die im Mai 1890 von Herrn E. Näf „nach amerikanischen Quellen“ mit grossem Geschick für das „Aargauer Tagblatt“ bearbeitete Biographie unsers Ferdinand Rudolf Hassler von Aarau verdient auch in weitern Kreisen bekannt zu werden, und da sie ohnehin, trotz ihres geringen Umfanges, manche werthvolle Ergänzungen zu den von mir (Biogr. II 319 bis 352; Gesch. d. Verm. 148—157; Notiz 337 und 365) veröffentlichten Nachrichten enthält, so nehme ich keinen Anstand dieselbe hier zu reproducieren. Sie lautet: „Einer der ersten Schweizer, welcher lange Jahre in den Vereinigten Staaten eine hervorragende Stellung eingenommen hat, und dessen Name dort heute noch in ruhmvollem Andenken steht, war Ferdinand Rudolf Hassler von Aarau. Er wurde am 6. October 1770 in Aarau geboren. Sein Vater war Uhrmacher, hatte aber eine Anzahl städtischer Beamtungen bekleidet und sass zu wiederholten Malen im Rathe der damals noch kleinen Stadt. Er war ein vermöglicher Mann und liess seinem einzigen Sohn, Ferdinand Rudolf, eine weit über das gewöhnliche Mass hinaus gehende höhere Bildung zukommen. Nachdem dieser die lateinische Schule seines Heimatsortes besucht hatte, wurde er noch im jugendlichen Alter auf die Universität in Bern geschickt, um dort Jurisprudenz zu studiren. Doch fühlte er sich weit mehr zum Studium der Mathematik geneigt, welche Wissenschaft von einem berühmten Mathematiker und Physiker, Joseph Georg Tralles von Hamburg, an dieser Universität vorzüglich vorgetragen wurde. Dieser Professor hatte von der Berner Regierung den Auftrag erhalten, eine genaue geometrische Vermessung des Landes vorzunehmen. Als Basis für eine Triangulation wurde eine Vermessung der Ebene Aargau's nothwendig befunden. Hassler, damals 21 Jahre alt, widmete sich dieser Arbeit mit grösstem Eifer und bestritt die Unkosten aus seiner Tasche. Hier wurde zuerst das System der Triangulär-Vermessung angewendet. Während indessen zu diesem Zwecke in London vollständige Instrumente bestellt worden waren, machte Hassler grosse Reisen. Zur Beobachtung der Sonnenfinsterniss begab er sich 1793 mit Tralles nach Paris, und ein Jahr später machte er Reisen und Studien in Deutschland. Er besuchte besonders Gotha und hielt sich dort mehrere Wochen

bei dem berühmten Geographen und Astronomen von Zach auf, in dessen Ephemeriden Hasslers rühmlich gedacht wird. Ebenso hielt er sich zu Göttingen und Kassel zeitweilig auf, um sich mit den besten physikalischen Instrumenten und Karten bekannt zu machen, und namentlich auch auf den Sternwarten daselbst Beobachtungen anzustellen. — Erst im Jahr 1797 langten die schon lange bestellten Instrumente von London ein, und Tralles und Hassler nahmen nach langer Unterbrechung ihre Triangulär-Vermessungen wieder auf. Der Einfall der Franzosen in die Schweiz (1798), der Umsturz der alten Regierungen, machten indessen diesen friedlichen Arbeiten ein unerwartetes Ende. Hassler zog sich nach seiner Vaterstadt Aarau zurück, nachdem er sich schon vorher mit Maria Gaillard verehelicht hatte. Dieser Ehe entsprossen theils in der Schweiz, theils später in Amerika, fünf Söhne und zwei Töchter. Als ein Zeichen von Hassler's Sonderbarkeiten mag angeführt werden, dass er den Söhnen die Namen seiner klassischen Lieblingshelden gab, wie Alexander, Scipio, Aeneas, Ulysses. Der letzte der Söhne starb vor 2 Jahren in Englewood im Staat New-Jersey. Eine Tochter veröffentlichte 1877 und 1882 die Memoiren des Vaters. — Als Civilingenieur fand Hassler keine Arbeit, weil die französische Regierung factisch in der freien Schweiz regierte und dem helvetischen Directorium nicht erlaubte, andere als französische Ingenieure anzustellen. Unter diesen Umständen musste Hassler an anderweitigen Erwerb denken. Er half seinem Vater in der Amtsführung und trat mitunter auch als Rechtsanwalt auf, da er in Bern juristische Vorlesungen gehört hatte. — Kein Wunder, dass Hassler ein anderes Feld für seine Thätigkeit suchte. Ein gewisser Marcel war in den ersten Jahren des Jahrhunderts in Frankreich und der Schweiz erschienen mit einem Plan, eine grossartige Colonie in Louisiana anzulegen. Eine Actiengesellschaft wurde gegründet, an welcher auch Hassler theilnahm. Das Capital sollte hinreichend sein, um jeder Actie von sechszig bis achtzig Jucharten Land zu sichern. Hasslers Eltern widersetzten sich zwar dem Plan, doch er hatte die Idee mit seinem Feuergeiste ergriffen, und im Jahr 1805 trat er die Auswanderung an und soll nach Familienberichten über hundert Personen allein für

sich und zwar auf eigene Kosten mitgenommen haben. Selbstverständlich scheiterte das Unternehmen. Es wird von Einigen dem Betrug des Agenten in Philadelphia zugeschrieben, welcher das Capital nicht zum Ankauf von Land verwendet haben soll; doch selbst wenn Land gekauft worden wäre, so würden auf dem neuangebauten Boden, wenn nicht anders noch starkes Capital vorhanden gewesen wäre, die Colonisten doch zu Grunde gegangen sein. Genug Hassler gerieth gleich bei seiner Ankunft in Philadelphia in die grösste Noth, und musste seine höchst werthvolle Bibliothek verkaufen. Er erhielt zugleich von einem grossgesinnten Amerikaner ein beträchtliches Darlehen. Als Hassler in späteren Jahren seinem Gläubiger, John Vaughan, die Schuld zurückbezahlte, konnte oder wollte sich dieser gar nicht mehr erinnern und schien verwundert über Hasslers Ehrlichkeit. — Hassler war bald nach seiner Ankunft mit Albert Gallatin, dem berühmten schweizerisch-amerikanischen Staatsmann aus Genf bekannt geworden. Gallatin bekleidete damals das Amt des Finanzministers der Vereinigten Staaten. Durch ihn wurde Hassler dem Präsidenten Thomas Jefferson vorgestellt. Jefferson interessirte sich sehr für physikalische und naturwissenschaftliche Studien und stand mit den ersten Gelehrten Europas in Correspondenz. Ein Mann wie Hassler war gerade ein Charakter, wie ihn Jefferson liebte. Wissenschaftliche Gespräche führten auf die Vermessung der Küsten nach der neuen geodesischen Methode. Hassler machte auf die grossen Vortheile einer solchen Vermessung für den Handel aufmerksam, und Jefferson, der sich leicht für alles Neue und Grosse begeisterte, nahm die Ausführung in die Hand. Auf seinen Antrag hin erliess (1807) der Congress ein Gesetz, wonach eine Vermessung aller Küsten der Vereinigten Staaten vorgenommen werden sollte. Gallatin erliess eine Einladung für die Pläne; der von Hassler eingereichte erhielt den Vorzug. Er selbst ward als Director dieser Vermessung ernannt. Fortan blieb die Küstenvermessung die Hauptbeschäftigung seines Lebens und sie begründete seinen Ruf als den in diesem Fache hervorragendsten Mann seiner Zeit. Die zur Vermessung nöthigen Instrumente mussten von London bezogen werden, und da bis zur Fertigstellung derselben noch längere Zeit vergehen

mochte, erhielt Hassler unterdessen eine Anstellung als Professor der Mathematik an der Kriegsakademie in Westpoint. — Im Sommer 1811 begab er sich, um die Verfertigung der Instrumente selbst zu leiten, nach London. Während er hier mit dieser sehr langsam vorwärtsgehenden Arbeit beschäftigt war, brach der Krieg zwischen England und den Vereinigten Staaten aus. Die Instrumente wurden mit Beschlag belegt und Hassler nicht allein zurückgehalten, sondern sogar als Kriegsgefangener auf einem abgetakelten Schiffe eingesperrt. Erst im Jahre 1815 konnte er wieder abreisen und 1816 mit der Küstenvermessung beginnen. Er erhielt nun eine beträchtliche Anzahl Angestellter unter seine Leitung; hauptsächlich waren es junge Offiziere und Soldaten; sein Gehalt war auf 25,000 Fr. festgesetzt. Nach der nächstfolgenden Präsidentenwahl regte sich unter den bisher dem Küsten-Vermessungsdepartement zugetheilten jungen Amerikanern der Landesdünkel, und sie vermochten im Congress einen Beschluss durchzusetzen, nach welchem die Vermessung einheimischen Geometern übertragen werden solle. Infolge dessen musste Hassler alle seine Instrumente und Zeichnungen an das Kriegsdepartement einsenden. — Vermessungsarbeiten hatten Hassler in den nördlichen Theil von New-York geführt. Er kaufte sich an dem Ufer des St. Lorenz Stromes, unweit der Ausmündung des Ontario See's eine Farm, die er sich allmälig durch Ankauf anliegender Länder vergrösserte und auf welcher er sich ein stattliches Wohnhaus erbaute. Es lag in seinem Plan, ein landwirthschaftliches Institut zu errichten, und zu diesem Zwecke hatte er auch sein grosses Haus eingerichtet. Allein die Mittel fehlten ihm für ein so bedeutendes Unternehmen. Zwölf Jahre blieb Hassler nun ohne Staatsanstellung. Diese Zeit benutzte er auf seiner Farm zur Veröffentlichung verschiedener wissenschaftlicher Werke, hauptsächlich Berichte über Küsten-Vermessung, die seinen Weltruf begründeten. Im Jahre 1830 erschien für ihn wieder eine günstigere Sonne. Der Congress betraute ihn mit der Regulirung und Fixirung der Masse und Gewichte für die Vereinigten Staaten; bald auch annullirte er das Gesetz, in Folge dessen Hassler sein Amt als Director der Küsten-Vermessung verloren hatte. Das Amt wurde ihm 1832

aufs Neue übertragen und er behielt es bis an sein Lebensende. Während elf Jahren war er die leitende Seele dieses grossartigen Unternehmens. Alles überwachte er, auch unterhielt er einen ausgedehnten Briefwechsel mit den grössten wissenschaftlichen Männern Europa's. Wie umfangreich seine Aufgabe als Director der Küstenvermessung war, zeigen die grosse Zahl seiner Angestellten und der Schiffe, die unter seiner Botmässigkeit waren. Im Jahr 1840 segelten 20 Schiffe beständig den Küsten entlang, standen hundert Ingenieure unter Hasslers Aufsicht. Bis zu seinem Tode war von ihm ein Flächenraum von 30,000 Quadratmeilen vermessen und aufs Genaueste berechnet worden. Freilich bedurfte die Ausführung sehr bedeutender Summen und nahm viel Zeit in Anspruch — beides Ursachen der fast beständigen Nörgeleien des Congresses. — Hassler, der sich bis in sein hohes Alter nie schonte, sondern mit Jugendfeuer selbst noch im Felde arbeitete, hatte sich bei einem Sturme, der die Zelte umriss und alles durchnässte, eine bedeutende Erkältung zugezogen. In Folge dessen trat am 20. November 1843 der Tod ein. Die sterblichen Ueberreste wurden in Philadelphia unter grosser Feierlichkeit beigesetzt. — Hasslers Leben war ein beständiger Kampf. Seine Natur war eine vulkanische. Was er einmal für recht erkannt hatte, verfocht er mit sprudelndem Eifer und unglaublicher Hartnäckigkeit. Er hatte eine hohe Meinung von sich selbst und eine noch höhere von seiner Wissenschaft, und eine sehr geringe von denen, welche anderer Ansichten waren. Auch hielt er mit seiner Meinung nicht hinter dem Berge. Wer ihm in die Quere kam, und wenn es die höchsten Beamten waren oder Mitglieder von Congress-Ausschüssen, welche ihm Fragen vorlegen wollten, wurde mit einer göttlichen Grobheit traktirt, ja er wies ihnen öfters die Thüre. Als ihn der Finanzminister Woodburg, der ein Jurist und Richter gewesen war, einst darauf aufmerksam machte, dass die Zeiten schlecht seien, dass die Opposition auf Einschränkungen dränge, und dass Hasslers Gehalt (25,000 Fr.) zu gross sei, namentlich da sein Sohn als Gehülfe auch noch 15,000 Fr. beziehe, da ja die Staatsminister nicht mehr bezögen, fuhr ihn Hassler an: „Der Präsident kann aus jedem Holz einen Minister machen, wie man es bei Ihnen

sieht, aber keinen Hassler, der der Küstenvermessung vorstehen kann." — Das Gesetz gab Hassler grosse Gewalt in die Hände. Alle Anstellungen und oft belief sich, wie wir gesehen, sein Personal an hundert Personen, wurde ihm überlassen, und ebenso hatte er deren Gehalt zu bestimmen. Und wehe dem Staatsminister oder dem Congressabgeordneten, der ihm einen Freund oder Verwandten aufdrängen wollte. Er stellte nur an, wen er brauchen konnte, und nahm Personen aus aller Herren Länder. Er hatte vor Niemand Furcht, obgleich er durch seine Barschheit und sein aufbrausendes Wesen die ganze Existenz des Instituts öfters gefährdete. Man hat zuweilen gesagt, Hassler sei nur verfolgt worden, weil er ein Ausländer gewesen sei. Natürlich mochte dieser Umstand mitgewirkt haben. Allein es ist eher anzunehmen, dass Unwissenheit über die Bedeutung dieser grossartigen Vermessung, Eifersucht des Südens und Westens gegen die östlichen Staaten, denen allein die Vortheile der Vermessung in damaliger Zeit zu gut zu kommen schienen, und dann auch gewiss das sehr excentrische und autokratische Gebahren Hasslers die Hauptursachen der heftigen Opposition gegen das Vermessungsbureau waren. Wenn man bedenkt, wie sehr der Amerikaner die äussere Höflichkeit zu wahren sucht, wie namentlich die Beamten, vom Präsidenten bis zum Polizisten hinunter, als allgemeine Regel ungemein höflich und zuvorkommend sind, so musste Hassler bei denen, die ihn nicht näher kannten, Anstoss genug erregen. Aber Alle, die mit dessen Charakter näher vertraut waren, liebten, achteten und bewunderten den Mann. Er war der liebevollste Gatte und Vater, und hatte überhaupt unter einer rauhen Hülle ein grosses, gutes Herz. Unbestechlich, wahr bis zur Naivität „gegen Freund und Feind", jeden Humbug verachtend, zwang er selbst seinen Gegnern Achtung ab. — Sein Fleiss und seine Ausdauer waren bewundernswerth, und machten ihn im Verein mit einem ausgezeichneten Gedächtniss und einem scharfen analytischen Verstande zu einer Grösse der Wissenschaft. Ein edler Ehrgeiz liess ihn nur grosse, weit aussehende Pläne fassen. Nach seinem Bild ruht auf einer hagern Gestalt ein ungewöhnlich langer Kopf, mit einer hohen schön geformten Stirne, mit grossen ausdrucksvollen Augen, einer energischen Nase, und einem ge-

schlossenen Munde, dem man es ansieht, dass er sarkastisch lächeln konnte. Der lange Hals ist kaum bekleidet, und ganz unten bedeckt ihn ein losgewundenes Tuch unter einem mächtigen umgestülpten Halskragen. Es ist ein ganz vortrefflicher Charakterkopf. Bei allen scharfen, festen Zügen sieht man doch auf den ersten Blick des Mannes Herzensgüte auf dem Antlitz abgespiegelt. — Ueber seinen Charakter und die Achtung, in der Hassler stand, sagt Professor Alexander: „Hassler erfreute sich einer Achtung, wie dieselbe selten einem Manne in diesem Lande zu Theil geworden ist, und es mag zu seiner Ehre hervorgehoben werden, dass er mehr seiner moralischen und intellectuellen Eigenschaften wegen geliebt und geschätzt wurde, als wegen seinen technischen Arbeiten. Er war furchtlos, arbeitsam, und mit grossem Selbstvertrauen ausgestattet, er vereinigte alles in sich, was im Leben nur gut genannt werden kann." Zeugniss solcher Achtung und Verehrung gibt auch die Denkschrift, welche die Offiziere der Armee und Flotte der Vereinigten Staaten abfassten und auf Pergament geschrieben in seinen Sarg legten. Diese Denkschrift lautet: „Zum Andenken an Ferdinand Rudolf Hassler, geboren am 6. October 1770 zu Aarau, Kanton Aargau, in der Schweiz. Er starb am 20. November 1843 in Philadelphia mitten unter seinen Arbeiten als Superintendent der Vereinigten Staaten-Küsten-Vermessung und Ueberwachung der Masse und Gewichte, zweier grosser Nationalwerke, welche von ihrem Ursprunge ihm übertragen und von ihm mit besonderer Geschicklichkeit und Erfolg geleitet wurden. Strenge Rechtschaffenheit und Wahrheitsliebe, gepaart mit starker und tiefer Einsicht charakterisirt ihn als Mann. Seine verschiedenen wissenschaftlichen Schriften, wie die beiden von ihm entworfenen Nationalwerke, sind ebenso schöne Denkmale seines thätigen Lebens und seiner Beiträge als Gelehrter zur Wissenschaft, als sie zur Belehrung und Aufklärung seiner Mitmenschen dienen." Noch heute hält das Küstenvermessungs-Departement sein Andenken in hohen Ehren und daher wurde in den 70er Jahren ein zur Erforschung der Meerestiefe bestimmtes Schiff nach seinem Namen Hassler genannt."

436) Das Jahr 1890 hat unter den schweizerischen Vertretern der exakten Wissenschaften arg gehaust: Noch war der

Grabhügel, der sich (vgl. Nr. 430) über dem am 31. März verunglückten August Odin schloss, ziemlich frisch, als ein neuer Unglückstag folgte, indem an demselben 13. Mai zwei unserer tüchtigsten Physiker, Heinrich Schneebeli und Louis Soret, heimtückischen Krankheiten erlagen, — und wieder einige Monate später folgte ihnen erst der Ingenieur Andreas Harlacher, dann einer unserer universellsten Gelehrten, der hochverdiente Albert Mousson. Ich halte es für angezeigt, auch an dieser Stelle die Verdienste der drei Erstgenannten wenigstens kurz hervorzuheben, und dann etwas einlässlicher über den Vierten und dessen sowohl vielseitige als hervorragende Verdienste einzutreten, zumal ihm unsere Gesellschaft für sein Wirken und seine Vergabungen auch noch zu ganz besonderm Danke verpflichtet ist.

Heinrich Schneebeli wurde am 31. Juli 1849 zu Ottenbach im Canton Zürich geboren, siedelte in jungen Jahren mit seinen Eltern auf das Riedtli in Unterstrass über, wo er den ersten Schulunterricht erhielt, und besuchte sodann die obere Industrieschule in Zürich[1]). Nach wohlbestandener Maturitätsprüfung trat er im Herbst 1866 in die Ingenieurschule des Polytechnikums ein, verliess jedoch dieselbe bald, um sich an der sogen. sechsten Abtheilung speciell in Mathematik und Physik auszubilden. Die damaligen Hauptvertreter dieser Fächer, die Professoren Christoffel und Kundt, zogen den strebsamen jungen Mann ganz besonders an, und als ihn Letzterer zu den von ihm eingeführten Colloquien und Arbeiten im Laboratorium beizog, erkannte er bald, dass er die Pflege der Physik als Lebensaufgabe zu wählen habe; aber nichtsdestoweniger besuchte er andere Collegien ebenfalls mit Eifer und Erfolg, und auch ich zählte ihn zu den besten meiner damaligen Schüler, — half in Folge davon bei zwei spätern Gelegenheiten gerne dazu ihm die Wege zu seinem Fortkommen zu ebnen, —

---

[1]) Ich benutze neben eigenen Erinnerungen die nach Schneebeli's Tod am 17. und 20. Mai in der Schweizer. Bauzeitung und der Neuen Zürcher-Zeitung erschienenen Artikel und namentlich auch die am 24. Mai in Ersterer mitgetheilte Rede, welche von Prof. Geiser bei der am 16. Mai in der Prediger-Kirche abge-

ja blieb bis zu seinem Tode in freundschaftlichem, wenn auch leider ziemlich seltenem Verkehr mit ihm. — Im Jahre 1869 erwarb sich Schneebeli an der sechsten Abtheilung des Polytechnikums das Diplom eines Fachlehrers in mathematischer Richtung, — wurde noch in demselben Jahre zum Assistenten am physikalischen Laboratorium ernannt, — promovirte im folgenden Jahre an der Zürcher Hochschule[2]), zugleich am Polytechniknm als Docent auftretend, — nahm im Frühjahr 1871 für ein Semester Urlaub, um in Berlin seine Studien noch etwas zu vervollständigen, — und versah dann wieder seine Assistentenstelle in Zürich, bis er 1873 zum Professor der Physik an der Akademie in Neuenburg gewählt wurde. Die Selbständigkeit, welche mit dieser Stelle verbunden war, — die Freude am Lehrer-Berufe, — das freundliche Entgegenkommen seiner neuen Behörden und Collegen, — der anregende Umgang mit Hipp und Hirsch, — und allerdings nicht zum wenigsten die glückliche, mit hoffnungsvollen Kindern gesegnete Ehe, welche er 1874 mit Elise Herzog von Unterstrass einging, — machten ihm seinen Aufenthalt in Neuenburg ungemein angenehm, so dass er noch später gerne an denselben zurückdachte. Nichtsdestoweniger war es für ihn natürlich eine grosse Genugthuung, als er 1879 zum Nachfolger Mousson's am Polytechnikum erkoren wurde, wodurch sich ihm denn doch ein ganz bedeutend grösserer Wirkungskreis eröffnete, und in diesen lebte er sich denn auch bald vollständig ein, — ja hatte, nach zehnjährigem Wirken in diesen neuen Verhältnissen, begründete Hoffnung, die während demselben errungenen schönen Lehr-Erfolge durch die, in Verbindung mit einem für die Physik bestimmten grossartigen Neubau, beabsichtigte Ausdehnung des physikalischen Unterrichtes am Polytechnikum, bei welcher er seinen Collegen Weber trefflich secundirt hatte, noch bedeutend zu steigern, als ihn ein allgemein bedauertes Verhängniss mitten aus der schönsten Thätigkeit wegriss. Auch ihn warf nämlich gegen Ende des Jahres 1889 die unter dem Namen „Influenza" fast ganz Europa heimsuchende und namentlich in ihren Folgen so

---

haltenen Trauerfeierlichkeit. — [2]) Seine Dissertation führt den Titel „Ueber das Verhältniss der Quercontraction zur Längendila-

heimtückische Seuche aufs Krankenlager, und als man bereits schon hoffte, der bis dahin kerngesunde und kräftige Mann habe den Angriff vollständig zurückgeschlagen, trat ein Rückfall ein, welchem er am 13. Mai 1890 durch eine Herzlähmung erlag. — Obschon Schneebeli auf allen Gebieten der Physik zu Hause war und fortarbeitete, auch eine ganze Reihe kleinerer Arbeiten veröffentlichte, welchen seine Fachgenossen einen bleibenden Werth beilegen[3]), so liegt neben seiner so erfolgreichen und unbedingt in erster Linie stehenden Lehrthätigkeit doch wohl seine Hauptbedeutung in dem grossen Geschick, mit welchem er seine Kenntnisse zur Lösung praktischer Fragen, wie z. B. der Probleme der Beleuchtung und Kraftübertragung zu verwenden wusste, und wenn es in naher Zukunft gelingen sollte, Zürich mit einer zweckentsprechenden elektrischen Anlage zu versehen, so wird man es grossentheils dem Eifer und der Sachkenntniss zu verdanken haben, mit welchen der Verstorbene in der betreffenden städtischen Commission dafür wirkte.

Jacques Louis Soret wurde am 30. Juni 1827 zu Genf geboren, wo sich seine aus Blois stammende Familie schon nach der Mitte des 17. Jahrhunderts eingebürgert hatte, — besuchte dort, nachdem er die untern Schulen durchlaufen, mit bestem Erfolge Gymnasium und Akademie, — und erwarb sich 1845 und 1846 an Letzterer, obschon er auch im Fechten und Reiten excellirte, in den naturwissenschaftlichen Fächern mit Leichtigkeit die ersten akademischen Grade[4]). Im Herbst 1847 ging er nach Paris, wo ihn Regnault, an welchen er durch De la Rive warm empfohlen war, äusserst zuvorkommend aufnahm, und ihn sowohl in seine Familie einführte als in seinem Laboratorium bethätigte. Ausserdem hörte er noch verschiedene Vorlesungen, wie namentlich diejenigen von Regnault selbst, am Collège de

---

tation. Zürich 1870 in 8. (Auch Jahrg. 1869 der Zürch. Viert.)" — [3]) Die meisten dieser Arbeiten erschienen ebenfalls in der Zürch. Vierteljahrsschrift und in dem Bulletin de Neuchâtel. — [4]) Ich benutze für Soret zunächst die in den Archives erschienene, mir von dem Verfasser freundlichst in Extraabdruck übersandte „Notice biographique par Albert Rilliet.. Genève 1890 in 8", die mit einem

France und durch besondere Vergünstigung diejenigen von Liouville an der Ecole polytechnique, und brachte so, mit Ausnahme von einigen zu einem Abstecher nach England verwendeten Monaten, volle fünf Jahre in sehr fruchtbarer und angenehmer Weise in Paris zu, zum Schlusse sich noch die Diplome eines „bachelier è sciences mathématiques" und eines „licencié è sciences physiques" erwerbend[5]). — Nachdem Soret die ersten Monate des Jahres 1853 noch zu einer Erholungsreise nach Italien benutzt und auf derselben unter anderm die Bekanntschaft von Pater Secchi gemacht hatte, setzte er sich in Genf fest, verheiratete sich glücklich[6]), und debütirte mit bestem Erfolge als Lehrer an dem einige Jahre zuvor entstandenen „Gymnase libre", wo ihm De la Rive einen Theil des physikalischen Unterrichtes abtrat. Nach Auflösung dieser Institution und nach Ablauf eines 1858 für 4 Jahre übernommenen Mandates als Mitglied des „Conseil municipal", das ihm die Direction der städtischen Bauten überband und so vielfache Gelegenheit gab, seine Kenntnisse praktisch zu verwerthen, siedelte er im Herbst 1862 mit seiner Familie nach Heidelberg über, um dort ungestörter wissenschaftlichen Arbeiten leben zu können, und gefiel sich daselbst in Gesellschaft der Bunsen, Helmholtz und Kirchhoff so wohl, dass er mehr als ein Jahr verweilte. Nachher hielt er sich einige Monate in Jena auf, besuchte auch Berlin und andere deutsche Universitätsstädte, und kehrte dann wieder nach Genf zurück, wo er nun von 1866 hinweg bis an sein Lebensende, abgesehen von wiederholten und sehr besuchten „conférences scientifiques destinées à un plus grand

---

sehr guten Bilde von Soret ausgestattet ist. — [5]) Die in Paris mit Regnault und seiner Familie angeknüpften freundschaftlichen Beziehungen wurden auch später fortwährend unterhalten, und als Regnault 1870 „chassé de Paris par l'invasion allemande et presque sans ressources" nach Genf kam, gereichte es Soret zur grössten Freude, ihn nicht nur momentan bei sich aufzunehmen, sondern ihm auf längere Zeit sein Landgut zur Disposition zu stellen. — [6]) Dieser Ehe entsprang 1854 ein Sohn Charles, der später zur Freude des Vaters sich mit glänzendem Erfolge demselben wissenschaftlichen Gebiete zuwandte, und nach dem 1886 erfolgten Tode

public", an der Academie, erst als Docent und später als Ordinarius, sehr beliebte und sich namentlich durch sorgfältigst präparirte Experimente auszeichnende Specialcollegien über mechanische Wärmetheorie, Elektrochemie, medicinische Physik etc. abhielt. Ausserdem erwarb er sich grosse Verdienste um die kantonale und schweizerische naturforschende Gesellschaft, — um die 1865 gegründete „Société genevoise pour la construction d'instruments de physique", — um die „Société de l'industrie du gaz" — etc., und auch seiner langjährigen Thätigkeit im Redactions-Comité der „Archives des sciences physiques et naturelles" ist ein guter Theil des Gedeihens dieser Publication beizumessen, sodass die Lücke, welche durch seinen am 13. Mai 1890 nach längerer Krankheit erfolgten Tod entstand, eine ungewöhnlich grosse und schwer auszufüllende war. — Nicht weniger bedeutend waren die wissenschaftlichen Arbeiten von Soret, deren Hauptresultate er in zahlreichen Noten und Abhandlungen bekannt gab[7]), und dadurch viele gelehrte Gesellschaften und Academien veranlasste ihn zum Ehrenmitgliede oder Correspondenten zu ernennen, — so noch die Académie des Sciences bestimmte ihn Joule als Nachfolger zu geben. Zur richtigen Würdigung dieser letztern Verdienste lasse ich zum Schlusse die Worte folgen, welche der in Sachen so competente Cornu brauchte, als er in der Sitzung vom 27. Mai 1890 die Académie mit dem Verluste ihres Correspondenten bekannt machte: „Jaques-Louis Soret a attaché son nom à des résultats importants dans des branches très diverses de la Science", sagte der selbst so hochverdiente Physiker. „Ses premiers travaux ont porté sur l'électricité: l'étude des lois de l'électrolyse l'a conduit à définir les conditions favorables à la production de l'ozone, et à en déterminer la densité ainsi que la constitution chimique, problèmes difficiles qui lui valurent, en Chimie, une juste notoriété. — Ses recherches sur la corrélation de l'électricité dynamique et des autres forces physiques ont contribué à éclaircir diverses relations, encore obscures à

---

von Elie Wartmann den Lehrstuhl der Physik erhielt. — [7]) Ihr Verzeichniss umfasst in der „Notice" von Rilliet volle 8 enggedruckte Seiten.

cette époque, entre l'énergie mécanique, la chaleur et les courants; les progrès accomplis depuis lors dans l'analyse rigoureuse de ces phénomènes n'ont point fait oublier une expérience délicate sur le magnétisme de rotation où L. Soret montra, dès 1857, la réaction sur le champ magnétique inducteur des courants induits dans une masse conductrice en mouvement non uniforme. — Les données relatives à l'intensité des radiations du Soleil et à la température de cet astre intéressent presque toutes les sciences expérimentales: L. Soret a contribué dans une large part aux progrès des moyens d'observation et à la discussion correcte des résultats. Plus hardi que ses devanciers qui avaient parcouru les diverses stations alpestres avec leurs actinomètres, il réussit le premier, en 1867, à installer ses appareils, pendant deux jours, au sommet du Montblanc et à obtenir une série de mesures simultanées à trois altitudes différentes. Ces travaux, du plus haut intérêt, ramenèrent l'attention sur la mesure de la température solaire, que des évaluations récentes, fondées sur des observations analogues, portaient à 10 Millions de degrés: la nouvelle méthode, correctement appliquée, se trouve d'accord avec celle de Pouillet pour attribuer au Soleil une température de même ordre que celle de nos foyers terrestres. — Dans le domaine de l'optique physique, L. Soret a imaginé des appareils qui restent classiques: le double prisme montrant la dispersion anomale; le réseau circulaire donnant des images focales par diffraction; l'oculaire fluorescent perfectionné, qui permet d'observer jusqu' à leur extrême limite les radiations invisibles ultraviolettes presque aussi aisément que les rayons visibles: c'est à l'aide de ce dernier appareil que L. Soret et ses habiles collaborateurs ont déterminé le pouvoir rotatoire du quartz dans toute l'étendue des radiations visibles et ultra-violettes, défini le pouvoir absorbant d'un grand nombre de substances et montré que la transparence ultra-violette est, pour certains corps, un des caractères les plus délicats de leur pureté chimique. — Ce mode d'analyse par absorption des radiations a permis à L. Soret, en 1878, de signaler, dans ce qu'on appelait alors l'erbine, l'une des terres extraites de la gadolinite, un élément chimique nouveau qu'il désigna modestement sous le nom de terre X, en le caractérisant par son spectre d'absorption: ce spectre

est celui des sels d'holmium, dont M. Clève parvint de son côté, en 1880, à opérer la concentration. L. Soret a donc la plus grande part dans la découverte de ce nouveau métal: il a même à cette occasion fait preuve d'un désinteressement scientifique peu commun, en acceptant courtoisement la dénomination d'holmium, donnée par M. Clève à un élément qu'il aurait eu lui-même le droit de nommer. — En d'autres régions de l'Optique, la science lui est redevable de consciencieuses recherches parmi lesquelles on doit citer l'étude si difficile de la diffusion de la lumière, de l'illumination des corps transparents et surtout de la polarisation atmosphérique aux altitudes les plus diverses. Enfin, l'observation des beaux phénomènes que présentent les lacs et les glaciers des Alpes, ainsi que les mouvements séismiques du sol ont été l'occasion d'observations importantes ou de suggestions ingénieuses. — Physicien habile et observateur judicieux, L. Soret était de la race de ces savants genevois qui, toujours en éveil devant les phénomènes de la nature, marchent à l'avant-garde dans l'étude des problèmes nouveaux de la science; il joignait à cette curiosité de naturaliste le goût de la précision, qu'il était venu développer en France, dès ses débuts, auprès de Regnault, dont il fut le collaborateur dévoué. Il avait conservé parmi nous de nombreuses relations scientifiques que la douceur et l'élévation de son caractère rendaient particulièrement affectueuses; sa fin prématurée inspire les plus vifs regrets à tous ceux qui avaient pu l'apprécier comme ami et comme savant."

Andreas Rudolf Harlacher wurde am 21. September 1842 zu Schöfflisdorf im Kanton Zürich als Sohn einfacher Bauersleute geboren[8]). — Nach tüchtiger Vorbildung an der zürcherischen Industrieschule trat er im Herbst 1860 in die Ingenieurschule des schweizerischen Polytechnikums ein, wo er sich bald, sowohl durch Fleiss als durch Begabung, unter die Besten einreihte, und wenn er sich auch in Folge des gewählten Berufes natürlich in den obern Cursen zunächst für die Vor-

[8]) Ich benutze für Harlacher zunächst den von seinem Freunde Waldner für die „Schweizerische Bauzeitung (1890 XI 1)" geschriebenen Nekrolog. Der folgenden Nummer wurde ein sehr

lesungen von Culmann interessirte, dabei wie wenige in die Lehren dieses genialen Mannes eindringend, so leistete er dennoch auch in andern Fächern Ungewöhnliches, ja ich muss bezeugen, dass ich während den 35 Jahren meines Lehramtes am Polytechnikum unter den Ingenieurschülern, von welchen manche nur gezwungen eine für sie vermeintlich weniger wichtige Vorlesung besuchten, kaum einen Zuhörer besass, der mehr Fleiss und Verständniss für das von mir vertretene Fach hatte und erfolgreicher mit den besten Lehramtsschülern wetteiferte[9]). — Nach glänzend bestandenem Examen trat Harlacher im Herbst 1863 zunächst in den Dienst der Nordostbahn, wo er namentlich die Vorarbeiten für die neuen Linien Bülach-Regensberg und Romanshorn-Rorschach zu besorgen hatte; jedoch besass er mehr Neigung zur Lehrthätigkeit und zu wissenschaftlichen Arbeiten und übernahm so 1866 gerne die Stelle eines Assistenten bei Culmann, zumal ihm dadurch auch die Venia docendi am Polytechnikum in Aussicht stand, und die sicherere Stellung ihm überdies erlaubte, die längst beabsichtigte Verbindung mit der Tochter Sophie des Statthalters Ryffel in Regensberg wirklich einzugehen. — In etwas beengenden Verhältnissen aufgewachsen, war es Harlacher in seiner nunmehrigen freiern und keine pecuniären Sorgen mehr kennenden Stellung etwas Neues neben der Arbeit auch gesellige Freuden, sowie nach der ihm im Sommer 1869 gelungenen Gründung der „Gesellschaft ehemaliger Studirender des eidg. Polytechnikums" speciell diejenigen des ihm bis dahin unbekannten Vereinslebens geniessen zu können, und er fand so grossen Geschmack daran, dass es ihm sehr schwer fiel, der ihm im Herbst desselben Jahres zu Theil gewordenen ehrenvollen Berufung zum Professor der Ingenieurwissenschaften an der technischen Hochschule in Prag Folge zu leisten, somit neben der lieben Heimat auch den Verein, der sich unter seinem

---

gutes Portrait des Verstorbenen beigelegt. — [9]) Ich führe beispielsweise an, dass Harlacher, nachdem ich die Theorie des Meridiankreises behandelt hatte, sofort für die bekannte Mayer'sche Formel eine ziemlich ausgedehnte Hülfstafel berechnete und autographisch vervielfältigte, welche sodann bei den nachfolgenden Uebungen

Präsidium bereits schön zu entwickeln begann, zu verlassen. Dass jedoch schliesslich bei ruhigerer Ueberlegung die Würfel zu Gunsten von Prag fallen mussten, liegt auf der Hand; auch hatte er es nie zu bereuen, da er sich seinen neuen Wirkungskreis bald angenehm zu gestalten, sowie die Liebe seiner Zuhörer zu erwerben wusste, ferner ihm, sogar in den ersten Jahren seines Prager-Aufenthaltes, gelang einige wissenschaftliche Arbeiten zu vollenden, welche seinem Namen bei den Fachgenossen einen guten Klang verschafften[10]). Später wurde er etwas entlastet, und warf sich nun mit grosser Energie auf hydrographische Arbeiten, speciell auf die durch ihn in der hydrographischen Kommission Böhmens zunächst vertretene Hydrometrie, in welcher er sowohl als Erfinder sinnreicher Apparate, als durch die damit ausgeführten und in verschiedenen Publikationen niedergelegten Beobachtungen und Untersuchungen so Tüchtiges leistete, dass man ihn auf diesem Gebiete als Bahnbrecher bezeichnet hat[11]). — Leider erschöpften die vielfachen Anstrengungen seine ohnehin nicht sehr grossen körperlichen Kräfte vorzeitig, — es zeigten sich Anfänge eines tiefgehenden Leidens, gegen welches er durch verschiedene Kuren vergeblich ankämpfte, — und als er im Herbst 1890 durch einen Aufenthalt in Lugano seine Leiden zu lindern suchte, erlag er daselbst am 28. Oktober einem Herzschlage.

Joh. Rud. Albert Mousson endlich wurde am 17. März 1805 zu Solothurn geboren, wo sein einer in Morges angesessenen, aus Mas-d'Azil in Ariège stammenden Hugenotten-Familie angehörender, dann aber allerdings um seiner vielen Verdienste willen 1816 für sich und seine Nachkommen mit dem Bürgerrechte von Zürich und 1821 auch mit demjenigen von

---

seinen Mitschülern treffliche Dienste leistete. — [10]) Ich erinnere an seine Monographie „Die Stützlinie im Gewölbe. Prag 1870 in 8“, und ganz besonders an das Schriftchen „Wetli's Eisenbahnsystem zur Ueberwindung starker Steigungen. Zürich 1871 in 8“. — [11]) Ausser den verschiedenen von 1871—1889 fast alljährlich erschienenen Berichten und Mittheilungen über die erhaltenen Resultate, glaube ich besonders seine Schrift „Die Messungen in der Elbe und Donau, und die hydrometrischen Apparate und Me-

Bern beschenkter Vater, Marcus Mousson, damals als Kanzler der schweizerischen Eidgenossenschaft zu verweilen hatte[12]). Ueber seine ersten Jugendjahre, in welchen er wohl seinen Eltern als sog. „eidgenössischer Zügel-Bube" von einem Regierungssitze oder Vororte zum andern folgte, und somit muthmasslich einen sehr unregelmässigen Unterricht genoss, fehlen nähere Angaben; dagegen weiss man, dass er die Jahre 1819 bis 1822 in dem damals in voller Blüthe stehenden Fellenberg'schen Institute in Hofwyl zubrachte, und über die nun folgenden eigentlichen Studienjahre, sowie sein erstes öffentliches Wirken hat sich ein Bericht erhalten, welchen sich Hofrath Horner in Zürich von Mousson's ehemaligem Lehrer und Berather, dem nachmals so berühmten Geologen Bernhard Studer in Bern, erbeten hatte, nachdem ihm der junge Mann durch General Finsler sehr warm zur Berücksichtigung bei Besetzung der an der neuen Zürcher Kantonsschule creirten Lehrstellen empfohlen worden war[13]). „Mit Freuden will ich versuchen,

---

thoden des Verfassers. Leipzig 1881 in 8" hervorheben zu sollen. — [12]) Ich benutze für Mousson, neben eigenen Erinnerungen und der Correspondenz von Hofrath Horner, die verschiedenen Nachrufe, welche ihm in der Zürcher Freitagszeitung vom 14., in der Schweiz. Bauzeitung vom 15., in der Neuen Zürcher Zeitung vom 16. November, und sodann in vier vom 5.--12. Dezember 1890 erschienenen Nummern der Züricher Post gewidmet wurden. -- Für den Vater Marcus (1776—1861), der sein wichtiges Amt von 1798 bis 1830 bekleidete, sich sodann den Abschied erbat, und seine wohlverdienten Ruhejahre erst in Bern, dann etwa von 1834 hinweg in Zürich, zubrachte, — sowie für den ältern Bruder Emanuel (1803 bis 1869), der erst eidgen. Staatsschreiber war, dann von 1833 hinweg sich folgeweise als Sekretär des kaufmännischen Directoriums, Regierungsrath, Bürgermeister und Stadtpräsident um Zürich grosse Verdienste erwarb, vgl. die sie betreffenden eingehenden Artikel in der Allgemeinen Deutschen Biographie. — [13]) Finsler schrieb nämlich am 10. November 1832 aus Wittigkofen bei Bern, wo er damals bei seinem Freunde, Oberst Wurstemberger, lebte, an Horner: „Im Vertrauen auf dero viel und lang erprobtes freundschaftliches Wohlwollen nehme ich mir die Freiheit, Ihnen den

in Betreff des jungen Mannes, Ihrer ehrenvollen Anfrage zu entsprechen", schrieb Studer am 11. Januar 1833 aus Bern an Horner, „und ich sollte allerdings im Stande sein, die genügendste Auskunft zu geben, da ich während seiner ganzen Studienzeit, theils mündlich, theils schriftlich, fortwährend über den Gang seiner wissenschaftlichen Thätigkeit und über seine Fortschritte unterrichtet war, seither stets in freundschaftlichem Verkehr mit ihm stand, und in der letzten Zeit, als Mitglied der Realschuldirection, seine ersten Versuche im Praktischen zu beob-

---

Ueberbringer dieses Schreibens, Herrn Albert Mousson, zweiter Sohn des Herrn Kanzlers, angelegentlich zu empfehlen. Dieser junge Mann hat sich von Jugend auf durch anhaltende, gründliche und umfassende Studien in den physischen und mathematischen Wissenschaften zu dem öffentlichen Lehramt in diesen Fächern vorbereitet und bei Errichtung der neuen Realschule in Bern vorläufig eine Lehrstelle übernommen. Im Anfange dieses Jahres ward er durch mancherlei Zureden bewogen, bei der Regierung das einträglichere Secretariat des Bau-, Strassen- und Wuhrungsdepartements zu übernehmen; allein da er seither, nicht aus politischer Einseitigkeit, sondern einzig aus strenger Gewissenhaftigkeit, die Leistung eines verfänglichen Eides verweigerte, so ward er dieser Stelle verlustig und wünscht nun mit grossem Eifer zu seinem ursprünglichen Lebenszweck zurückzukehren und sich um eine der Lehrstellen in seinen Fächern, die zu Zürich neu organisirt werden, zu bewerben. Die Anzahl dieser neuen Stellen und sein besitzendes Burgerrecht in Zürich schienen ihm und den Seinigen zwei Umstände zu sein, die ihn vor dem Vorwurfe von Zudringlichkeit schützen sollen, und die Beweise von Fähigkeit, die er abzulegen im Falle ist, werden gewiss in hohem Grade für ihn sprechen. Von dem Umfang seiner Wissenschaft will ich nicht urtheilen, allein ich habe alle möglichen Ursachen zu glauben, dass er tiefer in diese Fächer eingedrungen und sie mit grosser Klarheit und Bestimmtheit aufgefasst hat, und kann ihm dann mit voller Ueberzeugung das Zeugniss eines tiefen Pflichtgefühls, grosser Arbeitsamkeit und Eifers, heller und scharfer Einsichten und fortwährenden Strebens nach vermehrten Kenntnissen und nützlicher Thätigkeit ertheilen, und daher bei dem gegenwärtig weit ge-

achten Gelegenheit hatte. — Herr Mousson kam ungefähr 17 Jahre alt mit guten mathematischen und naturwissenschaftlichen Vorkenntnissen von Hofwyl nach Bern und beschäftigte sich hier während zwei Jahren fast ausschliesslich mit mathematischen Studien, so dass er in kurzer Zeit, nachdem er Biot's Kegelschnitte und Lacroix's Differenzialrechnung durchgelesen, zu Poisson's Mechanik vordrang[14]). Seine Fortschritte waren so rasch und in der Auflösung von Problemen, die ich ihm vorlegte, bewies er so viel selbstständiges Genie, dass ich mit Vorliebe dem Gedanken nachhing, ihn ganz einer rein wissenschaftlichen Bestimmung gewidmet zu sehen. Auch Herr von Buch, mit dem wir zu jener Zeit die Reise nach Lugano machten, war so entzückt über das vielversprechende Talent, die mannigfaltigen Kenntnisse und den liebenswürdigen Charakter meines Freundes, dass ich alle Ursache gehabt hätte, eifersüchtig zu werden, wenn nicht die Bescheidenheit desselben und die eigene Ueberzeugung von seinem hohen Werthe alle Reg-

---

öffneten Feld für das öffentliche Lehramt, wo für mehrere geschickte junge Männer Spielraum vorhanden ist, ihn Ihrem wohlgewogenen Schutz auf das angelegentlichste empfehlen, und mich übrigens auf Ihre eigene Prüfung seines Wissens mit Zuversicht berufen." — [14]) In dem auf den ersten Juni 1823 ausgegebenen Verzeichniss der Professoren und Studirenden der Bernischen Akademie erscheint Mousson bereits (im Gegensatz zu den Theologie-Studirenden) als „weltlicher" Studirender der Philosophie, Philologie, Mathematik und Physik, — und im Verzeichnisse des folgenden Jahres wird er wieder in gleicher Weise genannt; es unterliegt somit keinem Zweifel, dass er in den Jahren 1823 und 1824 die Vorlesungen an der „Akademey" besuchte, und so muthmasslich bei Professor Trechsel (vgl. Biogr. II) Mathematik und Physik, bei Professor Brunner (vgl. Notiz 169) Chemie, und wohl auch bei Professor Meisner (vgl. Biogr. I) Naturgeschichte hörte, — dagegen geht schon aus dem oben von Studer (der damals noch Lehrer der Mathematik am Gymnasium, — aber als Schüler von Thibaut und Gauss dem guten Trechsel in Mathematicis weit überlegen war) Mitgetheilten und noch deutlicher aus einem Passus eines spätern Briefes hervor, dass Mousson damals

ungen der Eitelkeit verdrängt hätten. Von Buch hing damals sehr an dem Gedanken, um seinetwillen den nächsten Winter nach Sicilien zu gehen, nur von Mousson begleitet, und ihn da ganz in die Geologie einzuweihen. Auf meinen Rath entsagte er dem Antrage, um sich noch einige Jahre allgemeineren Studien zu widmen, indem mein Plan dahin ging, ihn nach und nach auf Universitäten und auf einer Sternwarte in die ganze höhere Naturwissenschaft einzuführen. Er ging nach Genf[15]), hörte daselbst Collegien, unter andern bei Maurice[16]), beschäftigte sich zur Erholung mit Geologie[17]), machte auch einen Kurs in der Militärschule zu Thun mit[18]), und verreiste endlich nach Göttingen, um sich daselbst auf eine rein wissenschaftliche An-

---

namentlich unter seiner Leitung privatim Mathematik studirte. — [15]) Ob Mousson schon im Herbst 1824 oder erst 1825 die Akademie in Bern mit derjenigen in Genf vertauschte, kann ich nicht bestimmen; das „Livre du recteur" der Letztern, das überhaupt wiederholt sehr nachlässig geführt wurde, enthält seinen Namen gar nicht. — [16]) Neben dem von Studer genannten Baron Maurice (vgl. Biogr. III), der analytische Mechanik vortrug, wird wohl auch Aug. De la Rive als Lehrer von Mousson genannt, — es dürfte jedoch eher dem Vater Ch. Gasp. De la Rive diese Bezeichnung zukommen, da Auguste nur $3^1/_2$ Jahre älter als Mousson war, und sein Vater bis zu seinem 1834 erfolgten Tode den Lehrstuhl der Physik inne hatte. — [17]) Gleichzeitig mit Mousson studirte auch ein anderer Schüler von Studer, der Berner Friedrich Meyer, welcher sich später (vgl. Biogr. IV) durch seine hochherzige Stiftung für die Berner Realschule verewigte, in Genf, — und im August 1825 traf auch Arnold Escher von der Linth daselbst ein. Es ist nun sicher, dass diese drei jungen Männer sich damals enge aneinander anschlossen, und sehr wahrscheinlich, dass dieses namentlich durch gemeinschaftliche geologische Excursionen gefördert wurde. — [18]) Es war wahrscheinlich im Sommer 1826, dass Mousson als Aspirant des Geniecorps unter dem nachmaligen General Dufour einem Curse in Thun beiwohnte. Dufour soll ihm wegen seines mathematischen Wissens und seinem Geschick im Zeichnen sehr gewogen gewesen sein; dagegen hatte für Mousson der eigentliche Dienst wenig Anziehendes, und er begnügte sich gerne mit dem Brevet eines Unter-

stellung vorzubereiten[19]). Hier scheint, entweder durch innere Entwicklung, oder durch den Einfluss der patrizischen Freunde, die er dort fand[20]), ein Wendepunkt in seiner ganzen Lebensansicht eingetreten zu sein, der mir noch jetzt unerklärbar ist, und mich unentschieden lässt, ob ich ihn einer schiefen Richtung des Urtheils oder der eingetretenen Reflexion über den künftigen Beruf beimessen soll: Mousson entsagte plötzlich unsern früher vielfach besprochenen Plänen, sprach mit Geringschätzung von einem rein wissenschaftlichen Leben, das nur dann Entschuldigung finden könne, wenn es mit ausgezeichneten Anlagen verbunden sei, die er nicht bei sich finde, und erklärte, er halte es für Pflicht, eine praktische Laufbahn zu ergreifen, da nur im Praktischen die Wissenschaft ihr Ziel finde[21]). Ich fand ihn im Herbst 1827 in Zürich[22]), und bald nachher reiste

---

lieutenants. — [19]) Es verlautet nichts davon, dass er in Göttingen bei Gauss und dem jüngern Tob. Mayer gehört, oder unter Harding auf der Sternwarte gearbeitet habe, wie es wohl anfänglich beabsichtigt war, — sondern es wird nur Hausmann genannt, dessen Vorträge über Mineralogie, Geognosie, Technologie und Hüttenkunde er in der Absicht besucht habe, Bergmann zu werden, bis ihn sein Vater von der Aussichtslosigkeit des Bergfaches in der Schweiz überzeugen konnte, und damit bei ihm den Entschluss hervorrief, Civil-Ingenieur zu werden; es scheint also die von Studer berührte Sinnesänderung ziemlich frühe eingetreten zu sein. — [20]) In welcher Art der damalige Einfluss jener patrizischen Freunde sich geltend machte, wird von Studer nicht gesagt; dagegen deutet er bei einer andern Gelegenheit an, dass Mousson nach seiner Rückkehr von Paris durch „frivole Freunde" an den Rand des Verderbens gebracht, dann aber bald wieder durch seine „ungewöhnliche moralische Kraft" auf den rechten Weg zurückgeführt worden sei. — [21]) Vgl. die darauf bezügliche spätere Stelle von Studer's Brief. — [22]) In einem von Studer 1833 II 2 an Horner geschriebenen Briefe findet sich die wohl auf jenes Zusammentreffen bezügliche Stelle: „Mousson und ich hatten in früherer Zeit den Plan, dass er nach Vollendung theoretischer Studien in Deutschland einige Zeit nach Zürich kommen sollte, um unter Ihrer Anleitung in der praktischen Astronomie und Physik zu

er nach Paris ab, wo er ungefähr zwei Jahre blieb[23]). Theils aus seinen eigenen, zwar sparsamen Mittheilungen, theils von Freunden, die mit ihm in Paris ähnliche Studien verfolgten, weiss ich, dass er daselbst seine Zeit vortrefflich benutzt und sich in mehreren Zweigen der praktischen Mathematik, der beschreibenden Geometrie, der höhern Maschinenlehre, den ponts et chaussées u. s. w. gründliche und sehr weitgehende Kenntnisse erworben hat[24]). Durch ihn haben wir auch im Winter 1829/30 alle unsere Ankäufe von physikalischen Instrumenten für die Realschule in Paris besorgen lassen, und gleich bei Errichtung der Schule hatten wir uns sehr glücklich geschätzt, ihn als Lehrer zu gewinnen[25]). Leider trat aber auch hier

---

arbeiten, — ein Plan, der dann durch die veränderte Wahl seines Berufes vereitelt wurde. Nun das Schicksal selbst ihn nach Zürich und zu einem wissenschaftlichen Leben zurückführt, möchte ich gerne diesen ältern Gedanken wieder aufgenommen und meinen Wunsch, dass mein Freund Höheres und Werthvolleres leiste, als Canäle zu graben und Strassen zu bauen, verwirklicht sehen.“ — [23]) Aus Combination verschiedener Daten glaube ich mit ziemlicher Sicherheit schliessen zu können, dass der Pariser-Aufenthalt Mousson's vom Herbst 1827 bis zum Frühjahr 1830 andauerte. — [24]) Mousson war in der Erwartung nach Paris gegangen, dass er dort in die Ecole polytechnique eintreten könne, da damals der Schweiz zufolge einer Militärconvention das Recht eingeräumt war, einige Stellen an dieser Anstalt zu besetzen; allein zu seiner grossen Enttäuschung wurde ihm eröffnet, dass diess nicht geschehen könne, weil er das gesetzliche Eintrittsalter von 19 Jahren um 2 Jahre überschritten habe, und er musste so froh sein auf Fürsprache eines Freundes seines Vaters die Bewilligung zu erhalten, einigen Cursen als Auditor beiwohnen zu dürfen, und nebenbei noch Vorlesungen an der Sorbonne und wohl auch am Collège de France besuchen zu können. Da es ihm immerhin auf diese Weise vergönnt war, die Cauchy, Poisson, Arago, Pouillet, Dulong, Peclet etc. zu hören, und er überdiess die Sitzungen der Akademie, sowie das Conservatoire des arts et métiers fleissig besuchte, so fehlte es nicht an den verschiedensten Anregungen, welche ihm grossen Nutzen brachten. — [25]) Die Realschule in Bern,

wieder sein heterogener Lebenszweck der pädagogischen Wirksamkeit hindernd entgegen. Er wollte gleich anfangs nur im Winter sich zu Vorlesungen verpflichten, um im Sommer sich praktischen Fächern widmen zu können, und kaum hatte er seinen Unterricht angefangen, so rief ihn Oberst Wurstemberger, der ihn auch wie einen Sohn liebt, als Secretär nach Luzern, — im folgenden Winter 1831/32 war er anfangs noch als Secretär bei Herrn Sprecher in Neuenburg, — und gleich nach seiner Rückkehr übernahm er die Secretärstelle beim Baudepartement, wo er zur grössten Zufriedenheit seiner Vorgesetzten mit unglaublicher Anstrengung arbeitete, für die Schule aber fast ganz verloren ging[26]). — Nach dieser kurzen Skizze will ich nun Ihre drei Fragen noch besonders zu beantworten suchen: 1. In Betreff seiner mathematischen Kenntnisse kann ich ihn mit vollem Vertrauen für fähig erklären, nicht nur eine Schul-, sondern auch eine akademische Stelle zu übernehmen; er hat bereits vor fünf Jahren mit Fertigkeit integrirt, ist seither in fortdauernder Uebung des höhern Calculs geblieben, und liest alles dahin Einschlagende mit vieler Leichtigkeit. Weniger vertraut möchte er mit den Elementen sein, und in einer Prüfung über den Euklid, oder über kaufmännische Arithmetik dürfte leicht ein gewöhnlicher Magister neben ihm in höherm Glanze erscheinen. 2. Schwieriger wird mir die Antwort auf die Frage über seinen wissenschaftlichen Sinn. Er hat die Studien nie mit gemeinem, handwerksmässigem Sinn getrieben, und mit seinen Theorien über den praktischen Lebens-

---

welche grossentheils ein Werk von Studer war, wurde 1829 gegründet, und dauerte bis 1879, wo sie in dem sog. städtischen Gymnasium aufging. — [26]) Mousson war angeblich von 1830—32 Lehrer der Mechanik und Physik an der Berner Realschule; aber da er erst im Verlaufe des Jahres 1830 von Paris zurückgekehrt war, — dann im Herbst kaum begonnen hatte, in vier wöchentlicheu Stunden Physik nach Pouillet vorzutragen, als er in Folge seiner Militärpflicht nach Luzern commandirt wurde, — und im folgenden Winter wieder ähnliche Abhaltungen eintraten, — so reducirten sich seine Leistungen an der Realschule wirklich auf ein Minimum. Nach der bereits in Note 13 erwähnten Entlassung

zweck bildete er selbst immer den grellsten Gegensatz, indem alles praktische bei ihm eine theoretische Richtung nahm, und seine Studien stets mehr auf die subtilen als auf die wahrhaft praktischen Zweige der angewandten Mathematik hinzielten. In seinen Mussestunden in Paris beschäftigte er sich nach wie vor mit vieler Vorliebe mit Geologie und Petrefactenkunde, und mit den dortigen rein wissenschaftlichen Gelehrten stand er in den freundschaftlichsten Verhältnissen. Noch letzthin fand ich ihn mit Frenel's Abhandlung über das Licht beschäftigt. Unter Ihrer Leitung und durch Sie angeregt, zweifle ich gar nicht, dass er der Wissenschaft wieder ganz gewonnen würde, dass Sie in ihm einen sehr ausgezeichneten Schüler, und später einen ebenso eifrigen als fähigen Gehülfen in jedem Theile der physikalischen Beobachtung finden, und dass er einst seiner zweiten Vaterstadt Zürich zur Ehre gereichen würde. 3. Zum Lehrer muss er sich erst noch bilden, indem die wenigen Monate, während denen er an der Realschule arbeitete, ihm keine Erfahrung und Gewandtheit geben konnten; auch betrachtete er damals das Lehrfach immer nur als eine vorübergehende Beschäftigung, der er sich sobald als möglich zu entziehen gedachte. Er ist, um in der kurzen Zeit Vieles zu leisten, wie es angehenden Lehrern gewöhnlich begegnet, zu rasch vorwärts geschritten, und hat nicht genug wiederholt und eingeübt; seine Schüler waren überdiess nicht hinreichend vorbereitet, indem sie kaum die Elemente der ebenen Trigonometrie durchgemacht hatten, und doch Statik lernen sollten. Aus allen diesen Gründen ist der Erfolg dieses Unterrichtes nicht eben glänzend, doch aber auch nicht unter der Erwartung gewesen. Den Knaben weiss er durch seine ernste Haltung und seine

---

aus dem Staatsdienste hätten sich dann allerdings die Verhältnisse für die Schule günstiger gestalten können; aber gerade zu dieser Zeit trat in Bern, wohl als Folge des in Note 20 Angedeuteten eine gewisse Verstimmung gegen ihn ein, — ja, nachdem er sich wieder aufgerafft hatte, fühlte er selbst, dass ihm eine Luftänderung zuträglich sein dürfte, und da ihn seine Eltern nicht gerne nach Russland, von wo ihm eine gute Stelle angeboten worden war, ziehen lassen wollten, so fasste er den Entschluss,

höhere Bildung sehr zu imponiren, und sein einfaches freundliches Benehmen hat ihm bis jetzt noch überall die Herzen gewonnen, so dass in dieser Hinsicht ihm nichts mangelt, um in kurzer Zeit sich zu einem vortrefflichen Lehrer zu bilden, der seinem Lehrfache gewiss Achtung und eine würdige Stellung unter den übrigen Schulfächern erwerben wird." Nachdem Studer die Fragen Horner's in so eingehender Weise beantwortet hatte, fügte er noch einige Bemerkungen anderer Art bei, welche namentlich seinem Missbehagen über die damaligen Zustände im Kanton Bern Ausdruck gaben[27]), und schloss dann sein Schreiben mit nochmaligem Danke für das ihm von Horner bewiesene Zutrauen. — Welchen Eindruck diese offene Darlegung in Zürich machte, zeigt uns das Factum, dass Mousson wenige Tage später nach Zürich gerufen wurde, um dort gleichzeitig mit zwei andern Candidaten, dem von Eschmann aus Wien mitgebrachten J. L. Raabe und dem später in St. Gallen angestellten J. C. Deicke, eine Probelection abzuhalten[28]). Die-

---

sich um eine der gerade damals in Zürich ausgeschriebenen Lehrstellen zu bewerben. — [27]) Ich füge zur Charakteristik von Studer's Ansichten den Passus bei: „Ocken drohte auch uns, und Sie können sich meine Sorge denken; indess bin ich wirklich in einer Hoffnungslosigkeit für das Gedeihen des Bessern bei uns, dass ich auch diesen Schlag wohl ertragen hätte", — zumal derselbe wahrscheinlich macht, dass ihm Horner in seinem Briefe geklagt habe, wie er im zürcherischen Erziehungsrathe vergeblich gegen die seinem gesunden Sinne widerstrebende Berufung des berüchtigten Naturphilosophen angekämpft habe. — [28]) Vor Eröffnung der Kantonsschule war in Zürich ein über die ersten Elemente hinausgehender mathematischer Unterricht nur am sog. Technischen Institute, dem Vorläufer der Obern Industrieschule, erhältlich, wo der treffliche Professor Gräffe denselben ertheilte, und so war es angegeben, einige der ältern dortigen Schüler, zu welchen auch ich gehörte, den drei Candidaten vorzuführen. Ich erinnere mich noch ganz gut, wie wir mit Gräffe von der Bärengasse in die damalige Chorherren wanderten, — dort successive von den drei Herren über ein ihnen vorgeschriebenes, unserer Fassungskraft angemessenes Thema aus der höhern Analysis unterrichtet, — und nach Rückkehr in unser

selbe fiel ganz gut aus, und wenn auch der Erziehungsrath glaubte für die obere der zwei in Betracht fallenden Stellen Raabe vorziehen zu sollen, so theilte er dagegen mit an Einmüthigkeit grenzender Mehrheit die zweite derselben unserm Mousson zu[29]), wofür er zur grossen Freude von Finsler und Studer, trotz einem bedenklichen Zwischenfalle[30]), die Sanction der Regierung erhielt. — Mousson siedelte nun alsbald mit

---

Schullocal von Gräffe über den empfangenen Eindruck befragt wurden. Ich machte den Sprecher, — erklärte ganz offen, dass uns Deicke gelangweilt, jeder der beiden andern Candidaten uns dagegen gefallen habe, jedoch weitaus am besten der elegante Vortrag von Mousson, — worauf uns Gräffe nachwies, dass die von Raabe durchgeführte Entwicklung, wenn auch in der Form etwas weniger ansprechend, doch wesentlich besser als die von Mousson gewesen sei, — und hiemit war natürlich die Frage vor unserm Forum erledigt. — [29]) An der neuen Kantonsschule in Zürich waren sechs Lehrstellen vorgesehen, für welche sich Mousson geeignet hätte; aber vier derselben waren bereits vergeben, da natürlich die Mathematik an der obern Industrieschule dem bewährten Gräffe zufiel, — diejenige am untern Gymnasium dem spätern Oberbibliothekar Jakob Horner zugedacht war, der bereits für seinen Oheim am Carolinum vicarisirt hatte, — die Physik an den beiden obern Abtheilungen sich für Georg v. Escher zu eignen schien, der von der Kunstschule an die neue Anstalt vererbt wurde, — und leider damals noch die Meinung herrschte, es sei Friedr. v. Ehrenberg, mit dem kurz zuvor das Technische Institut beglückt worden war, im Stande die praktische und darstellende Geometrie an der obern Industrieschule zu lehren. Es war also nur noch die Mathematik am obern Gymnasium und an der untern Industrieschule zu vergeben, wofür nun Raabe und Mousson gewählt wurden. — [30]) Der damals ebenso einflussreiche als radikale Jurist Dr. Friedrich Ludwig Keller witterte nämlich in Mousson wegen der in 13 erwähnten Eidverweigerung einen argen Aristokraten und wollte die Sanction seiner Wahl hintertreiben; es gelang jedoch noch im letzten Moment den Bürgermeister Hirzel zu überzeugen, dass der junge Mann ein ganz ungefährlicher Bürger

seiner jungen Frau nach Zürich über[31]), — begann auf Ostern 1833 seine neue Lehrthätigkeit mit bestem Erfolge, — ja wusste sich bald in und ausser der Schule so grosse Geltung zu verschaffen, dass ein Tausch eingeleitet wurde, durch welchen ihm nach Jahresfrist die seinen Kenntnissen viel besser entsprechende Lehrstelle der Physik an den obern Classen von Gymnasium und Industrieschule zufiel[32]). Er habilitirte sich nun sofort auch als Docent an der Hochschule, welche damals noch keinen Lehrstuhl für Physik besass[33]), und fand da für seine nach Form und Inhalt gleich ausgezeichneten Vorträge ebenfalls vollen Bei-

---

sei. — [31]) Mousson hatte sich 1832 mit Barbara Maria Seger von Ermatingen verheiratet, welche ihm 1833 eine Tochter Albertine Sophie, die jetzige verwittwete Frau Stadtrath Heinrich Landolt, — und 1834 einen Sohn Joh. Friedrich gebar, der aber schon 1844 zur grossen Betrübniss des Vaters einem Typhus erlag. Zwei Jahre nach ihrem 1846 erfolgten Tode verehelichte sich sodann Mousson neuerdings mit Julie Trümpler von Zürich, welche ihm nun bis zu seinem Lebensende eine treue Gefährtin blieb und ihn in seinen Leidenstagen nebst der Tochter auf das Liebreichste pflegte. — [32]) Horner musste bald erkennen, dass G. v. Escher zwar nach wie vor ein tüchtiger Lehrer sei, aber als Physiker gegen Mousson weit zurückstehe, — dass es somit zum Wohl der Anstalt gereiche, wenn diese beiden Männer ihre Stellen tauschen; dass sich aber Escher willig dazu hergab, verdient alle Anerkennung. — [33]) Auch die Mathematik hatte anfänglich an der Hochschule nur einen Privatdocenten als Vertreter, nämlich Raabe, — und als man 1836 diesen Mangel einsah, geschah in Folge erbärmlicher Intriguen das Unglaubliche, dass man bei Besetzung der nunmehr kreirten Stelle nicht nur etwa Raabe, der durch dreijähriges und erfolgreiches Wirken in erster Linie darauf Anwartschaft hatte, überging und aus den zum Theil sehr tüchtigen neuen Bewerbern den tüchtigsten heraussuchte, sondern von Heidelberg den von seinen Fachgenossen als „Gauchen-Müller" verlachten und jedenfalls zu allerunterst auf der Leiter stehenden Anton Müller kommen liess, der nun Titel und Besoldung besass, während die Studirenden nach kurzer Probe wieder zu Raabe zurückkehrten, der sich glücklicher Weise durch diesen Vorgang in seinem Wirken an der Hochschule nicht

fall[34]), sodass er schon 1836 zum Extraordinarius vorrückte, und 1840 von der philosophischen Facultät in Anbetracht „seiner ausgezeichneten Verdienste als Lehrer und Schriftsteller" mit dem Doctorhute beschenkt wurde. In dieser Doppelstellung blieb Mousson bis zur Eröffnung des schweizer. Polytechnikums im Jahre 1855, wo er nun, nachdem er schon im Winter 1854/55 im Auftrage des Bundesrathes in Paris die nothwendigsten Demonstrationsapparate für die neue Anstalt angekauft hatte, neben Clausius als Professor der Physik an dieselbe berufen, und, nach Niederlegung seiner Lehrstelle an der Kantonsschule, auch an der Hochschule zum Ordinarius ernannt wurde. Wie trefflich er sodann unter diesen neuen Verhältnissen noch mehr als zwei Jahrzehnte wirkte, ist zu bekannt, als dass dafür noch besondere Belege erforderlich wären. — Den Verdiensten, welche sich Mousson als Lehrer erwarb, reihen sich diejenigen, welche ihm als Forscher und Schriftsteller zukommen, würdig an, zumal Letztere von seiner seltenen Vielseitigkeit Zeugniss geben: Wenn wir zunächst das Gebiet der jetzigen Physik ins Auge fassen, so verdankt man auf demselben Mousson, neben einzelnen Gelegenheitsschriften[35]) und einer ganzen Reihe kleinerer Arbeiten[36]), die in den neuen

---

stören liess: Erst 1843 wurde Raabe zum Extraordinarius, und sodann 1855, wo er gleichzeitig mit Mousson vom Gymnasium an das Polytechnikum überging, auch mit diesem zum Ordinarius befördert. — [34]) Ich gehörte zu den ersten Zuhörern von Mousson an der Hochschule und erinnere mich noch mit Freuden an seine fliessenden Vorträge und wohlvorbereiteten Versuche. — [35]) Ich denke hiebei namentlich an das Schriftchen „Das Tischrücken. Ein Wort der Aufklärung. Zürich 1853 in 8", mit welchem Mousson gestützt auf eingehende Versuche, dem 1852 von Amerika nach Europa verpflanzten Schwindel, welchem damals Poggendorf den so passenden Namen „Tischverrücktheit" beilegte, energisch zu Leibe ging, — von der richtigen Ansicht ausgehend, dass man solchen Unsinn nicht nur vornehm belächeln dürfe, sondern ihn bekämpfen müsse. — [36]) Diese kleinern Arbeiten, von welchen ich beispielsweise das hübsche Referat „Der jetzige Standpunkt unserer Kenntnisse über die Schwere" erwähne, sind in der Viertel-

Denkschriften der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft niedergelegten drei grössern und von den Fachgenossen ungemein geschätzten Abhandlungen „Ueber die richtende Kraft der Magnete (1846), — Ueber die Whewell'schen oder Quetelet'schen Streifen (1853) — und: Ueber die Veränderungen des galvanischen Leistungswiderstandes der Metalldrähte (1854)“[37]), sowie sein capitales Lehrbuch der Physik, dessen Abfassung ihm nothwendig erschien, da schon einer seiner Zuhörer es für zweckmässig erachtet hatte, seine im Schuljahre 1855/56 am Polytechnikum gehaltene erste Vorlesung über Experimentalphysik zu skizziren und autographisch zu vervielfältigen: Es erschien 1858—63 zu Zürich unter dem Titel „Die Physik auf Grundlage der Erfahrung“ in drei Octavbänden, und wurde so günstig aufgenommen, dass 1871—75 eine zweite, ja 1879—83 eine dritte (nunmehr auch wieder beinahe vergriffene) Auflage erscheinen konnte, wobei der Verfasser die Mühe nicht scheute, bei jeder folgenden Auflage je wieder den raschen Fortschritten der Wissenschaft Rechnung zu tragen[38]). — Auf das verwandte Gebiet der Meteorologie beziehen sich nur einige wenige Notizen Mousson's, dagegen ist es wesentlich seiner Initiative zu verdanken, dass die schweizerische natur-

---

jahrschrift der zürcher. naturf. Gesellschaft, in den Archives von Genf, in Poggendorfs Annalen, etc. zerstreut und würden gesammelt einen recht werthvollen Band bilden. — [37]) Wie neuerlich A. M. Tanner in der „Electrical Review (Vol. 27, Nr. 678)“ nachwies und hierauf gestützt H. Graf in einer Sitzung der Bern. Naturf. Gesellschaft mittheilte, zeigt sich aus der dritten dieser Abhandlungen, dass Mousson schon 1855 die Widerstandsänderungen bei leichtem Contacte sich kreuzender Drähte sehr sorgfältig studirte und somit in der Vorgeschichte des Mikrophons einen ehrenvollen Platz beanspruchen darf. — [38]) Der von vielen Freunden dieses Werkes, welche dasselbe nicht nur zu lesen, sondern auch zum Nachschlagen zu benutzen wünschten, wiederholt beklagte Mangel eines Registers veranlasste Mousson der 3. Auflage wenigstens ein Personalregister beizugeben, und seither hat Dr. Walther Wolff in Berlin im Einverständnisse mit dem Verfasser noch ein 78 Seiten beschlagendes Sachregister beigefügt, das nun allen billigen

forschende Gesellschaft 1861 eine eigene „meteorologische Commission" niedersetzte[39]) und dieselbe mit dem Auftrage betraute, unter finanzieller Unterstützung durch den Bund und die Kantone, die Schweiz mit einem Netze von etwa 80 meteorologischen Stationen zu überziehen, dieselben mit gleichförmigen Instrumenten auszurüsten und die eingehenden Aufzeichnungen einheitlich durch ein Centralbüreau bearbeiten, sowie in geeigneter Weise veröffentlichen zu lassen[40]). Die Beobachtungen, für welche die Commission eine eingehende Instruction ausarbeitete, begannen mit December 1863 und sind seither ununterbrochen fortgeführt worden, — ja Mousson, der allerdings, nachdem er 1864 seinen trefflichen „Bericht über die Organisation meteorologischer Beobachtungen in der Schweiz" erstattet hatte, seine Schöpfung durch jüngere Kräfte weiter führen liess, aber für dieselbe ein lebhaftes Interesse bewahrte, hatte noch die Freude, einerseits sie so gedeihen zu sehen, dass sie als ein Landesbedürfniss an den Bund überging, somit für alle Zeiten gesichert wurde, — und anderseits das von ihm schon anfänglich befürwortete, aber damals wegen fehlenden Subsidien unausgeführt gebliebene Projekt, der be-

---

Anforderungen genügt. — [39]) Anfänglich bestand die Commission aus Mousson als Präsident, H. Wild in Bern, Ch. Dufour in Morges, Ch. Kopp in Neuenburg, E. Plantamour in Genf, R. Wolf in Zürich, Fr. Mann in Frauenfeld, Gio. Ferri in Lugano und A. Albertini in Chur. Als sodann Mousson nach ein paar Jahren vom Präsidium zurücktrat und auch der Commission nur noch als Ehrenmitglied angehören wollte, rückte ich zum Präsidenten vor, der mit Plantamour und Dufour ein engeres Comite bildete, während Mousson und die successive wegen Abreise austretenden Mitglieder Wild, Kopp und Mann durch Hirsch, Amsler, Hagenbach und Forster ersetzt wurden. — [40]) Das Centralbureau wurde auf die damals gerade vollendete Sternwarte in Zürich verlegt und von mir dirigirt, bis das ganze meteorologische Unternehmen vom Bund übernommen wurde, der nun meinen frühern Büreauchef, Robert Billwiller, zum Director wählte, ihn jedoch einer vom Direktor des Innern präsidirten eidgen. meteorologischen Commission unterstellte,

reits bestehenden kantonalen Registrirstation in Bern, etwa auf dem Gotthard, eine entsprechende Höhenstation beizugesellen, mit Hülfe eines von einem wohlhabenden Liebhaber der Naturwissenschaften, Friedrich Brunner von Winterthur, erhaltenen schönen Legates noch weit zweckmässiger auf dem Säntis verwirklicht zu sehen. — Fast noch bedeutender sind die Leistungen von Mousson auf dem Gebiete der physikalischen Geographie und Geologie, für welches ihn, wie wir früher gehört haben, schon in der Jugend Bernhard Studer begeistert hatte, und das er nicht nur während seiner ganzen Studienzeit zu seiner Erholung cultivirte[41]), sondern auch noch später, wo er durch seine Freunde, Arnold Escher von der Linth und Oswald Heer, wieder neu angeregt wurde. Von seinen dahin gehörenden, zumeist als Frucht von Reisen und Badeaufenthalten entstandenen, und ziemlich zahlreichen Arbeiten, beschränke ich mich darauf, drei speciell anzuführen: Seine „Geologische Skizze der Umgebungen von Baden. Zürich 1840 in 8“, welche noch jetzt den Jura-Geologen fast unentbehrlich sein soll, — seinen im Januar 1848 gehaltenen Vortrag „Ueber die Wasserverhältnisse der Thermen von Baden im Kanton Aargau (Zürch. Mitth. Nr. 21)“, — und sein als eine eigentliche Perle betrachtetes Schriftchen „Die Gletscher der Jetztzeit. Zürich 1854 in 8“, auf welches noch Alb. Heim im Vorworte zu seinem 1885 erschienenen „Handbuch der Gletscherkunde“ mit den Worten hinwies: „Besondern Dank schulde ich Albert Mousson. Das concentrirte vortreffliche Büchlein war mir eine wichtige Stütze, ein steter Begleiter, und hat meine Arbeit namentlich in Beziehung auf die ältern Untersuchungen über die Gletscher wesentlich erleichtert. Wenn meine Gletscherkunde als eine neue, entsprechend den während 30 Jahren ver-

in welche ich als Vicepräsident überging, und in welche Ch. Dufour, Hagenbach und Forster von der frühern Commission, sowie überdiess Fr. Weber, H. Dufour und J. Coaz gewählt wurden. Für die Centralanstalt wurden geräumige Lokalitäten im neuen Physikgebäude des Polytechnikums angewiesen. — [41]) Dem früher Beigebrachten füge ich noch aus dem bereits in Note 22 benutzten Briefe Studers an Horner den Passus bei: „Mousson hat mehrmals,

mehrten Kenntnissen wesentlich umgearbeitete und vielfach erweiterte Auflage desselben aufgefasst würde, so wäre meiner Arbeit damit die beste Empfehlung mitgegeben"[42]). Als Arnold Escher anfangs der Fünfziger Jahre bei Sevelen eine nach Beschaffenheit und Lagerung mit dem Löss des untern Rheinthales identische Bildung entdeckt hatte, bestimmte Mousson mit grösster Genauigkeit die von seinem Freunde bei dieser Gelegenheit gesammelten Schnecken, verglich dieselben mit an Ort und Stelle noch jetzt lebenden Arten, sowie mit denjenigen des Löss unterhalb Basel und bei Wiesbaden, und publicirte sodann seine geschätzte Abhandlung „Ueber den Löss des St. Galler-Rheinthales (Zürch. Viert. 1856)", die uns noch auf ein viertes Gebiet, dasjenige der Conchyliologie, hinweist, welches er schon frühe liebgewonnen hatte[43]), und bis an seinen Lebensabend mit dem grössten Eifer bearbeitete: Nachdem nämlich Mousson bereits durch eigenes Sammeln, sowie durch Geschenke, Tausch und Ankauf einen hübschen Grundstock für eine Sammlung gebildet hatte, erhielt er von dem nach Java übergesiedelten alt Seminardirektor Zollinger eine ziemlich vollständige Serie der Schnecken jener fernen Gegend zugesandt, welche ihn theils zu einer ersten betreffenden Veröffentlichung „Die Land- und Süsswasser-Mollusken von Java (Zürch. Mitth. 1848/49)" veranlasste, theils in ihm den schon früher gehegten Gedanken vor allem aus die noch wenig bekannte „geographische Verbreitung der Arten" zu studiren, zeitigte. Sofort mit der ihm eigenen Energie an diese Aufgabe gehend, ver-

besonders im Geognostischen, sich versucht, und er besitzt in diesem Fache eine Menge eigenthümlicher Materialien, die, wenn er sich entschliessen könnte, dieselben zusammenzutragen und bekannt zu machen, mit vielem Dank aufgenommen würden." — [42]) Dass Mousson auch noch später grosses Interesse an diesem Gegenstande nahm, beweisen sowohl seine „Bemerkungen über den gegenwärtigen Standpunkt der Gletscherfrage (Zürch. Viert. 1858)" als seine im gleichen Jahre in Poggendorfs Annalen erschienene Note „Eine Thatsache betreffend das Schmelzen und Gefrieren des Wassers". — [43]) Es wird erzählt, dass Mousson, als er im Knabenalter eine Krankheit durchmachte, von seinem Arzte einige bunte

sandte er anfangs der Fünfziger Jahre an Freunde, Bekannte und frühere Schüler ein gedrucktes Circular, in welchem er den einleitenden Worten: „Beschäftigt mit Untersuchungen über die geographische Verbreitung der Land- und Fluss-Conchylien wünscht der Unterzeichnete angelegentlich sich Gegenstände dieser Art von verschiedenen Gegenden der Erde zu verschaffen. Er würde daher recht dankbar sein, wenn Personen, die sich mit dem Sammeln von Naturalien befassen oder sonst an der Naturforschung Interesse nehmen, ihm die Gegenstände ihres nähern oder fernern Wohnortes, gegen Vergütung aller Bemühungen und Auslagen, auf sicherm Wege zusenden wollten", eine kurze Anleitung zum Suchen, Zurüsten und Versenden solcher Naturalien folgen liess. Er hatte damit einen ganz unerwartet grossen Erfolg, so dass sich seine Sammlung nach und nach fast über die ganze Erde ausbreitete und wohl schliesslich mit ihren 6 à 7000 Species zu den vollständigsten und jedenfalls zu den bestgeordneten gehörte, welche überhaupt existiren[44]). Sie ist nach Anordnung des Verstorbenen dem schweizerischen Polytechnikum zugefallen und bildet eine neue Zierde der in diesem Institute vorhandenen Naturschätze. — Man kann kaum begreifen, wie es Mousson möglich war, neben seinen vielen Lehrstunden, welche gerade bei seinem Fache oft sehr zeitraubende Vorarbeiten erforderten, noch alle die bereits besprochenen und zum Theil weitläufige Correspondenzen erfordernden Arbeiten auszuführen, und doch ergab sich ihm, obschon er von der bei manchen Gelehrten beliebten Praxis ihre Schüler für sich arbeiten zu lassen, nie Gebrauch machte, sondern gegentheils häufig für dieselben ins Zeug ging, bei seiner Leichtigkeit im Arbeiten und seiner vorzüglichen Zeiteintheilung die Möglichkeit, den erwähnten noch viele andere Leistungen beizufügen, — obschon er seine Familie keineswegs vernachlässigte, — ferner seinem religiösen Bedürfnisse gemäss häufig

---

Muscheln und Abbildungen erhalten habe, und dadurch sein Interesse für die Conchylien geweckt worden sei. — [44]) Die Zusendungen der Bellardi, Claraz, Gräffe, Hartung, Heusser, Keller, Nägeli, Philippi, Roth, Schinz, Schläfli, Schweizer, Sievers, Stoll, etc. veranlassten ihn zu zahlreichen kleinern Abhandlungen, für welche ich jedoch auf die

dem Gottesdienste in der französischen Kirche beiwohnte, — ja sich auch gar nicht selten erlaubte Lesemuseum, Concerte, gesellschaftliche Vereinigungen u. dgl. zu besuchen. — Vor allem bleibt noch zu erwähnen, dass Mousson über ein halbes Jahrhundert, nämlich von 1829 hinweg, der Schweizerischen, und fast ein halbes Jahrhundert, nämlich von 1833 hinweg, der Zürcher. Naturf. Gesellschaft angehörte, — in beiden Gesellschaften lange Jahre zu den thätigsten Mitgliedern zählte, — in beiden zahlreiche, nach Form und Inhalt ausgezeichnete, sehr gerne gehörte Vorträge hielt[45]), — in beiden vielen Commissionen angehörte, die es bequem fanden sowohl die Jahresarbeit, als die Berichterstattungen auf ihn abzuladen[46]), — und in Gemeinschaft mit seinen Freunden Escher und Heer die gegen die Zeit ihres hundertjährigen Jubiläums hin in etwas stagnirendes Fahrwasser

---

Mittheilungen und die Vierteljahrsschrift der zürcherischen naturforschenden Gesellschaft, auf die Druckschriften der schweizerischen Gesellschaft, auf das Journal de Conchyliologie etc., verweisen muss. — [45]) Noch auf der 1889 in Lugano abgehaltenen Versammlung der Schweizer. Naturf. Gesellschaft, welcher ihm seine Altersbeschwerden nicht mehr beizuwohnen erlaubten, liess er durch Professor Hagenbach der physikalischen Section sehr scharfsinnige „Bemerkungen über das Gletscherkorn" mittheilen. — [46]) Der meteorologischen Commission ist schon oben Erwähnung geschehen: dagegen mag als zweites Beispiel angeführt werden, dass, nachdem der verdiente naturhistorische Reisende Dr. Alex. Schläfli (Burgdorf 1831 — Bagdad 1863) der Schweiz. naturf. Gesellschaft (grossentheils durch Mousson bei Anlass eines ihm 1858 auf Corfu gegebenen Rendez-vous veranlasst) ein an Fr. 10000 betragendes Legat gemacht hatte, um aus dessen Zinsen jährlich eine naturwissenschaftliche Arbeit zu prämiren, Mousson nicht nur seinem verstorbenen Schüler und Freunde in den Verhandlungen von 1864 ein Denkmal setzte, sondern zunächst die nöthigen Statuten für die „Schläfli-Stiftung" ausarbeitete, — ferner das Präsidium der für dieselbe gewählten Commission (welcher anfänglich ausser ihm B. Studer, L. Dufour, O. Heer und F. J. Pictet angehörten) übernahm, — dasselbe über zwei Jahrzehnte beibehielt, — und so ziemlich alle dadurch veranlassten Arbeiten selbst erledigte. —

gerathene zürcherische Gesellschaft neu zu beleben wusste[47]). Als ferner im Winter 1851/52 der allgemeine Docentenverein beschloss eine Reihe von öffentlichen Vorlesungen, welche um des dafür erhaltenen Lokales willen als „Rathhaus-Vorträge" bezeichnet wurden, anzuordnen, betheiligte sich auch Mousson dabei, — wiederholte 1852 II 19 bei vollgepfropftem Saale den kurz zuvor durch Foucault zur Demonstration der Erdrotation ausgedachten Pendelversuch, — und gab sich noch in folgenden Jahren zur grossen Freude des diese Institution benutzenden, gemischten, aber ziemlich ausgewählten Publikums, die Mühe, mehrere solche Vorträge abzuhalten[48]), — liess sich auch herbei, einige der für Zürich so charakteristischen Neujahrsblätter zu schreiben[49]). Als es sich endlich darum handelte, in der

[47]) Dass die drei Freunde bei dieser Gelegenheit etwas über das Ziel hinausschossen, — dass sie der Gesellschaft, anstatt ihr wieder den weitere Kreise anziehenden Charakter zurückzuerobern, welchen sie in ihren Blüthezeiten unter Johannes Gessner und Paul Usteri besessen hatte, einen mehr akademischen Anstrich geben wollten, — dass bei den nunmehr Uebung werdenden langen, sich in alle möglichen Specialitäten verlierenden gelehrten Vorträgen, die für ein gemischtes Publikum wünschbare Mannigfaltigkeit verloren ging, und manches sich mehr als Laie beträchtendes Mitglied kaum mehr wagte, das Wort für eine kleinere Mittheilung oder Bemerkung zu verlangen, — und dass so nach und nach eine grosse Anzahl ehrenwerther Mitglieder, für welche oft ganze Sitzungen nichts Verdauliches boten, sich langweilten und wegblieben, — lässt sich allerdings nicht läugnen; aber sie meinten es gut und scheuten persönlich keine Mühe, die Gesellschaft in ihrem Sinne zu heben und zu beleben. Weniger lässt sich dagegen entschuldigen, dass zu jener Zeit ein historisch interessanter, zunächst aus der in den 70er Jahren des vorigen Jahrhunderts ebenfalls in unverantwortlicher Weise verschleuderten Kunstkammer der Stadtbibliothek stammender Theil der Sammlungen pietätlos sozusagen weggeworfen wurde. — [48]) Er gab nämlich 1855 „Eine Schulstunde über Optik", — berichtete 1859 von einem „Besuch auf Corfu und Cephalonien" (Zürich 1869 in 8), — und sprach 1869 über die „Grundwahrheiten der Physik" (Zürich 1869 in 8). — [49]) Er war langjähriger Präsident der Neujahrsstückcommission

Schweiz einheitliche Maasse und Gewichte einzuführen, trat Mousson warm für das metrische System ein, — verfasste die bezügliche Schrift „Die Einführung des metrischen Maasses in der Schweiz. Zürich 1864 in 8“, — und übernahm mit Heinr. Wild den Auftrag in Paris die Construction der erforderlichen Urmaasse zu überwachen und an den nöthigen Vergleichungen Theil zu nehmen[50]). — Nachdem Mousson 1874 von einer schweren Krankheit heimgesucht worden war, welcher er beinahe erlegen wäre, machte er sich mit dem Gedanken vertraut, von dem ihm doch alsgemach etwas lästig werdenden Lehramte zurückzutreten und führte denselben 1878 sodann wirklich aus, bei welcher Gelegenheit ihm die Studirenden beider Hochschulen ihr Bedauern über diesen Entschluss und ihre fortwährende Verehrung durch einen solennen Fackelzug zu erkennen gaben. Es war die höchste Zeit gewesen, da sich im Zusammenhange mit einem hartnäckigen Blasenleiden immer häufiger schmerzhafte Krankheitsanfälle einstellten, welche seine Selbstbeherrschung und Gottergebenheit oft auf eine harte Probe stellten. Nichtsdestoweniger fuhr er in seiner rastlosen Thätigkeit fort, — vollendete 1879—1883, wie schon erwähnt wurde, die dritte Auflage seines Lehrbuches, mit welcher er seine physikalischen Arbeiten abschloss[51]), — und beschäftigte sich sodann noch unter Anwendung seiner letzten Kräfte ununterbrochen mit seinen Lieblingen, den Conchylien, nicht nur jeden neuen Eingang sofort etiquettirend und in selbst angefertigte

der Nat. Ges., und verfasste auf 1850 ein „Bild des Unterengadins“, auf 1862 eine „Uebersicht der Geologie des Kantons Zürich.“ Ueberdiess schrieb er zu Gunsten des Waisenhauses für 1868 eine Biographie von „Joh. Caspar Escher“, dem Gründer der grossen Maschinenwerkstätte „Escher, Wyss und Compagnie“. — [50]) Er reiste in dieser Sache mit Wild sowohl 1863 als 1864 nach Paris. Die Vergleichungen wurden mit Hülfe von Tresca im Conservatoire des arts et métiers ausgeführt. — [51]) Er schenkte damals den physikalischen Theil seiner werthvollen Bibliothek der Zürch. Nat. Gesellschaft, während er den ihm noch unentbehrlichen conchyliologischen Theil zurückbehielt, jedoch die Bestimmung traf, dass derselbe nach seinem Tode ebenfalls nachfolgen solle. —

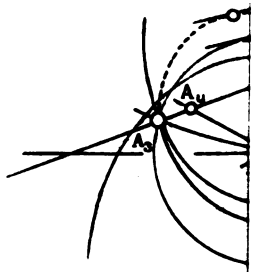
Schachteln einlogirend [52]), sondern namentlich auch einen genauen Catalog seiner Sammlung anlegend, dessen glückliche Vollendung seine letzte Arbeit und damit auch seine letzte Freude war. — Nachdem sich so an ihm das Bibelwort „das Herrlichste am Menschenleben ist Mühe und Arbeit" voll bewährt hatte, legte sich der müde Greis am 6. Nov. 1890 zur Ruhe nieder, und wurde hierauf am 9. Nov. von zahlreichen Freunden, Verehrern, Collegen und Schülern nach dem auf einer alten Moräne angelegten Privatkirchhofe neben der hohen Promenade geleitet, wo ihm seine letzte Stätte in der Nähe derjenigen seines ihm vorangegangenen Freundes Escher zwischen den Fündlingen, mit deren Enträthselung sie sich so lange befasst hatten, bereitet worden war. Die bei diesem Anlasse von Herrn Pfarrer Jaccard gehaltene Ansprache gab der allgemeinen Ansicht beredten Ausdruck, dass Zürich wieder einen seiner besten Bürger verloren und ihm ein dankbares Andenken zu bewahren habe [53]).

437) Das reichillustrirte und in jeder Beziehung empfehlenswerthe Schweizer. Familienblatt „Das Alphorn" brachte in seinem Decemberhefte für 1890 ein gutes Bild des der ältern Generation wohlbekannten und von seinen Schülern ungemein geschätzten Rektors Joh. Heinrich Schällibaum in Chur unter Beifügung einer kurzen Lebensskizze. Ich entnehme dieser letztern, dass Schällibaum am 25. December 1809 zu Kappel im Toggenburg einem wohlsituirten Fabrikanten geboren wurde, — sich frühe durch seine Begabung auszeichnete, — auf den Kantonsschulen in Aarau und Chur mit bestem Erfolge vorgebildet wurde, — nachher seine Studien in Leipzig und Berlin fortsetzte, — nach

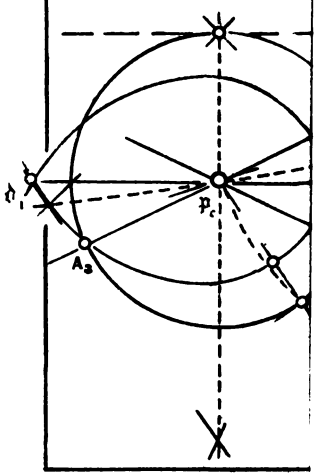
[52]) Mit Bezug hierauf fragte im Scherze ein Genfer Gelehrter, als er sich nach Mousson erkundigte: „Fait-il encore du cartonnage?" — [53]) Anstatt einen vergänglichen Kranz auf den Sarg meines unvergesslichen Lehrers und Freundes zu legen, habe ich versucht, durch vorstehende Notiz das Andenken an ihn auf längere Zeit zu erhalten, und mache mir überdiess eine Freude daraus jedem Abzuge derselben eine durch J. Brunner in Winterthur verfertigte Copie des wohlgelungenen Bildes beizugeben, welches H. Wirth in Zürich im Jahre 1883 aufgenommen hatte.

Abschluss derselben an der Kantonsschule in Chur eine Lehrstelle für alte Sprachen und später auch das Rektorat erhielt, — letzteres 1864, nachdem ein nervöser Kopfschmerz nicht mehr weichen wollte, mit dem Bibliothekariat vertauschte, — und am 30. Juni 1875 zu Chur seinen Leiden erlag. — Obschon zunächst Philologe, war er von Jugend auf auch eifriger Musiker und betrieb während seinen Studienjahren noch verschiedene andere Wissenschaften mit Energie und Erfolg, — so auch die Mathematik: Er gehörte in Berlin zu den eifrigsten Zuhörern von Steiner, und erwarb sich dessen Zutrauen in so hohem Maasse, dass er ihm wiederholt die Korrekturen seiner Abhandlungen übergab, was sehr ehrenvoll und lehrreich, aber bei dem eigenthümlichen Charakter jenes genialen Mannes nicht gerade sehr angenehm war, ja zuweilen kleine Scenen veranlasste, wie ich aus eigener Erfahrung bezeugen kann. Als ich nämlich im Sommer 1838 in Berlin war, gab mir Steiner ein Exemplar seiner kurz zuvor unter dem Titel „Einige isoperimetrische Hauptsätze" gedruckten Abhandlung, welche ebenfalls von Schällibaum corrigirt worden war, — und als ich nun Steiner auf einen Fehler aufmerksam machte, der sich in dieselbe eingeschlichen hatte, fiel derselbe, obschon der Fehler von ihm selbst begangen worden war, über den unschuldigen Schällibaum in der denkbar unbarmherzigsten Manier her, während ich in leicht verdienter Weise plötzlich im Ansehen stieg. Die von Schällibaum in Steiner's Vorlesungen sorgfältig geführten Collegienhefte wurden später wiederholt benutzt. — Ich sah Schällibaum 1844, zur Zeit wo er in seinem Flor stand, nochmals in Chur, — und zuletzt noch 1874, wo er aber bereits ein gebrochener Mann war: Ich durfte ihn zu meinen treuen Freunden zählen, und werde ihn nie vergessen. [R. Wolf.]

III 5.



III 6.



Vierteljahrschrift

der

Naturforschenden Gesellschaft

in

ZÜRICH.

Redigirt

von

Dr. Rudolf Wolf,

Prof. der Astronomie in Zürich.

Fünfunddreissigster Jahrgang. Drittes und viertes Heft.

Zürich.

In Commission bei S. Höhr.

1890.

Inhalt.

Seite.

Wolf, Astronomische Mittheilungen 225
Wolfer, Beobachtung der partiellen Sonnenfinsterniss vom 16. Juni 1890 233
Wolf, Die von Gauss 1815 gehaltenen Vorlesungen über die Elemente der Astronomie 236
Graberg, Gliederung des Massraumes durch seine Flächen 257
Mayer-Eymar, Diagnoses specierum novarum ex agris mollassicis seu neogenis, in Museo Turicensi conservatarum 290
Weilenmann, Physikalische Mittheilungen 302
Fiedler, Geometrische Mittheilungen 322

Wolf, Zwei Notizen aus den nachgelassenen Papieren von Hofrath Horner 367
Tobler, Auszüge aus den Sitzungsprotokollen . . . 369
Wolf, Notizen zur schweiz. Kulturgeschichte (Forts.) . . 386

Vierteljahrschrift

der

Naturforschenden Gesellschaft

in

ZÜRICH.

Redigirt

von

Dr. Rudolf Wolf,
Prof. der Astronomie in Zürich.

Fünfunddreissigster Jahrgang. Drittes und viertes Heft.

Zürich.

In Commission bei S. Höhr.

1890.

Von der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich sind früher herausgegeben worden und ebenfalls durch die Buchhandlung **S. Höhr** zu beziehen:

Mittheilungen der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich. Heft 1—10. 8. Zürich 1847—56. à 1 Fr. für Mitglieder. Im Buchhandel Fr. 1.35.

Meteorologische Beobachtungen von 1837—46. 10 Hefte. 4. Zürich. 1 Fr.

Denkschrift zur Feier des hundertjährigen Stiftungsfestes der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich. Mit einem Bildniss. 4. Zürich 1846. ½ Fr.

Heer, Dr. O. Ueber die Hausameise Madeira's. Mit einer Abbildung. 4. Zürich 1852. ½ Fr. für Mitglieder, im Buchhandel 75 Cts.

— Der botanische Garten in Zürich. Mit einem Plane. 4. Zürich 1853. ½ Fr. für Mitglieder, im Buchhandel 75 Cts.

— Die Pflanzen der Pfahlbauten. Neujahrstück der Naturf. Gesellschaft auf 1866. ½ Fr. für Mitglieder, im Buchhandel 75 Cts.

Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich. Vierunddreissig Jahrgänge. 8. Zürich 1856—1889 à ½ Fr. für Mitglieder, im Buchhandel Fr. 4.—.

Aus den obigen Mittheilungen ist besonders abgedruckt zu haben:

Pestalozzi, H., Ing. Oberst. Ueber die Verhältnisse des Rheins in der Thalebene bei Sargans. Mit einem Plane der Gegend von Sargans. 8. Zürich 1847. ¼ Fr. für Mitglieder, im Buchhandel 40 Cts.

Bei der meteorologischen Centralanstalt oder durch die Buchhandlung **S. Höhr** können auch bezogen werden:

Schweizerische meteorologische Beobachtungen, herausgegeben von der schweiz. meteorologischen Centralanstalt. Jahrgänge 1864—1888 à 20 Fr. Serien der ältern Jahrgänge werden zu etwas reducirten Preisen abgegeben.

Druck von Zürcher und Furrer.